Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Zahlenbeispiele

urn:nbn:de:hbz:466:1-74292

Bei Stäben mit gleichbleibender Krümmung ($r = \text{const} \gg d$) werden die Schnittkräfte als Funktionen des Tangentenwinkels α angegeben, so daß die Verschiebung bei konstantem Trägheitsmoment ($J = \text{const}$) nach (170) folgendermaßen berechnet wird:

$$\overline{1}_k (E J \delta_k) = r \frac{J}{F} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \overline{N}_k N \, d\alpha + r \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \overline{M}_k M \, d\alpha \,. \tag{190}$$

Die Ergebnisse sind für die wichtigsten Ansätze des Integranden bestimmt und in Tabelle **16** angeschrieben worden.

Berechnung der gegenseitigen Verdrehung $E J_c \delta_g$ der Stabquerschnitte am Gelenk g eines Gerberträgers (Abb. 103).

Das Trägheitsmoment wird als konstant angenommen. Die Biegungsmomente M aus der vorgeschriebenen gleichförmigen Belastung p sind in sechs Teile zerlegt worden (Abb. **103**b). Die Biegungsmomente aus der virtuellen Belastungseinheit des Geradenpaares in g sind in Abb. **103**c wiedergegeben. Beide Schaulinien zeigen die Momente an der gezogenen Randfaser, so daß der Integrand $M \overline{M}_g$ positiv ist, wenn beide Ordinaten an derselben Stabseite liegen.

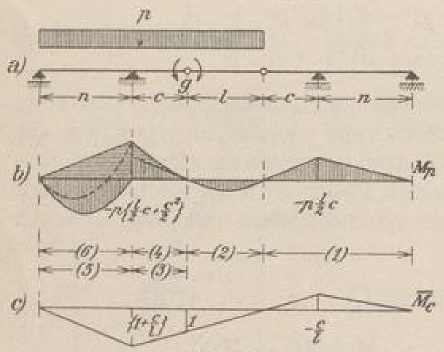

Abb. 103.

$$E J_c \delta_g = \sum_1^6 \frac{J_c}{J} \int M \overline{M}_g \, dx \,,$$

1. $+\frac{1}{3} p \frac{l}{2} c \frac{c}{l} (n' + c')$,
2. $+\frac{1}{24} p l^2 l'$,
3. $-\frac{1}{6} p \frac{lc}{2} \left\{2\left(1 + \frac{c}{l}\right) + 1\right\} c'$,
4. $-\frac{1}{12} p \frac{c^2}{2} \left\{3\left(1 + \frac{c}{l}\right) + 1\right\} c'$,
5. $+\frac{1}{24} p n^2 \left(1 + \frac{c}{l}\right) n'$,
6. $-\frac{1}{3} \frac{p l c}{2} \left(1 + \frac{c}{l}\right)^2 n'$.

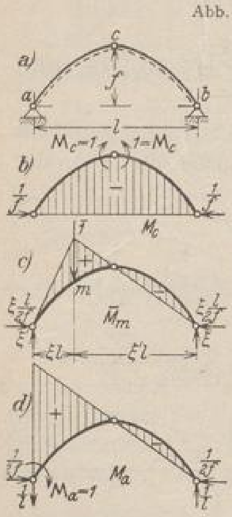

Abb. 104.

Mit $\alpha = 1 + c/l$ ist

$$E J_c \delta_g = \frac{p}{24} \{l' l^2 - c' c \, [2 l (2\alpha + 1) + 3 c (\alpha - 1)] + n' \, [4 c^2 + \alpha n^2 - 4 l c \alpha^2]\} \,.$$

$$n = 15{,}0 \text{ m}\,, \quad c = 7{,}5 \text{ m}\,, \quad l = 15{,}0 \text{ m}\,,$$
$$n' = 8{,}250 \text{ m}\,, \quad c' = 4{,}125 \text{ m}\,, \quad l' = 15{,}000 \text{ m}$$

liefert

$$E J_c \delta_g = \frac{p}{24} (3375 - 4060 - 3713) = -183 p \,.$$

Einflußlinien für die relative Verdrehung der Gelenkquerschnitte eines Bogenträgers.

Die Mittellinie ist eine Parabel, $\frac{J_c}{J \cos\alpha} = 1$.

a) Einflußlinie der Verdrehung des Scheitelgelenks c nach (168): Biegelinie infolge eines Momentenpaares $\mathsf{M}_c = 1$ in c. Rechnung nach (186) mit Abb. 104b. $P = 1$ über dem linken Bogenschenkel, $0 \leqq \xi \leqq \frac{1}{2}$:

$$E J_c \cdot \delta_{cm} = l \int_0^1 M_c \overline{M}_m \, d\xi = \frac{l^2}{15} (4\xi - 5\omega_P'') = \frac{l^2}{6} k_1 \,.$$

Die Einflußlinie Abb. **105**a ist symmetrisch.

b) Einflußlinie der Verdrehung des Kämpfergelenks a nach (168): Biegelinie infolge $\mathsf{M}_a = 1$ in a. Rechnung nach (186) mit Abb. **104**d. $P = 1$ über dem linken Bogenschenkel, $0 \leqq \xi \leqq \frac{1}{2}$:

$$E J_c \delta_{am}^{(l)} = l \int_0^1 M_a \overline{M}_m \, d\xi = \frac{l^2}{30} [5(\omega_D' - \omega_P'') - \xi] = \frac{l^2}{30} \xi (5\xi'^3 - 1) = \frac{l^2}{6} k_2^{(l)} \,.$$

$P = 1$ über dem rechten Bogenschenkel, $\frac{1}{2} \leq \xi \leq 1$:

$$E J_c \delta_{am}^{(r)} = \frac{l^2}{30} [5 (\omega'_D - \omega''_P) - \xi'] = \frac{l^2}{30} \xi' (5 \omega'_\varepsilon - 1) = \frac{l^2}{6} k_2^{(r)} .$$

Die Funktionswerte k_1, k_2 gelten für jeden Dreigelenkbogen mit einer Parabel als Mittellinie und $J_c/J \cos \alpha = 1$.

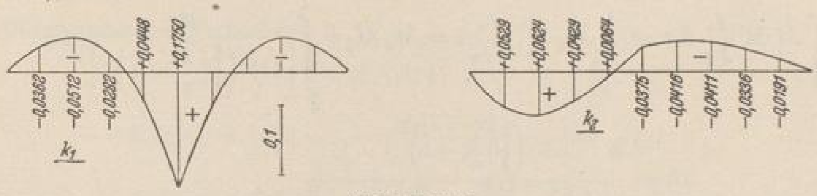

Abb. 105 a u. b.

Unstetiger Verlauf von ζ. Die Steifigkeit des Stabwerks wird oft durch die Anordnung von Vouten und durch die biegungssteife Verbindung der Stützen mit hohen Trägern wesentlich verändert. Sie kann stets durch numerische Integration des Ansatzes verfolgt werden. Die Abb. 106 vergleicht derartige Anordnungen mit den zugeordneten Funktionen ζ. Man vereinfacht aber auch hier den Integranden, um für die wichtigsten Aufgaben geschlossene Lösungen zu erhalten und wählt ζ_h im Bereiche der Voute linear (Kurve 2 in Abb. 106). Die wichtigsten Ergebnisse sind in den Tabellen 14a, b eingetragen.

1. Linearer Verlauf der Trägerhöhe d_h,
2. Verlauf der Trägerhöhe für $\zeta_h = \frac{J_h}{J} = 1 - (1 - n)\,v$,
3. „ „ „ „ $\zeta_h = \frac{J_h}{J} = 1 - (1 - n)\,v^2$,
4. „ „ „ „ $\zeta_h = \frac{J_h}{J} = 1 - (1 - n)\,v^3$.

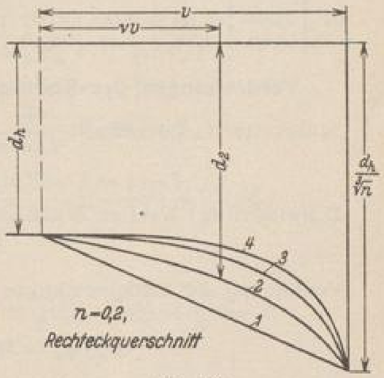

Abb. 106.

Beim Anschluß hoher Träger an die Stützen kann deren Trägheitsmoment im Bereiche des Knotens zur Abschätzung der Steifigkeitsverhältnisse unendlich groß, also $\zeta_h = 0$ angenommen werden. Die Annahme ist in einzelnen Fällen auch bei Trägern brauchbar, die in breite Stützen eingebunden sind. Die Ansätze (171) sind daher auch mit diesen Funktionen ζ für die wichtigsten Aufgaben ausgerechnet und in die Tabellen 15a, b aufgenommen worden. Die Ergebnisse sind für die Untersuchung einzelner Klassen statisch unbestimmter Tragwerke von Bedeutung und daher noch in Abschn. 46 erweitert worden.

Endverdrehung eines Stabes mit linear veränderlichem Querschnitt (Abb. 107). Um bei Stützen mit linear veränderlichem Querschnitt ($J = b d^3/12$) den herauszugreifen, der bei Stützen mit konstantem Querschnitt ($J_m = k J_a$) die gleiche Endverdrehung ergibt, läßt sich die Gl. (191) bilden und für die üblichen Verhältnisse $n = J_a/J_b$ der Endquerschnitte einer rechteckigen Stütze auswerten.

$$\frac{x}{l} = \xi , \qquad \frac{J_a}{J_b} = n , \qquad J_m = k J_a ,$$

$$d = d_a + (d_b - d_a)\,\xi ,$$

$$J = J_a \left[1 + \left(\sqrt[3]{\frac{1}{n}} - 1\right) \xi\right]^3 ,$$

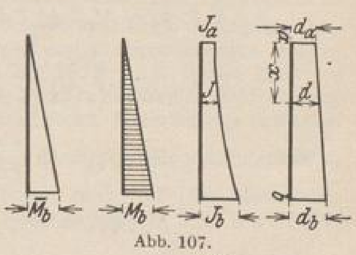

Abb. 107.