Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Zahlenbeispiel

urn:nbn:de:hbz:466:1-74292

Die übrigen Ergebnisse aus a und b lassen sich nach den Ansätzen des folgenden Beispiels in Form einer Tabelle mit den Leitwerten einer Gruppe ausgezeichneter Querschnitte berechnen.

Berechnung der Schnittkräfte der Dreigelenkbogenbrücke[1] Abb. 94.

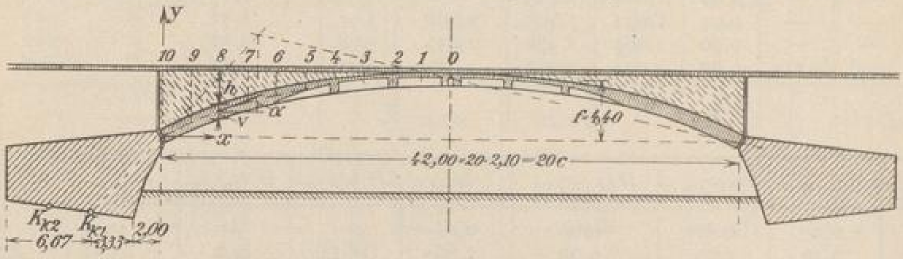

Abb. 94 a. Form des Tragwerks.

Abb. 94 b. Einflußlinie für das Kernmoment K_{k1} der Bodenfuge.

1. Geometrische Grundlagen. y_m, $y_{a',m}$, $y_{i',m}$ sind die Abstände des Schwerpunktes und der Kernpunkte in den angegebenen Schnitten y_m, bezogen auf eine durch die Mitte des Kämpfergelenks verlaufende Koordinatenachse. $w_{a',m}$, $w_{i',m}$ sind die senkrecht gemessenen Kernweiten.

m	$w_{i',m}$ [m]	$w_{a',m}$ [m]	y_m [m]	$y_{i',m}$ [m]	$y_{a',m}$ [m]
0	—	—	4,40	—	—
1	0,15	0,20	4,35	4,50	4,15
2	0,16	0,21	4,25	4,41	4,04
3	0,20	0,28	4,09	4,29	3,81
4	0,21	0,28	3,87	4,08	3,59
5	0,22	0,28	3,57	3,79	3,29
6	0,17	0,17	3,20	3,37	3,03
7	0,17	0,17	2,67	2,84	2,50
8	0,16	0,16	2,01	2,17	1,85
9	0,16	0,16	1,13	1,29	0,97
10	—	—	0,00	—	—

$l = 42{,}00$ m, $\quad f = 4{,}40$ m, $\quad c = 2{,}10$ m,

$\frac{l}{f} = 9{,}55$, $\quad \frac{l}{4f} = 2{,}39$, $\quad h = \left(\frac{v_s}{2} + f\right) - \left(\frac{v}{2} + y\right)$.

2. Belastung:
   a) Eigengewicht, bezogen auf 1,05 m Tiefe als Rippenabstand. Gewölbe:
   Schnitt 0 bis 5: $g_v = 0{,}376 + 0{,}72\,v$.
   Schnitt 6 bis 10: $g_v = 2{,}52\,v$.
   Aufschüttung: $g_a = 1{,}89\,h$. Versteinung: $g_F = 0{,}409$ t/m.
   b) Gleichmäßig verteilte Last: $p = 0{,}500 \cdot 1{,}05 = 0{,}525$ t/m.
   c) Lastenzug E.

3. Schnittkräfte:
   a) Momente aus Eigengewicht $g = g_F + g_a + g_v$ oder $G_m = (g_{m-1} + g_m)\frac{c}{2}$;

$$M_m = M_{0m} + H(f - y_m); \qquad M_{a',m} = M_m + H\,w_{a',m}; \qquad M_{i',m} = M_m - H\,w_{i',m}.$$

M_{0m} bedeutet das Biegungsmoment eines stellvertretenden Freiträgers $\overline{0 \div 10}$.

$$M_{0m} = M_{0(m-1)} - \left(V_{m-1} + \frac{G_m}{2}\right)c \quad \text{und} \quad M_{00} = 0, \quad V_0 = 0. \quad V_{m-2} = \sum_1^{m-2} G_k, \quad \text{also}$$

$$\left(V_{m-1} + \frac{G_m}{2}\right) = \left(V_{m-2} + \frac{G_{m-1}}{2}\right) + \frac{G_{m-1} + G_m}{2} = \frac{G_1}{2} = \sum_1^m \frac{G_{k-1} + G_k}{2},$$

$$H = -\frac{M_{0,10}}{f} = \frac{532{,}5}{4{,}40} = 121{,}0\ \text{t}; \quad \text{Ordinaten der Mittelkraftlinie nach (135):} \quad \bar{y}_m = f - \frac{M_{0m}}{H}.$$

[1] Die vollständige Lösung ist in der I. Aufl. S. 56 angegeben.

Die Beziehungen bilden die folgende Rechenvorschrift:

m	h_m	g_a	v_m	g_v	g_m	$g_{m-1}+g_m$	G_m	$\left(V_{m-1}+\frac{G_m}{2}\right)$	$\left(V_{m-1}+\frac{G_m}{2}\right)c$
0	—	—	0,90	1,024	1,433	—	—	0,00	0,00
1	—	—	0,94	1,054	1,463	2,896	3,04	1,52	3,19
2	—	—	0,96	1,067	1,476	2,939	3,08	4,58	9,62
3	0,06	0,113	0,97	1,074	1,596	3,072	3,22	7,73	16,23
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

m	M_{0m}	$f-y_m$	$H(f-y_m)$	M_m	$H\,w_{i',m}$	$H\,w_{a',m}$	$M_{i',m}$	$M_{a',m}$
0	0,00	0,00	0,00	0,00	—	—	0,00	0,00
1	3,19	0,05	6,05	2,86	18,14	24,2	− 15,28	+ 27,1
2	12,81	0,15	18,15	5,34	19,35	25,4	− 14,01	+ 30,7
3	29,04	0,31	37,50	8,46	24,2	33,9	− 15,74	+ 42,4
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.

b) Grenzwerte der Momente und Querkräfte aus gleichmäßig verteilter Last p: Mit Hilfe der Ausdrücke (138)

$$e = \frac{2\,l}{\frac{l}{f}\cdot\frac{y}{x}+2}\,; \qquad e' = \frac{l}{1+2\frac{f}{l}\cdot\frac{x}{y}}\,; \qquad e'' = e - x\,; \qquad e''' = e' - \frac{l}{2}$$

wird nach Abb. 92c $\max M_p = p\cdot\frac{x\,e''}{2}$; $\quad \min M_p = \frac{-p\cdot l}{4f}\,e'''\cdot y$.

m	x	y	$y:x$	$x:y$	e	e'	e''	e'''	$\frac{x\cdot e''}{2}$	$\frac{l}{4f}y$	$\max M_p$	$\min M_p$
						Obere Kernpunkte i'						
1	18,90	4,50	0,238	4,20	19,66	22,33	0,76	1,33	7,18	14,30	+ 3,77	− 7,51
2	16,80	4,41	0,263	3,81	18,62	23,35	1,82	2,35	15,28	24,75	+ 8,02	− 12,99
3	14,70	4,29	0,292	3,43	17,55	24,45	2,85	3,45	20,93	35,33	+ 10,98	− 18,53
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
						Untere Kernpunkte a'						
1	18,90	4,15	0,219	4,56	20,50	21,47	1,60	0,47	15,12	4,66	+ 7,94	− 2,45
2	16,80	4,04	0,240	4,16	19,55	22,45	2,75	1,45	23,50	13,99	+ 12,33	− 7,35
3	14,70	3,81	0,259	3,86	18,77	23,23	4,07	2,23	29,90	20,30	+ 15,70	− 10,65
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Die Grenzwerte der Querkräfte ergeben sich nach (142a), (142b) aus:

$$\operatorname{tg}\alpha_m = \frac{y_{m-1}-y_{m+1}}{x_{m-1}-x_{m+1}} = \frac{y_{m-1}-y_{m+1}}{4,20}\,; \qquad e = \frac{l}{1+\frac{l}{2f}\operatorname{tg}\alpha}\,; \qquad \frac{l}{2f} = 4,775$$

$$Q_p = \frac{p}{2}\left((l-2x) - \frac{l^2}{4f}\operatorname{tg}\alpha\right)\cos\alpha\,; \qquad \frac{p}{2} = 0,26\ \text{t/m}\,; \qquad \frac{l^2}{4f} = 100,2\ \text{m}.$$

Für $e > \frac{1}{2}l$ (eine Lastscheide):

$$\min Q_p = -\frac{p}{2}\,\frac{x^2}{e}\cos\alpha\,; \qquad \max Q_p = Q_p - \min Q_p\,.$$

Für $e < \frac{1}{2}l$ (zwei Lastscheiden):

$$e'' = e - x\,;$$

$$\max Q_p = \frac{p}{2}\,\frac{e''^2}{e}\cos\alpha\,; \qquad \min Q_p = Q_p - \max Q_p\,.$$

m	y	$\operatorname{tg}\alpha$	$\cos\alpha$	$\frac{l}{2f}\cdot\operatorname{tg}\alpha$	e	x	$l-2x$	$\frac{l^2}{4f}\operatorname{tg}\alpha$	$l-2x-\frac{l^2}{4f}\operatorname{tg}\alpha$	Q_p
0	4,40	0,0000	1,000	0,000	42,0	21,00	0,00	0,00	0,00	0,000
1	4,35	0,0357	0,999	0,170	35,9	18,90	4,20	3,58	+ 0,62	+ 0,163
2	4,25	0,0619	0,998	0,295	32,4	16,80	8,40	6,21	+ 2,19	+ 0,574
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

m	e	x	e''	$\frac{p}{2e}\cos\alpha$	$\min Q_p$	Q_p	$\max Q_p$
0	42,0	21,00	—	0,00625	− 2,755	0,000	+ 2,755
1	35,9	18,90	—	0,00730	− 2,605	+ 0,163	+ 2,768
2	32,4	16,80	—	0,00808	− 2,280	+ 0,571	+ 2,854
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.

c) Rechenvorschrift für Lastenzüge (140). α) Ungünstigste Laststellung (Abb. 92c).

Größtmomente für Rechtsfahrt, Belastungsbereich $= e$

Kleinstmomente für Linksfahrt, Belastungsbereich $= e'$.

Bedingung für die ungünstigste Laststellung (102): $\begin{cases} \mathfrak{P}_n : \mathfrak{P}_r < e : e'' < \mathfrak{P}_n : \mathfrak{P}_{r-1} \\ \text{oder} \quad \mathfrak{P}_n : \mathfrak{P}_r < e' : e''' < \mathfrak{P}_n : \mathfrak{P}_{r-1}. \end{cases}$

Für $\max M_{i',m}$, $\max M_{a',m}$. (Lastenzug E.)

m	e	e''	$e:e''$	n	r	$r-1$	$\mathfrak{P}_n$	$\mathfrak{P}_r$	$\mathfrak{P}_{r-1}$	$\mathfrak{P}_n:\mathfrak{P}_r$	$\mathfrak{P}_n:\mathfrak{P}_{r-1}$
					Obere Kernpunkte i'						
1	19,66	0,76	25,87	9	1	0	165	20	0	8,25	∞
2	18,62	1,82	10,23	8	1	0	145	20	0	7,25	∞
3	17,55	2,85	6,16	8	2	1	145	40	20	3,63	7,25
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
					Untere Kernpunkte a'						
1	20,50	1,60	12,82	9	1	0	165	20	0	8,25	∞
2	19,55	2,75	7,11	9	2	1	165	40	20	4,12	8,25
3	18,77	4,07	4,61	8	2	1	145	40	20	3,63	7,25
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Für $\min M_{i',m}$, $\min M_{a',m}$.

m	e'	e'''	$e':e'''$	n	r	$r-1$	$\mathfrak{P}_n$	$\mathfrak{P}_r$	$\mathfrak{P}_{r-1}$	$\mathfrak{P}_n:\mathfrak{P}_r$	$\mathfrak{P}_n:\mathfrak{P}_{r-1}$
					Obere Kernpunkte i'						
1	22,33	1,33	16,78	11	1	0	205	20	0	10,25	∞
2	23,35	2,35	9,94	12	2	1	225	40	20	5,63	11,25
3	24,45	3,45	7,09	12	2	1	225	40	20	5,63	11,25
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
					Untere Kernpunkte a'						
1	21,47	0,47	45,7	11	1	0	205	20	0	10,25	∞
2	22,45	1,45	15,46	11	1	0	205	20	0	10,25	∞
3	23,23	2,23	10,41	12	2	1	225	40	20	5,63	11,25
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

β) Grenzwerte der Momente (119), (140) und Abb. 92c:

$\max M_p = + \frac{e''}{e}(\mathfrak{S}_n + \mathfrak{P}_n b_n) - \mathfrak{S}_r;$ $\qquad \min M_p = - \frac{y}{f}\left[\frac{e'''}{e'}(\mathfrak{S}_n + \mathfrak{P}_n b_n) - \mathfrak{S}_r\right];$

$\max M_{i',m}$, $\max M_{a',m}$.

m	e	e''	n	r	b_n	$\mathfrak{P}_n$	$\mathfrak{P}_n b_n$	$\mathfrak{S}_n$	$\mathfrak{S}_n+\mathfrak{P}_n b_n$	$\frac{e''}{e}(\mathfrak{S}_n+\mathfrak{P}_n b_n)$	$\mathfrak{S}_r$	$\max M_p$
						Obere Kernpunkte i						
1	19,66	0,76	9	1	0,9	165	148	1770	1918	74,1	0	74,1
2	18,62	1,82	8	1	3,3	145	479	1118	1597	150,0	0	150,0
3	17,55	2,85	8	2	2,7	145	392	1118	1510	245	30	215
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
						Untere Kernpunkte a'						
1	20,50	1,60	9	1	0,9	165	148	1770	1918	149,7	0	149,7
2	19,55	2,75	9	2	0,3	165	49	1770	1819	256	30	226
3	18,77	4,07	8	2	2,7	145	392	1118	1510	328	30	298
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

$\min M_{i',m}$, $\min M_{a',m}$.

m	e'	e'''	n	r	b_n	$\mathfrak{P}_n$	$\mathfrak{P}_n b_n$	$\mathfrak{S}_n$	$\mathfrak{S}_n+\mathfrak{P}_n b_n$	$\frac{e'''}{e'}\cdot(\mathfrak{S}_n+\mathfrak{P}_n b_n)$	$\mathfrak{S}_r$	$-\frac{f}{y}\cdot\min M_p$	y	$\min M_p$
							Obere Kernpunkte i'							
1	22,33	1,33	11	1	0,0	205	0	2295	2295	136,7	0	136,7	4,50	— 139,7
2	23,35	2,35	12	2	0,0	225	0	2602	2602	262	30	232	4,41	— 262,5
3	24,45	3,45	12	2	0,0	225	0	2602	2602	367	30	337	4,29	— 328
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
							Untere Kernpunkte a'							
1	21,47	0,47	11	1	0,0	205	0	2295	2295	39,6	0	39,6	4,15	— 37,4
2	22,45	1,45	11	1	0,0	205	0	2295	2295	148,4	0	148,4	4,04	— 136,3
3	23,23	2,23	12	2	0,0	225	0	2602	2602	250	30	220	3,81	— 190,5
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

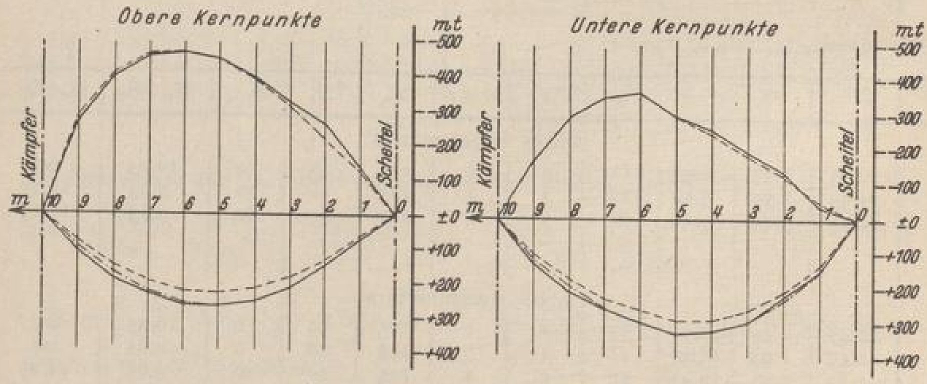

Abb. 95. Kernmomente aus Lastenzug E.

———— Kernmomente aus Lastenzug E der Reichsbahn.

– – – – Kernmomente aus der Ersatzlast $p_E = 8,89$ t/m der (BE) für Lastenzug E.

—·—·— Positive Kernmomente aus $p_0 = 10,35$ (obere Kernpunkte) und $p_0 = 9,97$ (untere Kernpunkte). p_0 ist diejenige Ersatzlast, die sich mit (139) dem Ergebnis aus Einzellasten am besten anschmiegt.