



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956


19. Lösungen der Funktion $\int MM (Jc/J)ds$ und Funktionswerte ω

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

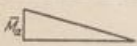

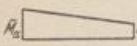
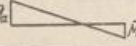


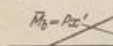

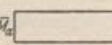
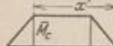


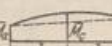
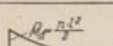
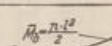
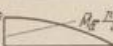



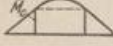
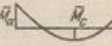
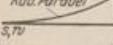
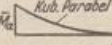
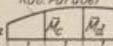
19. Lösungen der Funktion $\int M \bar{M} (J_c/J) ds$ und Funktionswerte ω .


Lösung für gerade Stäbe mit konstantem J_h/J .

Tabelle 12. $\int_0^l M \bar{M} \frac{J_c}{J} dx = l' \int_0^1 M \bar{M} d\xi, \quad l' = l \frac{J_c}{J_h}$.



Abszissen des Punktes c: ξl und $\xi' l$ $s =$ Parabelscheitel $w =$ Wendepunkt

	$\frac{1}{3} M_a \bar{M}_a l'$		$\frac{1}{6} M_a \bar{M}_b l'$
	$\frac{1}{6} M_a (2 \bar{M}_a + \bar{M}_b) l'$		$\frac{1}{6} M_a (2 \bar{M}_a - \bar{M}_b) l'$
	$\frac{1}{6} M_a \bar{M}_c (1 + \xi') l' = \frac{1}{6} M_a P l \omega'_b l'$		
	$\frac{1}{6} M_a \bar{M}_c \xi (3 - \xi) l' = \frac{1}{6} M_a P l \xi^2 (3 - \xi) l'$		
	$\frac{1}{6} M_a \bar{M}_b \xi'^2 l' = \frac{1}{6} M_a P l \xi'^3 l'$		
	$-\frac{1}{6} M_a \bar{M}_c \omega'_M l'$		$\frac{1}{2} M_a \bar{M}_a l'$
	$\frac{1}{2} M_a \bar{M}_c \xi' l'$		$\frac{1}{6} M_a \bar{M}_c \xi' l'$
	$\frac{1}{3} M_a \bar{M}_c l' = \frac{1}{24} M_a p l^2 l'$		$\frac{1}{6} M_a (\bar{M}_a + 2 \bar{M}_c) l'$
	$\frac{1}{4} M_a \bar{M}_a l' = \frac{1}{8} M_a p l^2 l'$		$\frac{1}{12} M_a \bar{M}_b l' = \frac{1}{24} M_a p l^2 l'$
	$\frac{5}{12} M_a \bar{M}_a l' = \frac{5}{24} M_a p l^2 l'$		$\frac{1}{4} M_a \bar{M}_b l' = \frac{1}{8} M_a p l^2 l'$
	$\frac{1}{12} M_a \bar{M}_c \frac{1}{\xi} (2 - \xi'^2) l'$		$\frac{1}{12} M_a \bar{M}_c \frac{1}{\xi'} (2 - \xi)^2 l'$
	$\frac{1}{12} M_a \bar{M}_c \frac{1}{\xi} (1 + 2 \omega_R) l'$		$\frac{1}{6} M_a (\bar{M}_a - 2 \bar{M}_c) l'$
	$\frac{1}{20} M_a \bar{M}_b l'$		$\frac{1}{5} M_a \bar{M}_a l'$
	$\frac{1}{120} M_a (13 \bar{M}_a + 36 \bar{M}_c + 9 \bar{M}_d + 2 \bar{M}_b) l'$		



$\xi = \frac{x}{l} \quad \xi' = \frac{x'}{l}$

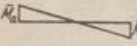
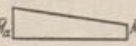



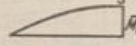
	$\frac{1}{3} M_a \bar{M}_a l'$		$\frac{1}{6} M_a (\bar{M}_a - \bar{M}_b) l'$
	$\frac{1}{3} M_a \bar{M}_c \xi' l'$		$\frac{1}{6} M_a \bar{M}_c (1 - 2 \xi) l'$
	$+\frac{1}{6} M_a \bar{M}_b l'$		$-\frac{1}{6} M_a \bar{M}_b l'$

Tabelle 12. (Fortsetzung) $\int_0^l M \bar{M} \frac{J_c}{J} dx = l' \int_0^1 M \bar{M} d\xi, \quad l' = l \frac{J_c}{J_n}$.



Abszissen des Punktes c : ξl und $\xi' l$

s = Parabelscheitel

w = Wendepunkt

	$\frac{1}{6} (M_a + 2 M_b) \bar{M}_n l'$		$\frac{1}{6} [M_a (2 \bar{M}_a + \bar{M}_b) + M_b (\bar{M}_a + 2 \bar{M}_b)] l'$
	$\frac{1}{3} (M_a^2 + M_a M_b + M_b^2) l'$		$\frac{1}{2} (M_a + M_b) \bar{M}_a l'$
	$\frac{1}{6} [M_a (1 + \xi') + M_b (1 + \xi)] \bar{M}_c l' = \frac{Pl}{6} (M_a \omega'_D + M_b \omega_D) l'$		
	$\frac{1}{2} \bar{M}_c (M_a + M_b) \xi' l'$		$\frac{1}{6} \xi [M_a (3 - \xi) + M_b \xi] \bar{M}_a l'$
	$\frac{1}{6} \bar{M}_c (M_a - M_b) \xi' l'$		$\frac{1}{6} \bar{M}_c [M_b \omega_M - M_a \omega'_M] l'$
	$\frac{1}{3} \bar{M}_c (M_a + M_b) l'$		$\frac{1}{6} [M_a (\bar{M}_a + 2 \bar{M}_c) + M_b (2 \bar{M}_c + \bar{M}_b)] l'$
	$\frac{1}{12} \bar{M}_a (3 M_a + M_b) l'$		$\frac{1}{12} \frac{1}{\xi} (1 + 2 \omega_R) (M_a + M_b) \bar{M}_c l'$
	$\frac{1}{12} \bar{M}_a (5 M_a + 3 M_b) l'$		$\frac{1}{12} \frac{1}{\xi} [M_a (2 - \xi'^2) + M_b (2 - \xi'^2)] \bar{M}_c l'$
	$\frac{1}{20} (4 M_a + M_b) \bar{M}_a l'$		$\frac{3}{20} (2 M_a + 3 M_b) \bar{M}_b l'$
	$\frac{1}{120} [M_a (13 \bar{M}_a + 36 \bar{M}_c + 9 \bar{M}_d + 2 \bar{M}_b) + M_b (2 \bar{M}_a + 9 \bar{M}_c + 36 \bar{M}_d + 13 \bar{M}_b)] l'$		



$$\xi = \frac{x}{l}, \quad \xi' = \frac{x'}{l}$$

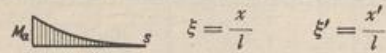
	$\frac{1}{5} M_c \bar{M}_b l'$		$\frac{7}{15} M_c \bar{M}_a l'$
	$\frac{8}{15} M_c \bar{M}_c l'$		$\frac{1}{3} M_c \bar{M}_c (1 + \omega_R) l' = \frac{1}{3} M_c Pl \omega'_P l'$
	$\frac{5}{12} M_c \bar{M} l'$		$\frac{2}{3} M_c \bar{M}_c \xi' (1 + \omega_R) l'$

Tabelle 12 (Fortsetzung). $\int_0^l M \bar{M} \frac{J_c}{J} dx = l' \int_0^1 M \bar{M} d\xi$, $l' = l \frac{J_c}{J_b}$.



$$\xi = \frac{x}{l}, \quad \xi' = \frac{x'}{l}, \quad \zeta = \frac{u}{l}, \quad \zeta' = \frac{l-u}{l}$$

	$\frac{1}{3} M_c \bar{M}_c (1 + \omega_R) l'$		$\frac{1}{12} M_c \bar{M}_a [5 - \xi(1 + \xi)] l'$
	$\frac{1}{12} M_c \bar{M}_b [1 + \xi(1 + \xi)] l'$		$\frac{1}{6} M_c \bar{M}_c \left[2 - \frac{(\xi' - \zeta')^2}{\xi' \zeta'} \right] l'$
	$\frac{1}{6} M_c \bar{M}_c \left[2 - \frac{(\xi - \zeta)^2}{\xi \zeta'} \right] l'$		$\frac{1}{12} M_c \bar{M}_c \frac{3 - 4 \xi^2}{\xi'} l'$
	$\frac{1}{6} M_c \bar{M}_c \left(3 \frac{\zeta'}{\xi'} - \frac{\xi^2}{\xi' \zeta'} \right) l'$		$\frac{1}{6} M_c \bar{M}_c \left(3 - \frac{\zeta^2}{\xi \xi'} \right) l'$
	$\frac{1}{6} M_c \bar{M}_c \frac{\zeta'}{\xi'} \left(1 - \frac{\xi^2}{\zeta \zeta'} \right) l'$		$\frac{1}{6} M_c \bar{M}_c \frac{\xi' - \zeta}{\zeta' - \zeta} \left(1 - \frac{\zeta^2}{\xi \xi'} \right) l'$
	$\frac{1}{6} M_c \bar{M}_c \left(1 + \xi - 3 \frac{\zeta'^2}{\xi'} \right) l'$		$-\frac{1}{6} M_c \bar{M}_c \left(1 + \xi' - 3 \frac{\zeta^2}{\xi} \right) l'$
	$\frac{1}{2} M_c \bar{M}_a l'$		



$$\xi = \frac{x}{l}, \quad \xi' = \frac{x'}{l}$$

	$\frac{1}{5} M_a \bar{M}_a l'$		$\frac{1}{30} M_a \bar{M}_b l'$
	$\frac{3}{10} M_a \bar{M}_a l'$		$\frac{2}{15} M_a \bar{M}_b l'$
	$\frac{1}{12} M_a \bar{M}_a \xi [2 + (1 + \xi')^2] l'$		$\frac{1}{12} M_a \bar{M}_b \xi'^3 l'$
	$\frac{1}{6} M_a \bar{M}_a l'$		$\frac{1}{30} M_a \bar{M}_a \xi [10 - \xi(5 - \xi)] l'$



	$\left[M_c^2 + \frac{(M_b - M_a)^2}{12} - 2 \frac{M_{c2} M_c}{3} + \frac{M_{c2}^2}{5} \right] l'$
	$\left[M_c \bar{M}_c + \frac{(M_b - M_a)(\bar{M}_b - \bar{M}_a)}{12} - \frac{M_{c2} \bar{M}_c}{3} - \frac{\bar{M}_{c2} M_c}{3} + \frac{M_{c2} \bar{M}_{c2}}{5} \right] l'$
	$\frac{1}{60} (15 M_a + 5 M_b + 12 M_{c2}) \bar{M}_a l'$
	$\frac{1}{60} (15 M_a + 25 M_b + 28 M_{c2}) \bar{M}_b l'$

Lösung für gerade Stäbe mit stetig veränderlichem J_h/J .

Tabelle 13a. $\int_0^l M \bar{M} \frac{J_c}{J} dx$ für symmetrisches, stetig veränderliches $\frac{J_h}{J}$.



$$\frac{J_h}{J} = \zeta = 1 - (1-n)(1-2\xi)^2$$

$$\xi = \frac{x}{l}$$

$$\xi' = \frac{x'}{l}$$

$$l' = l \frac{J_c}{J_h}$$



	$\frac{1}{15} M_a \bar{M}_a (3 + 2n) l'$		$\frac{1}{30} M_a \bar{M}_b (4 + n) l'$
	$\frac{1}{6} M_a \bar{M}_a (2 + n) l'$		$\frac{1}{15} M_a \bar{M}_c (4 + n) l'$
	$\frac{1}{30} M_a \bar{M}_c [(4 + n)(1 + \xi') + 2(1 - n)\xi'^2(3\xi - 1)] l'$		



	$\frac{1}{3} M_a \bar{M}_a l' (2 + n)$		$\frac{1}{6} M_a \bar{M}_c [(2 + n) + 2(1 - n)\omega_R] l'$
--	--	--	---



	$\frac{1}{30} [2(M_a \bar{M}_a + M_b \bar{M}_b)(3 + 2n) + (M_a \bar{M}_b + M_b \bar{M}_a)(4 + n)] l'$		
	$\frac{1}{6} (M_a + M_b) \bar{M}_a (2 + n) l'$		$\frac{1}{15} (M_a + M_b) \bar{M}_c (4 + n) l'$



	$\frac{1}{15} M_c \bar{M}_c [(4 + n)(1 + \omega_R) - 3(1 - n)\omega_R^2] l'$		
	$\frac{8}{105} M_c \bar{M}_c (n + 6) l'$		

Tabelle 13b. $\int_0^l M \bar{M} \frac{J_c}{J} dx$ für unsymmetrisches, stetig veränderliches $\frac{J_h}{J}$.



$$\frac{J_h}{J} = \zeta = 1 - (1-n)(1-\xi)^2$$

$$\xi = \frac{x}{l} \quad \xi' = \frac{x'}{l} \quad l' = l \frac{J_c}{J_h}$$



	$\frac{1}{4} M_a \bar{M}_a (1+n) l'$		$\frac{1}{15} M_a \bar{M}_a (2+3n) l'$
	$\frac{1}{60} M_a \bar{M}_b (7+3n) l'$		$\frac{1}{15} M_a \bar{M}_c (3+2n) l'$
	$\frac{1}{60} M_a \bar{M}_c (1+\xi') [10-3(1-n)(1+\xi'^2)] l'$		



	$\frac{1}{12} M_b \bar{M}_b (5+n) l'$		$\frac{1}{30} M_b \bar{M}_b (9+n) l'$
	$\frac{1}{60} M_b \bar{M}_c \{10(1+\xi) - (1-n)[3(1+\xi)(1+\xi^2) - 10\xi^2]\} l'$		
	$\frac{1}{15} M_b \bar{M}_c (4+n) l'$		



	$\frac{1}{3} M_c \bar{M}_a (2+n) l'$		$\frac{1}{12} M_c \bar{M}_c [6 - (1-n)(3\xi' + \xi'^2)] l'$
--	--------------------------------------	--	---



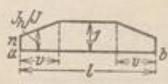
	$\frac{1}{60} 4 \bar{M}_a M_a (2+3n) + (\bar{M}_a M_b + \bar{M}_b M_a) (7+3n) + 2 \bar{M}_b M_b (9+n) l'$		
	$\frac{1}{12} \bar{M}_a [3 M_a (1+n) + M_b (5+n)] l'$		$\frac{1}{15} \bar{M}_c [M_a (3+2n) + M_b (4+n)] l'$



	$\frac{1}{15} M_c \bar{M}_c \{5(1+\omega_R) - (1-n)[1+\xi' + \omega_R(\xi' + 2\xi'^2)]\} l'$		
	$\frac{8}{105} M_c \bar{M}_c (5+2n) l'$		

Lösung für gerade Stäbe mit unstetig veränderlichem J_h/J .

Tabelle 14a. $\int_0^l M \bar{M} \frac{J_c}{J} dx$ für veränderliches $\frac{J_h}{J}$ an beiden Stabenden.



$$\frac{J_h}{J} = \xi = 1 - (1-n) \frac{v-x}{v} = 1 - (1-n) \left(1 - \frac{\xi}{v}\right)$$

$$\xi = \frac{x}{l}, \quad \xi' = \frac{x'}{l}, \quad \frac{v}{l} = v, \quad \frac{l-v}{l} = v', \quad v' = l \frac{J_c}{J_h}, \quad n = \frac{J_h}{J_a}$$



	$\frac{1}{6} M_a \bar{M}_a [2 - (1-n)v(2+v^2)] l'$		$\frac{1}{6} M_a \bar{M}_b [1 - (1-n)v^2(2-v)] l'$
	$\frac{1}{2} M_a \bar{M}_a [1 - (1-n)v] l'$		$\frac{1}{3} M_a \bar{M}_c [1 - (1-n)v^2(2-v)] l'$
	$\frac{1}{12} M_a \bar{M}_c \left[2(1+\xi') - (1-n) \frac{v^2}{\omega_R} (v + 2v'\xi') \right] l'$		
	$\frac{1}{12} M_a \bar{M}_c \left\{ 2(1+\xi') - (1-n) \frac{1}{\xi'} \left[2v(2+v^2) + \frac{\xi^2}{v} (1+\xi') - 2\xi(2+\xi') \right] \right\} l'$		
	$\frac{1}{12} M_a \bar{M}_c \left\{ 2(1+\xi') - (1-n) \frac{1}{\xi} \left[2v^2(2-v) + \frac{\xi'^3}{v} - 2\xi'^2 \right] \right\} l'$		
	$M_a \bar{M}_a [1 - (1-n)v] l'$		$\frac{1}{12} M_a \bar{M}_c \left[6 - (1-n) \frac{2v^2}{\omega_R} \right] l'$
	$\frac{1}{6} M_a \bar{M}_c \left\{ 3 - \frac{1-n}{\xi'} \left[3(v-\xi) + \frac{\xi^2}{v} \right] \right\} l'$		
	$\frac{1}{6} \{ (M_a \bar{M}_a + M_b \bar{M}_b) [2 - (1-n)v(2+v^2)] + (M_a \bar{M}_b + M_b \bar{M}_a) [1 - (1-n)v^2(2-v)] \} l'$		
	$\frac{1}{2} (M_a + M_b) \bar{M}_a [1 - (1-n)v] l'$		$\frac{1}{3} (M_a + M_b) \bar{M}_c \cdot [1 - (1-n)v^2(2-v)] l'$
	$\frac{1}{15} M_c \bar{M}_c \left\{ 5(1+\omega_R) - (1-n) \frac{1}{\xi'} \left[5v^2(2-v) + \xi^2 \left(\frac{\xi}{v} (5-3\xi) - 5(2-\xi) \right) \right] \right\} l'$		
	$\frac{1}{15} M_c \bar{M}_c \left[5(1+\omega_R) - (1-n) \frac{v^3(5-3v)}{\omega_R} \right] l'$		
	$\frac{8}{15} M_c \bar{M}_c [1 - (1-n)v^2(5-6v+2v^2)] l'$		

Tabelle 14 b. $\int_0^l M \bar{M} \frac{J_c}{J} dx$ für veränderliches $\frac{J_h}{J}$ an einem Stabende.

		$\frac{J_h}{J} = \zeta = 1 - (1-n) \frac{v-x}{v} = 1 - (1-n) \left(1 - \frac{\xi}{v}\right),$ $\xi = \frac{x}{l}, \quad \xi' = \frac{x'}{l}, \quad v = \frac{v}{l}, \quad v' = \frac{l-v}{l}, \quad l' = l \frac{J_c}{J_h}, \quad n = \frac{J_h}{J_a}$	
	$\frac{1}{6} M_a \bar{M}_a [3 - (1-n)v(3-v)] l'$		$\frac{1}{12} M_a \bar{M}_b [2 - (1-n)v^2(2-v)] l'$
	$\frac{1}{12} M_a \bar{M}_a \{4 - (1-n)v[2 + (2-v)^2]\} l'$		
	$\frac{1}{12} M_a \bar{M}_c \left[2(1+\xi') - (1-n) \frac{v^2}{\xi} (2-v)\right] l'$		
	$\frac{1}{12} M_a \bar{M}_c \left\{2(1+\xi') - \frac{1-n}{\xi'} \left[v(2 + (2-v)^2) + \frac{\xi^2}{v} (1+\xi') - 2\xi(2+\xi')\right]\right\} l'$		
	$\frac{1}{15} M_a \bar{M}_c [5 - (1-n)v^2(10v' + 3v^2)] l'$		
	$\frac{1}{12} M_b \bar{M}_b [4 - (1-n)v^3] l'$		$\frac{1}{6} M_b \bar{M}_a [3 - (1-n)v^2] l'$
	$\frac{1}{12} M_b \bar{M}_c \left\{2(1+\xi) - (1-n) \frac{1}{\xi'} \left[v^2(2-v) - \xi^2 \left(2 - \frac{\xi}{v}\right)\right]\right\} l'$		
	$\frac{1}{12} M_b \bar{M}_c \left[2(1+\xi) - (1-n) \frac{v^3}{\xi}\right] l'$		$\frac{1}{15} M_b \bar{M}_c [5 - (1-n)v^3(5-3v)] l'$
	$\frac{1}{15} M_c \bar{M}_c \left[5(1+\omega_R) - (1-n) \frac{v^3}{\xi} (5-3v)\right] l'$		
	$\frac{1}{15} M_c \bar{M}_c \left\{5(1+\omega_R) - \frac{1-n}{\xi'} \left[\frac{\xi^3}{v} (5-3\xi) - 5\xi^2(2-\xi) + v^2(10v' + 3v^2)\right]\right\} l'$		
	$\frac{4}{15} M_c \bar{M}_c [2 - (1-n)(5-6v+2v^2)v^3] l'$		

Tabelle 15a. $\int_0^l M \bar{M} \frac{J_c}{J} dx$ für unendlich großes Trägheitsmoment an beiden Stabenden.

		$\frac{J_h}{J}$	$l' = l \frac{J_c}{J_h}$	$v' = 1 - v$ $\xi = \frac{x}{l}$ $\xi' = \frac{x'}{l'}$
	$\frac{1}{3} M_a \bar{M}_a (1 - 2\nu) (1 - \nu\nu')$		$\frac{1}{6} M_a \bar{M}_b (1 - 2\nu) (1 + 2\nu\nu')$	
	$\frac{1}{6} M_a (1 - 2\nu) [2\bar{M}_a + \bar{M}_b - 2(\bar{M}_a - \bar{M}_b)\nu\nu'] l'$			
	$\frac{1}{6} M_a \bar{M}_c \left\{ 1 + \xi' - \frac{\nu^2}{\omega_R} [3\xi' - 2\nu(1 - 2\xi)] \right\} l' = \frac{1}{6} \frac{M_a \bar{M}_c}{\omega_R} \{ \omega'_b - \nu^2 [3\xi' - 2\nu(1 - 2\xi)] \} l'$			
	$\frac{M_a \bar{M}_c}{3} (1 - 2\nu) (1 + 2\nu\nu')$		$\frac{1}{3} M_a \bar{M}_c \frac{1}{\xi'} (1 - 2\nu) (1 - \nu\nu')$	
	$\frac{1}{12} M_a \bar{M}_c \frac{1}{\xi} (1 + 2\omega_R - 6\nu^2) l'$		$\frac{1}{6} M_a \bar{M}_c \frac{1}{\xi} (1 - 2\nu) (1 + 2\nu\nu')$	
	$\frac{1}{12} M_a \bar{M}_c \frac{1}{\xi} \frac{\nu' - \nu}{\xi' - \xi} [1 - 6\xi^2 + 2\nu\nu'] l'$			
	$M_a \bar{M}_a (1 - 2\nu) l'$		$\frac{1}{2} M_a \bar{M}_c \frac{1 - 2\nu}{\xi'} l'$	
	$\frac{1}{2} M_a \bar{M}_c \left(1 - \frac{\nu^2}{\omega_R} \right) l'$			
	$\frac{1}{6} (\nu' - \nu) [\bar{M}_a (2M_a + M_b) + \bar{M}_b (2M_b + M_a) - 2\nu\nu' (\bar{M}_a - \bar{M}_b) (M_a - M_b)] l'$			
	$\frac{1}{2} \bar{M}_a (M_a + M_b) (1 - 2\nu) l'$		$\frac{1}{3} (M_a + M_b) \bar{M}_c (1 - 2\nu) (1 + 2\nu\nu')$	
	$\frac{1}{3} M_c \bar{M}_c \frac{1}{\xi'} (1 - 2\nu) (1 + 2\nu\nu')$		$\frac{1}{3} \frac{M_c \bar{M}_c}{\omega_R} [\omega''_b - \nu^3 (4 - 3\nu)] l'$	

Tabelle 15b. $\int_0^l M \bar{M} \frac{J_2}{J} dx$ für unendlich großes Trägheitsmoment an einem Stabende.

		$\frac{J_h}{J}$	$\nu = l \frac{J_c}{J_h}$	$\xi = \frac{x}{l}$	$\xi' = \frac{x'}{l}$
	$\frac{1}{2} M_a \bar{M}_a \nu'^2 l'$		$\frac{1}{3} M_a \bar{M}_a \nu'^3 l'$		
	$\frac{1}{6} M_a \bar{M}_b \nu'^2 (3 - 2\nu') l'$		$\frac{1}{3} M_a \bar{M}_c [4\nu'^3 - 3\nu'^4] l'$		
	$\frac{1}{3} M_a \bar{M}_c \frac{\nu'^3}{\xi'} l'$		$\frac{1}{6} M_a \bar{M}_c \frac{1}{\xi} [\nu'^2 (3 - 2\nu') - \nu\nu'\xi' - \nu'\xi'^2] l'$		
	$\frac{1}{2} M_b \bar{M}_a (1 - \nu^2) l'$		$\frac{1}{3} M_b \bar{M}_b (1 + \nu + \nu^2) \nu' l'$		
	$\frac{1}{6} M_b \bar{M}_c \frac{\nu'^2}{\xi'} (1 + 2\nu) l'$		$\frac{1}{6} M_a \bar{M}_c \left(1 + \xi - \frac{2\nu^3}{\xi} \right) l'$		
	$\frac{1}{3} M_b \bar{M}_c [1 - \nu^3 (4 - 3\nu)] l'$				
	$M_a \bar{M}_a \nu' l'$		$\frac{1}{2} M_a \bar{M}_c \frac{\nu'^2}{\xi'} l'$		
	$\frac{1}{2} M_a \bar{M}_c \left(1 - \frac{\nu^2}{\xi} \right) l'$				
	$\frac{\nu'}{6} \{ M_a \nu' [2 \bar{M}_a \nu' + \bar{M}_b (1 + 2\nu)] + M_b [2 \bar{M}_b (1 + \nu + \nu^2) + \nu' \bar{M}_a (1 + 2\nu)] \} l'$				
	$M_a \frac{\nu'}{2} [\bar{M}_a (1 - \nu) + \bar{M}_b (1 + \nu)] l'$				
	$\frac{1}{3} \bar{M}_a [M_a (4\nu'^3 - 3\nu'^4) + M_b (1 - 4\nu^3 + 3\nu^4)] l'$				
	$\frac{1}{3} M_c \bar{M}_c \frac{\nu'^3}{\xi'} (4 - 3\nu') l'$				
	$\frac{1}{3} \frac{M_c \bar{M}_c}{\omega_R} [\omega_P'' - \xi' \nu^3 (3 - 4\nu)] l'$				

Lösung für gekrümmte Stäbe mit $r = \text{const}$ und $J = \text{const}$.

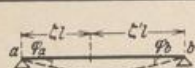
Tabelle 16. $\int_0^b M \bar{M} \frac{J_h}{J} ds.$

	$\xi = \frac{x}{l}$	$\xi' = \frac{x'}{l}$	$b' = b \frac{J_c}{J_h}$
	$\beta = \frac{b_c}{b}$	$\beta' = \frac{b'_c}{b}$	
	$M = 1 \cdot y$		
	$\frac{1}{2} \bar{M}_a r \left(\frac{l}{b} - \frac{e}{r} \right) b'$		$\bar{M}_a r \left(\frac{l}{b} - \frac{e}{r} \right) b'$
	$\frac{1}{2} \frac{\bar{M}_c}{\omega_R} r \frac{l}{b} \left\{ \omega_R + \frac{e}{l} \left[2 \frac{y_c}{l} - \frac{b}{r} (\xi \beta' + \xi' \beta) \right] \right\} b'$		
	$\bar{M}_b \frac{r l^2}{b l} b'$		$\frac{1}{4} \bar{M}_c r \left(\frac{l}{b} + 8 \frac{e f}{b l} - 2 \frac{e}{r} \right) b'$
	$2 \bar{M}_c r \left(\frac{l}{3b} + \frac{e r}{l^2} - \frac{e}{2r} - \frac{e^2}{b l} \right) b'$		$\frac{r^2}{2} \left(1 + 2 \frac{e^2}{r^2} - 3 \frac{e l}{b r} \right) b'$
	$2 \bar{M}_c r \left(\frac{l}{3b} + \frac{e r}{l^2} - \frac{e}{2r} - \frac{e^2}{b l} \right) b'$		
	$\frac{1}{4} M_a \bar{M}_a \left(1 + 2 \frac{r^2}{l^2} - \frac{2 e r}{b l} \right) b'$		$\frac{1}{4} M_a \bar{M}_b \left(1 - 2 \frac{r^2}{l^2} + \frac{2 e r}{b l} \right) b'$
	$\frac{1}{2} M_a \bar{M}_a b'$		$\frac{1}{2} M_a \bar{M}_c \left(1 - 2 \frac{r^2}{l^2} + \frac{2 e r}{b l} \right) b'$
	$\frac{1}{4} \frac{M_a \bar{M}_c}{\omega_R} \left[\xi \beta' + \xi' \beta + 2 \frac{r^2}{l^2} (\xi \beta' - \xi' \beta) - \frac{y_c}{l} \frac{r}{b} (2 + \xi - \xi') \right] b'$		
	$2 M_a \bar{M}_c \left(\frac{2 e r}{3 b l} - \frac{e^2}{l^2} + \frac{8 f r^3}{3 b l^3} \right) b'$		
	$2 M_a \bar{M}_c \left(\frac{e r}{3 b l} + \frac{1}{4} - \frac{8 f r^3}{3 b l^3} \right) b'$		
	$\frac{1}{2} M_a r \left(\frac{l}{b} - \frac{e}{r} \right) b'$		
	$\frac{1}{2} M_a \bar{M}_b \frac{r}{l} \left(2 \frac{r}{b} - \frac{r}{l} - \frac{e}{b} \right) b'$		$\frac{1}{2} M_a \bar{M}_a \frac{r}{l} \left(2 \frac{r}{b} + \frac{r}{l} - 3 \frac{e}{b} \right) b'$
	$\frac{1}{4} M_a \bar{M}_c \frac{r}{l} \left(\frac{l}{r} - 8 \frac{f}{b} + 2 \frac{r}{l} - \frac{e l}{b r} \right) b'$		
	$\frac{1}{4} M_a \bar{M}_c \frac{r}{l} \left(\frac{l}{r} - 2 \frac{r}{l} + \frac{e l}{b r} \right) b'$		

Verdrehungen der Endquerschnitte mit Angaben über die Biegelinien für Balkenträger mit konstantem J_h/J .

Die Winkel φ_a, φ_b und die Ordinaten w, f der Biegelinie werden im EJ_c fachen Betrag angegeben. Tabelle 17. Träger auf zwei Stützen.

$\varphi_a / \frac{l'}{6} = R_{(k-1)k}, \varphi_b / \frac{l'}{6} = R_{kk}$ werden auf S. 258 als Kreuzlinienabschnitte verwendet.



Abszissen der Belastung: $\xi l, \xi' l$; Abszissen der Stabquerschnitte: $\zeta l, \zeta' l$; Schnitt h links der Last, Schnitt r rechts der Last.

$l \cdot J_c / J_h = l'$

	$\varphi_a = \frac{l'}{6} Pl \omega_D'; \quad \varphi_b = \frac{l'}{6} Pl \omega_D;$		
	$w_h = \frac{l'}{6} Pl^2 \xi' \zeta [\xi (1 + \xi') - \zeta^2]; \quad w_r = \frac{l'}{6} Pl^2 \xi \zeta' [\xi' (1 + \xi) - \zeta'^2]$		
	w im Lastpunkt ($\zeta = \xi$): $w = f = \frac{l'}{3} Pl^2 \xi^2 \xi'^2;$		
	$\varphi_a = \frac{l'}{6} \frac{10}{27} Pl; \quad \varphi_b = \frac{l'}{6} \frac{8}{27} Pl$		$\varphi_a = \varphi_b = \frac{l'}{6} \frac{3}{8} Pl$
	$\varphi_a = \frac{l'}{6} 2 Pl \xi' (1 - \xi'^2 - \frac{3}{4} \gamma^2);$		$\varphi_b = \frac{l'}{6} 2 Pl \xi (1 - \xi^2 - \frac{3}{4} \gamma^2)$
	$\varphi_a = -\frac{l'}{6} Pl \omega_D''; \quad \varphi_b = \frac{l'}{6} Pl \omega_D''$		$\varphi_a = \varphi_b = \frac{l'}{6} 3 Pl \omega_R$
	$\varphi_a = \varphi_b = \frac{l'}{6} Pl \frac{n}{4} (1 - \frac{1}{n^2})$		$\varphi_a = \varphi_b = \frac{l'}{6} \frac{2}{3} Pl$
	$\varphi_a = \varphi_b = \frac{l'}{6} Pl \frac{n}{4} (1 + \frac{1}{2n^2})$		$\varphi_a = \varphi_b = \frac{l'}{6} \frac{19}{24} Pl$
	$\varphi_a = \frac{l'}{6} Pl \frac{2n+1}{8} [1 - \frac{1}{(2n+1)^4}];$		
	$\varphi_b = \frac{l'}{6} Pl \frac{2n+1}{8} [1 - \frac{1}{(2n+1)^2} + \frac{1}{(2n+1)^4}]$		
	$\varphi_a = \frac{l'}{6} p l^2 2 \gamma \xi' (1 - \gamma^2 - \xi'^2);$		$\varphi_b = \frac{l'}{6} p l^2 2 \gamma \xi (1 - \gamma^2 - \xi^2)$
	$\varphi_a = \frac{l'}{6} p l^2 4 \gamma^2 (1 - \gamma)^2;$		$\varphi_b = \frac{l'}{6} p l^2 2 \gamma^2 (1 - 2 \gamma^2)$
	$\varphi_a = \varphi_b = \frac{l'}{6} p l^2 \frac{\gamma}{4} (3 - 4 \gamma^2)$		$\varphi_a = \varphi_b = \frac{l'}{6} \frac{13}{108} p l^2$
	$\varphi_a = \varphi_b = \frac{l'}{6} \frac{p l^2}{4}; \quad w = \frac{l'}{24} p i^3 \omega_p'';$		w in Stabmitte: $w = f = \frac{5}{384} l' p l^3$
	$\varphi_a = \varphi_b = \frac{l'}{6} p l^2 \frac{\beta}{4} (3 - \beta^2 - 3 \alpha^2)$		
	$\varphi_a = \varphi_b = \frac{l'}{6} p l^2 \frac{\beta^2}{2} (3 - 2 \beta)$		$\varphi_a = \varphi_b = \frac{l'}{6} \frac{7}{54} p l^2$

Tabelle 17 (Fortsetzung).

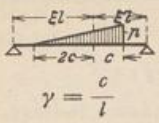




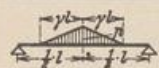

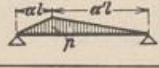
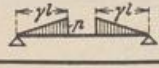
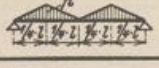


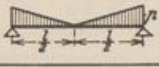
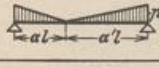
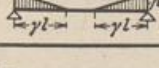
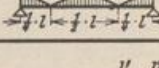
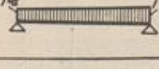
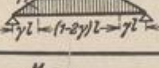
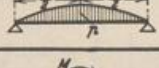
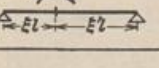
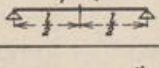
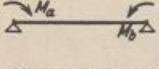
	$\varphi_a = \frac{l'}{6} \frac{3}{2} p l^2 \gamma \xi' \left[\xi (1 + \xi') - \frac{15 \xi' + 2 \gamma}{10 \xi'} \gamma^2 \right];$ $\varphi_b = \frac{l'}{6} \frac{3}{2} p l^2 \gamma \xi \left[\xi' (1 + \xi) - \frac{15 \xi - 2 \gamma}{10 \xi} \gamma^2 \right]$		
	$\varphi_a = \frac{l'}{6} \frac{p l^2}{60} \alpha^2 (40 - 45 \alpha + 12 \alpha^2); \quad \varphi_b = \frac{l'}{6} \frac{p l^2}{15} \alpha^2 (5 - 3 \alpha^2)$		
	$\varphi_a = \frac{l'}{6} \frac{p l^2}{60} \beta^2 (10 - 3 \beta^2); \quad \varphi_b = \frac{l'}{6} \frac{p l^2}{60} \beta^2 (20 - 15 \beta + 3 \beta^2)$		
	$\varphi_a = \frac{l'}{6} \frac{7 p l^2}{60}; \quad \varphi_b = \frac{l'}{6} \frac{2 p l^2}{15}; \quad w = \frac{p l^4}{360} \zeta (7 - 10 \zeta^2 + 3 \zeta^4)$		
	$\varphi_a = \frac{l'}{6} \frac{1}{2} p l^2 \gamma \xi' [2 \xi (1 + \xi') - \gamma^2];$ $\varphi_b = \frac{l'}{6} \frac{1}{2} p l^2 \gamma \xi [2 \xi' (1 + \xi) - \gamma^2]$		
	$\varphi_a = \varphi_b = \frac{l'}{6} \frac{p l^2}{8} \gamma (3 - 2 \gamma^2)$		$\varphi_a = \varphi_b = \frac{l'}{6} \frac{5}{32} p l^2$
	$\varphi_a = \frac{l'}{6} \frac{p l^2}{60} (1 + \alpha') (7 - 3 \alpha'^2); \quad \varphi_b = \frac{l'}{6} \frac{p l^2}{60} (1 + \alpha) (7 - 3 \alpha^2)$		
	$\varphi_a = \varphi_b = \frac{l'}{6} \frac{p l^2}{4} \gamma^2 (4 - 3 \gamma)$		$\varphi_a = \varphi_b = \frac{l'}{6} \frac{17}{128} p l^2$
	$\varphi_a = \frac{l'}{6} \frac{p l^2}{2} \gamma \xi' [2 \xi (1 + \xi') - 3 \gamma^2]$ $\varphi_b = \frac{l'}{6} \frac{p l^2}{2} \gamma \xi [2 \xi' (1 + \xi) - 3 \gamma^2]$		
	$\varphi_a = \varphi_b = \frac{l'}{6} \frac{3}{8} p l^2 \gamma (1 - 2 \gamma^2)$		$\varphi_a = \varphi_b = \frac{l'}{6} \frac{3}{32} p l^2$
	$\varphi_a = \frac{l'}{6} \frac{p l^2}{60} [15 - (1 + \alpha') (7 - 3 \alpha'^2)]; \quad \varphi_b = \frac{l'}{6} \frac{p l^2}{60} [15 - (1 + \alpha) (7 - 3 \alpha^2)]$		
	$\varphi_a = \varphi_b = \frac{l'}{6} \frac{p l^2}{4} \gamma^2 (2 - \gamma)$		$\varphi_a = \varphi_b = \frac{l'}{6} \frac{15}{128} p l^2$
	$\varphi_a = \frac{l'}{6} \frac{l^2}{60} (8 p_a + 7 p_b); \quad \varphi_b = \frac{l'}{6} \frac{l^2}{60} (7 p_a + 8 p_b)$		
	$\varphi_a = \varphi_b = \frac{l'}{6} \frac{p l^2}{4} [1 - \gamma^2 (2 - \gamma)]$		$\varphi_a = \varphi_b = \frac{l'}{6} \frac{1}{5} p l^2$
	$\varphi_a = \frac{l'}{6} M \omega_M; \quad \varphi_b = -\frac{l'}{6} M \omega_M$		$-\varphi_a = \varphi_b = \frac{l'}{6} \frac{M}{4}$
	$\varphi_a = \frac{l'}{6} (2 M_a + M_b); \quad \varphi_b = \frac{l'}{6} (M_a + 2 M_b)$		

Tabelle 18. Freitragler.

Abzissen der Belastung: $\xi l, \xi' l$; Abzissen der Stabquerschnitte: $\zeta l, \zeta' l$.
 Schnitt h links, Schnitt r rechts der Last. $I J_c/J_h = l'$.
 φ_b und die Ordinaten $w, w_b = f$ der Biegelinie sind $E J_c$ fache Beträge.

	$\varphi_b = \frac{l'}{2} P l \xi^2; \quad f = \frac{l'}{6} P l^2 \xi^2 (3 - \xi);$ $w_h = \frac{l'}{6} P l^2 \xi^2 (3 \xi - \zeta); \quad w_r = \frac{l'}{6} P l^2 \xi^2 (3 \zeta - \xi)$
	$\varphi_b = \frac{l'}{6} 3 P l; \quad f = \frac{l'}{3} P l^2; \quad w = \frac{l'}{6} P l^2 \xi^2 (3 - \zeta)$
	$\varphi_b = \frac{l'}{6} p l^2 \xi' (3 - 3 \xi' + \xi'^2); \quad f = \frac{l'}{24} p l^3 \xi' (8 - 6 \xi' + \xi'^3)$
	$\varphi_b = \frac{l'}{6} p l^2 \xi^3; \quad f = \frac{l'}{24} p l^3 \xi^3 (4 - \xi)$
	$\varphi_b = \frac{l'}{6} p l^2; \quad f = \frac{l'}{8} p l^3; \quad w = \frac{l'}{24} p l^3 \xi^2 (6 - 4 \zeta + \zeta^2)$
	$\varphi_b = \frac{l'}{24} p l^2 \xi' (6 - 8 \xi' + 3 \xi'^2); \quad f = \frac{l'}{30} p l^3 \xi' (5 - 5 \xi' + \xi'^3)$
	$\varphi_b = \frac{l'}{24} p l^2; \quad f = \frac{l'}{30} p l^3; \quad w = \frac{l'}{120} p l^3 (4 - 5 \zeta' + \zeta'^5)$
	$\varphi_b = \frac{l'}{24} p l^2 \xi' (6 - 4 \xi' + \xi'^2); \quad f = \frac{l'}{120} p l^3 \xi' (20 - 10 \xi' + \xi'^3)$
	$\varphi_b = \frac{l'}{8} p l^2; \quad f = \frac{11 l'}{120} p l^3; \quad w = \frac{l'}{120} p l^3 (11 - 15 \zeta' + 5 \zeta'^4 - \zeta'^5)$
	$\varphi_b = M l \xi; \quad f = \frac{M l^2}{2} (1 - \xi'^2) \quad \left \quad \begin{array}{c} \text{Diagram of a beam with a moment M at the free end} \\ \text{and a section at distance xi l} \end{array} \quad \right \quad w = \frac{M l^2}{2} \xi^2$

Tabelle 19. Auslegeträger.

Abzissen der Stabquerschnitte: Im Feld: $\zeta_1 l, \zeta_2 l$; im Kragarm: $\zeta_2 c, \zeta_1 c$. Schnitt h im Feld, Schnitt k im Kragarm. $I J_c/J_h = l'$.
 φ_a u. die Ordinaten $w, w_a = f$ der Biegelinie sind $E J_c$ fache Beträge.

	$w_h = -\frac{l'}{6} P l^2 \gamma (\zeta_1 - \zeta_2^3) = -\frac{l'}{6} P l^2 \gamma \omega_D; \quad \varphi_a = \frac{l'}{6} P l \gamma (2 + 3 \gamma)$ $w_k = \frac{l'}{6} P l^2 \gamma^2 \zeta_2 [2 + \zeta_2 \gamma (3 - \zeta_2)]; \quad f = \frac{l'}{3} P l^2 \gamma^2 (1 + \gamma)$
	$w_h = -\frac{l'}{12} p l^3 \gamma^2 (\zeta_1 - \zeta_2^3) = -\frac{l'}{12} p l^3 \gamma^2 \omega_D; \quad \varphi_a = \frac{l'}{6} p l^2 \gamma^2 (1 + \gamma)$ $w_k = \frac{l'}{24} p l^3 \gamma^3 \zeta_2 [4 + \gamma \zeta_2 (2 + (1 + \zeta_2^2))]; \quad f = \frac{l'}{24} p l^3 \gamma^3 (4 + 3 \gamma)$

Verdrehungen der Endquerschnitte und Biegelinien für Balkenträger mit veränderlichem J_h/J aus einem Kräftepaar $M_a = 1$ mt am Endquerschnitt a .

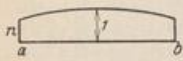
Tabelle 20.

A. Trägheitsmoment stetig veränderlich.

1. Verdrehungen der Endquerschnitte:

a) Symmetrischer Träger, $M_a = 1$ mt

$$\frac{J_h}{J} = \zeta = 1 - (1 - n) \left(1 - 2 \frac{x}{l}\right)^2 = 1 - (1 - n) (1 - 2\xi)^2$$

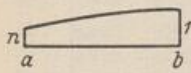


$$\delta_{aa} = \frac{l'}{6EJ_c} k_1; \quad \delta_{ba} = \frac{l'}{6EJ_c} k_2; \quad l' = l \frac{J_c}{J_h}, \quad n = \frac{J_h}{J_a}$$

	n											
	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,15	0,12	0,10	0,08	0,06	0,05	0,04
k_1	1,680	1,600	1,520	1,440	1,360	1,320	1,296	1,280	1,264	1,248	1,240	1,232
k_2	0,920	0,900	0,880	0,860	0,840	0,830	0,824	0,820	0,816	0,812	0,810	0,808

b) Unsymmetrischer Träger.

$$\frac{J_h}{J} = \zeta = 1 - (1 - n) \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 = 1 - (1 - n) (1 - \xi)^2; \quad J_h = J_b$$



$$\text{für } M_a = 1 \text{ mt: } \delta_{aa} = \frac{l'}{6EJ_c} k_1; \quad \delta_{ba} = \frac{l'}{6EJ_c} k_2; \quad l' = l \frac{J_c}{J_h};$$

$$\text{für } M_b = 1 \text{ mt: } \delta_{ab} = \frac{l'}{6EJ_c} k_2; \quad \delta_{bb} = \frac{l'}{6EJ_c} k_3; \quad n = \frac{J_h}{J_a}$$

	n											
	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,15	0,12	0,10	0,08	0,06	0,05	0,04
k_1	1,520	1,400	1,280	1,160	1,040	0,980	0,944	0,920	0,896	0,872	0,860	0,848
k_2	0,880	0,850	0,820	0,790	0,760	0,745	0,736	0,730	0,724	0,718	0,715	0,712
k_3	1,920	1,900	1,880	1,860	1,840	1,830	1,824	1,820	1,816	1,812	1,810	1,808

2. Ordinaten der Biegelinie für $M_a = 1$ mt: $\delta_m = \frac{l'l}{6EJ_c} k; \quad l' = l \frac{J_c}{J_h}$. Werte k :

a) Symmetrischer Träger.

n	ξ												
	0,1	0,2	0,25	0,3	$\frac{1}{3}$	0,4	0,5	0,6	$\frac{2}{3}$	0,7	0,75	0,8	0,9
0,60	0,1492	0,2584	0,2977	0,3268	0,3407	0,3560	0,3500	0,3140	0,2765	0,2545	0,2180	0,1781	0,0913
0,30	1328	2362	2748	3041	3185	3351	3312	2976	2617	2406	2057	1676	0856
0,20	1273	2288	2672	2966	3111	3281	3250	2921	2568	2360	2016	1641	0836
0,10	1219	2214	2596	2890	3037	3211	3188	2866	2519	2313	1975	1607	0817
0,05	1191	2177	2558	2853	3000	3176	3156	2838	2494	2290	1954	1589	0808

b) Unsymmetrischer Träger.

n	ξ												
	0,1	0,2	0,25	0,3	$\frac{1}{3}$	0,4	0,5	0,6	$\frac{2}{3}$	0,7	0,75	0,8	0,9
0,60	0,1339	0,2313	0,2666	0,2932	0,3062	0,3213	0,3188	0,2892	0,2568	0,2373	0,2045	0,1680	0,0870
0,30	1060	1888	2205	2453	2580	2743	2766	2542	2272	2105	1821	1501	0780
0,20	0967	1746	2051	2293	2420	2587	2625	2425	2173	2016	1746	1441	0750
0,10	0874	1605	1897	2134	2259	2430	2484	2308	2074	1927	1671	1381	0720
0,05	0828	1534	1820	2054	2179	2352	2414	2249	2025	1882	1634	1351	0705

Für Zwischenwerte von n können die Ordinaten geradlinig eingeschaltet werden.

Tabelle 22. Funktionswerte ξ^r und ω nach S. 120

ξ	ξ^2	ξ^3	ξ^4	ω_R	ω_D	ω_D''	ω_M	ω_φ	ω_P	ω_P''	ξ'
0,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	- 0,00000	- 1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	1,00
01	0001	0000	0000	0099	0100	- 0,00970	- 0,9997	0001	0100	0100	99
02	0004	0000	0000	0196	0200	- 0,01882	- 0,9988	0004	0200	0200	98
03	0009	0000	0000	0291	0300	- 0,02736	- 0,9973	0009	0300	0299	97
04	0016	0001	0000	0384	0399	- 0,03532	- 0,9952	0016	0400	0399	96
05	0025	0001	0000	0475	0499	- 0,04275	- 0,9925	0025	0500	0498	95
06	0036	0002	0000	0564	0598	- 0,04964	- 0,9892	0036	0600	0596	94
07	0049	0003	0000	0651	0697	- 0,05598	- 0,9863	0049	0700	0693	93
08	0064	0005	0000	0736	0795	- 0,06182	- 0,9808	0064	0800	0790	92
09	0081	0007	0001	0819	0893	- 0,06716	- 0,9757	0081	0899	0886	91
0,10	0100	0010	0001	0900	0990	- 0,07200	- 0,9700	0100	0999	0981	0,90
11	0121	0013	0001	0979	1087	- 0,07636	- 0,9637	0120	1099	1075	89
12	0144	0017	0002	1056	1183	- 0,08026	- 0,9568	0143	1198	1168	88
13	0169	0022	0003	1131	1278	- 0,08370	- 0,9493	0168	1297	1259	87
14	0196	0027	0004	1204	1373	- 0,08668	- 0,9412	0194	1396	1349	86
15	0225	0034	0005	1275	1466	- 0,08925	- 0,9325	0222	1495	1438	85
16	0256	0041	0007	1344	1559	- 0,09140	- 0,9232	0253	1593	1525	84
17	0289	0049	0008	1411	1651	- 0,09312	- 0,9133	0285	1692	1610	83
18	0324	0058	0010	1476	1742	- 0,09446	- 0,9028	0319	1790	1694	82
19	0361	0069	0013	1539	1831	- 0,09542	- 0,8917	0354	1887	1776	81
0,20	0400	0080	0016	1600	1920	- 0,09600	- 0,8800	0392	1984	1856	0,80
21	0441	0093	0019	1659	2007	- 0,09622	- 0,8676	0432	2081	1934	79
22	0484	0106	0023	1716	2094	- 0,09610	- 0,8548	0472	2177	2010	78
23	0529	0122	0028	1771	2178	- 0,09564	- 0,8413	0515	2272	2085	77
24	0576	0138	0033	1824	2262	- 0,09484	- 0,8272	0559	2367	2157	76
25	0625	0156	0039	1875	2344	- 0,09375	- 0,8125	0605	2461	2227	75
26	0676	0176	0046	1924	2424	- 0,09236	- 0,7972	0653	2554	2294	74
27	0729	0197	0053	1971	2503	- 0,09066	- 0,7813	0702	2647	2359	73
28	0784	0220	0061	2016	2580	- 0,08870	- 0,7648	0753	2739	2422	72
29	0841	0244	0071	2059	2656	- 0,08648	- 0,7477	0806	2829	2483	71
0,30	0900	0270	0081	2100	2730	- 0,08400	- 0,7300	0860	2919	2541	0,70
31	0961	0298	0092	2139	2802	- 0,08128	- 0,7117	0915	3008	2597	69
32	1024	0328	0105	2176	2872	- 0,07834	- 0,6928	0972	3095	2649	68
0,33	1089	0359	0119	2211	2941	- 0,07518	- 0,6733	1030	3181	2700	0,67
$\frac{1}{3}$	1111	0370	0123	2222	2963	- 0,07407	- 0,6667	1049	3210	2716	$\frac{2}{3}$
0,34	1156	0393	0134	2244	3007	- 0,07180	- 0,6532	1089	3266	2748	0,66
35	1225	0429	0150	2275	3071	- 0,06825	- 0,6325	1150	3350	2793	65
36	1296	0467	0168	2304	3133	- 0,06452	- 0,6112	1212	3432	2835	64
37	1369	0507	0187	2331	3193	- 0,06060	- 0,5893	1275	3513	2874	63
38	1444	0549	0209	2356	3251	- 0,05654	- 0,5668	1340	3591	2911	62
39	1521	0593	0231	2379	3307	- 0,05234	- 0,5437	1405	3669	2945	61
0,40	1600	0640	0256	2400	3360	- 0,04800	- 0,5200	1472	3744	2976	0,60
41	1681	0689	0283	2419	3411	- 0,04354	- 0,4957	1540	3817	3004	59
42	1764	0741	0311	2436	3459	- 0,03898	- 0,4708	1608	3889	3029	58
43	1849	0795	0342	2451	3505	- 0,03432	- 0,4453	1678	3958	3052	57
44	1936	0852	0375	2464	3548	- 0,02956	- 0,4192	1749	4025	3071	56
45	2025	0911	0410	2475	3589	- 0,02475	- 0,3925	1820	4090	3088	55
46	2116	0973	0448	2484	3627	- 0,01988	- 0,3652	1892	4152	3101	54
47	2209	1038	0488	2491	3662	- 0,01494	- 0,3373	1965	4212	3112	53
48	2304	1106	0531	2496	3694	- 0,00998	- 0,3088	2039	4269	3119	52
49	2401	1176	0576	2499	3724	- 0,00500	- 0,2797	2113	4324	3124	51
0,50	0,2500	0,1250	0,0625	0,2500	0,3750	- 0,00000	- 0,2500	0,2188	0,4375	0,3125	0,50
ξ'	ξ'^2	ξ'^3	ξ'^4	ω_R	ω_D'	$-\omega_D''$	ω_M'	ω_φ'	ω_P'	ω_P''	ξ

Tabelle 22. (Fortsetzung.)

ξ	ξ^2	ξ^3	ξ^4	ω_R	ω_D	ω_D''	ω_M	ω_φ	ω_P	ω_P''	ξ^r
0,50	0,2500	0,1250	0,0625	0,2500	0,3750	+ 0,00000	- 0,2500	0,2188	0,4375	0,3125	0,50
51	2601	1327	0677	2499	3773	+ 0,00500	- 0,2197	2263	4423	3124	49
52	2704	1406	0731	2496	3794	+ 0,00998	- 0,1888	2338	4470	3119	48
53	2809	1489	0789	2491	3811	+ 0,01494	- 0,1573	2414	4511	3112	47
54	2916	1575	0850	2484	3825	+ 0,01988	- 0,1252	2491	4550	3101	46
55	3025	1664	0915	2475	3836	+ 0,02475	- 0,0925	2567	4585	3088	45
56	3136	1756	0983	2464	3844	+ 0,02956	- 0,0592	2644	4617	3071	44
57	3249	1852	1056	2451	3848	+ 0,03432	- 0,0253	2721	4644	3052	43
58	3364	1951	1132	2436	3849	+ 0,03898	+ 0,0092	2798	4668	3029	42
59	3481	2054	1212	2419	3846	+ 0,04354	+ 0,0443	2875	4688	3004	41
0,60	3600	2160	1296	2400	3840	+ 0,04800	+ 0,0800	2952	4704	2976	0,40
61	3721	2270	1385	2379	3830	+ 0,05234	+ 0,1163	3029	4715	2945	39
62	3844	2383	1478	2356	3817	+ 0,05654	+ 0,1532	3105	4722	2911	38
63	3969	2500	1575	2331	3800	+ 0,06060	+ 0,1907	3181	4725	2874	37
64	4096	2621	1678	2304	3779	+ 0,06452	+ 0,2288	3257	4722	2835	36
65	4225	2746	1785	2275	3754	+ 0,06825	+ 0,2675	3332	4715	2793	35
0,66	4356	2875	1897	2244	3725	+ 0,07180	+ 0,3068	3407	4703	2748	0,34
$\frac{2}{3}$	4444	2963	1975	2222	3704	+ 0,07407	+ 0,3333	3457	4691	2716	$\frac{1}{3}$
0,67	4489	3008	2015	2211	3692	+ 0,07518	+ 0,3467	3481	4685	2700	0,33
68	4624	3144	2138	2176	3656	+ 0,07834	+ 0,3872	3555	4662	2649	32
69	4761	3285	2267	2139	3615	+ 0,08128	+ 0,4283	3628	4633	2597	31
0,70	4900	3430	2401	2100	3570	+ 0,08400	+ 0,4700	3700	4599	2541	0,30
71	5041	3579	2541	2059	3521	+ 0,08648	+ 0,5123	3770	4559	2483	29
72	5184	3732	2687	2016	3468	+ 0,08870	+ 0,5552	3840	4513	2422	28
73	5329	3890	2840	1971	3410	+ 0,09066	+ 0,5987	3909	4460	2359	27
74	5476	4052	2999	1924	3348	+ 0,09236	+ 0,6428	3977	4401	2294	26
75	5625	4219	3164	1875	3281	+ 0,09375	+ 0,6875	4043	4336	2227	25
76	5776	4390	3336	1824	3210	+ 0,09484	+ 0,7328	4108	4264	2157	24
77	5929	4565	3515	1771	3135	+ 0,09564	+ 0,7787	4171	4185	2085	23
78	6084	4746	3702	1716	3054	+ 0,09610	+ 0,8252	4233	4098	2010	22
79	6241	4930	3895	1659	2970	+ 0,09622	+ 0,8723	4293	4005	1934	21
0,80	6400	5120	4096	1600	2880	+ 0,09600	+ 0,9200	4352	3904	1856	0,20
81	6561	5314	4305	1539	2786	+ 0,09542	+ 0,9683	4409	3795	1776	19
82	6724	5514	4521	1476	2686	+ 0,09446	+ 1,0172	4463	3679	1694	18
83	6889	5718	4746	1411	2582	+ 0,09312	+ 1,0667	4516	3554	1610	17
84	7056	5927	4979	1344	2473	+ 0,09140	+ 1,1168	4567	3421	1525	16
85	7225	6141	5220	1275	2359	+ 0,08925	+ 1,1675	4615	3280	1438	15
86	7396	6361	5470	1204	2239	+ 0,08668	+ 1,2188	4661	3130	1349	14
87	7569	6585	5729	1131	2115	+ 0,08370	+ 1,2707	4705	2971	1259	13
88	7744	6815	5997	1056	1985	+ 0,08026	+ 1,3232	4746	2803	1168	12
89	7921	7050	6274	979	1850	+ 0,07636	+ 1,3763	4784	2626	1075	11
0,90	8100	7290	6561	900	1710	+ 0,07200	+ 1,4300	4820	2439	981	0,10
91	8281	7536	6857	819	1564	+ 0,06716	+ 1,4843	4852	2243	886	09
92	8464	7787	7164	736	1413	+ 0,06182	+ 1,5392	4882	2036	790	08
93	8649	8044	7481	651	1256	+ 0,05598	+ 1,5947	4909	1819	693	07
94	8836	8306	7807	564	1094	+ 0,04964	+ 1,6508	4932	1593	596	06
95	9025	8574	8145	475	926	+ 0,04275	+ 1,7075	4952	1355	498	05
96	9216	8847	8493	384	753	+ 0,03532	+ 1,7648	4969	1107	399	04
97	9409	9127	8844	291	573	+ 0,02736	+ 1,8227	4983	847	299	03
98	9604	9412	9224	196	388	+ 0,01882	+ 1,8812	4992	576	200	02
99	0,9801	0,9703	0,9606	0099	0197	+ 0,00970	+ 1,9403	4998	0294	0100	01
1,00	1,0000	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000	+ 0,00000	+ 2,0000	0,5000	0,0000	0,0000	0,00
ξ^r	ξ'^2	ξ'^3	ξ'^4	ω_R	ω_D'	$-\omega_D''$	ω_M'	ω_φ'	ω_P'	ω_P''	ξ

Tabelle 21.

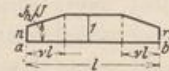
B. Trägheitsmoment unstetig veränderlich.

$$\frac{J_A}{J} = \zeta = 1 - (1-n) \left(1 - \frac{\xi}{\nu}\right)$$

1. Verdrehungen der Endquerschnitte.

a) Symmetrischer Träger, $M_a = 1 \text{ mt}$

$$\delta_{aa} = \frac{l'}{6 E J_c} k_1; \quad \delta_{ba} = \frac{l'}{6 E J_c} k_2. \quad l' = l \frac{J_c}{J_A}$$



	ν	n											
		0,60	0,50	0,40	0,30	0,20	0,15	0,12	0,10	0,08	0,06	0,05	0,04
k_1	0,35	1,661	1,576	1,491	1,406	1,322	1,279	1,254	1,237	1,220	1,203	1,195	1,186
k_2		0,919	0,899	0,879	0,858	0,838	0,828	0,822	0,818	0,814	0,810	0,808	0,806
k_1	$\frac{1}{3}$	1,674	1,593	1,511	1,430	1,348	1,307	1,283	1,267	1,250	1,234	1,226	1,218
k_2		0,926	0,907	0,889	0,870	0,852	0,843	0,837	0,833	0,830	0,826	0,824	0,822
k_1	0,30	1,701	1,626	1,552	1,477	1,402	1,365	1,343	1,328	1,313	1,298	1,290	1,282
k_2		0,939	0,924	0,908	0,893	0,878	0,870	0,865	0,862	0,859	0,856	0,855	0,853
k_1	0,25	1,744	1,680	1,616	1,552	1,488	1,455	1,436	1,423	1,411	1,398	1,391	1,385
k_2		0,956	0,945	0,934	0,923	0,912	0,907	0,904	0,902	0,899	0,897	0,896	0,895
k_1	0,20	1,789	1,736	1,683	1,630	1,578	1,551	1,535	1,525	1,514	1,504	1,498	1,493
k_2		0,971	0,964	0,957	0,950	0,942	0,939	0,937	0,935	0,934	0,932	0,932	0,931

b) Unsymmetrischer Träger

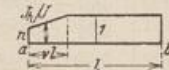
für $M_a = 1 \text{ mt}$:

$$\delta_{aa} = \frac{l'}{6 E J_c} k_1; \quad \delta_{ba} = \frac{l'}{6 E J_c} k_2;$$

für $M_b = 1 \text{ mt}$:

$$\delta_{ab} = \frac{l'}{6 E J_c} k_2; \quad \delta_{bb} = \frac{l'}{6 E J_c} k_3;$$

$$l' = l \frac{J_c}{J_A}$$



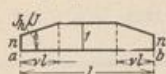
	ν	n											
		0,60	0,50	0,40	0,30	0,20	0,15	0,12	0,10	0,08	0,06	0,05	0,04
k_1	0,35	1,669	1,587	1,504	1,421	1,339	1,298	1,273	1,256	1,240	1,223	1,215	1,207
k_2		0,960	0,949	0,939	0,929	0,919	0,914	0,911	0,909	0,907	0,905	0,904	0,903
k_3		1,991	1,989	1,987	1,985	1,983	1,982	1,981	1,981	1,980	1,980	1,980	1,979
k_1	$\frac{1}{3}$	1,681	1,602	1,522	1,443	1,363	1,323	1,299	1,283	1,267	1,251	1,243	1,236
k_2		0,963	0,954	0,944	0,935	0,926	0,921	0,919	0,917	0,915	0,913	0,912	0,911
k_3		1,993	1,991	1,989	1,987	1,985	1,984	1,984	1,983	1,983	1,983	1,982	1,982
k_1	0,30	1,707	1,633	1,560	1,487	1,413	1,377	1,355	1,340	1,325	1,311	1,303	1,296
k_2		0,969	0,961	0,954	0,946	0,939	0,935	0,933	0,931	0,930	0,928	0,927	0,927
k_3		1,995	1,993	1,992	1,991	1,989	1,989	1,988	1,988	1,988	1,987	1,987	1,987
k_1	0,25	1,747	1,683	1,620	1,557	1,494	1,462	1,443	1,430	1,418	1,405	1,399	1,392
k_2		0,978	0,973	0,967	0,962	0,956	0,954	0,952	0,951	0,950	0,949	0,948	0,947
k_3		1,997	1,996	1,995	1,995	1,994	1,993	1,993	1,993	1,993	1,993	1,993	1,992
k_1	0,20	1,790	1,738	1,686	1,633	1,581	1,555	1,539	1,528	1,518	1,507	1,502	1,497
k_2		0,986	0,982	0,978	0,975	0,971	0,969	0,968	0,968	0,967	0,966	0,966	0,965
k_3		1,998	1,998	1,997	1,997	1,996	1,996	1,996	1,996	1,996	1,995	1,995	1,995

Für Zwischenwerte von n können die Werte k geradlinig eingeschaltet werden.

Tabelle 21.

2. Ordinaten δ_m der Biegelinie für $M_a = 1 \text{ mt}$.

a) Symmetrischer Träger.

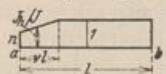


$$\delta_m = \frac{l l'}{6 E J_c} k; \quad l' = l \frac{J_c}{J_h}; \quad \text{Werte } k:$$

ν	n	ξ												
		0,1	0,2	0,25	0,3	$\frac{1}{2}$	0,4	0,5	0,6	$\frac{2}{3}$	0,7	0,75	0,8	0,9
0,35	0,60	0,1476	0,2567	0,2965	0,3262	0,3406	0,3561	0,3503	0,3145	0,2771	0,2549	0,2182	0,1781	0,0913
	0,30	1300	2323	2727	3031	3182	3352	3318	2984	2627	2414	2060	1677	0855
	0,20	1242	2255	2648	2955	3108	3282	3256	2930	2579	2368	2020	1642	0835
	0,10	1184	2177	2569	2876	3033	3213	3194	2876	2531	2323	1979	1608	0816
	0,05	1154	2138	2529	2839	2996	3178	3164	2849	2507	2300	1959	1590	0806
$\frac{1}{3}$	0,60	1489	2590	2990	3289	3432	3588	3528	3167	2790	2567	2198	1794	0920
	0,30	1323	2372	2771	3078	3228	3399	3361	3023	2660	2445	2088	1700	0867
	0,20	1268	2299	2698	3008	3160	3336	3306	2975	2617	2404	2050	1668	0849
	0,10	1212	2227	2626	2937	3093	3273	3250	2927	2574	2364	2015	1637	0831
	0,05	1185	2191	2589	2902	3059	3242	3222	2903	2552	2343	1997	1621	0823
0,30	0,60	1515	2634	3039	3340	3482	3635	3570	3205	2825	2600	2227	1819	0932
	0,30	1368	2450	2858	3167	3315	3481	3435	3089	2721	2503	2140	1743	0889
	0,20	1319	2389	2798	3109	3260	3430	3390	3050	2687	2471	2111	1718	0874
	0,10	1270	2327	2737	3052	3204	3378	3345	3012	2652	2438	2082	1693	0860
	0,05	1246	2297	2707	3023	3176	3353	3322	2992	2635	2422	2067	1680	0853
0,25	0,60	1555	2700	3109	3408	3547	3696	3625	3254	2869	2643	2266	1852	0949
	0,30	1438	2566	2980	3286	3430	3588	3531	3174	2799	2577	2208	1800	0919
	0,20	1399	2521	2937	3245	3391	3552	3500	3148	2775	2555	2189	1783	0909
	0,10	1360	2476	2895	3204	3352	3517	3469	3121	2752	2533	2170	1766	0899
	0,05	1341	2453	2873	3184	3333	3499	3453	3108	2740	2522	2160	1758	0894
0,20	0,60	1596	2762	3169	3464	3602	3747	3670	3293	2904	2676	2296	1878	0964
	0,30	1510	2673	3085	3385	3526	3678	3610	3242	2860	2635	2260	1847	0945
	0,20	1482	2643	3057	3359	3501	3654	3590	3226	2846	2621	2248	1837	0938
	0,10	1453	2614	3029	3332	3476	3631	3570	3209	2831	2608	2236	1826	0932
	0,05	1439	2599	3015	3319	3463	3620	3560	3200	2824	2601	2230	1821	0929
0,15	0,60	1649	2812	3217	3510	3646	3787	3705	3323	2931	2700	2318	1898	0976
	0,30	1604	2761	3169	3464	3603	3748	3671	3295	2907	2678	2298	1881	0966
	0,20	1589	2744	3153	3449	3588	3735	3660	3285	2898	2671	2292	1876	0962
	0,10	1573	2727	3137	3434	3574	3722	3649	3276	2890	2663	2286	1870	0959
	0,05	1566	2719	3129	3427	3567	3715	3643	3271	2886	2659	2282	1868	0957

Für Zwischenwerte von n können die Werte k geradlinig eingeschaltet werden.

b) Unsymmetrischer Träger.



$$\delta_m = \frac{l l'}{6 E J_c} k; \quad l' = l \frac{J_c}{J_h}; \quad \text{Werte } k:$$

ν	n	ξ												
		0,1	0,2	0,25	0,3	$\frac{1}{2}$	0,4	0,5	0,6	$\frac{2}{3}$	0,7	0,75	0,8	0,9
0,35	0,60	0,1485	0,2585	0,2986	0,3288	0,3434	0,3597	0,3548	0,3198	0,2828	0,2609	0,2243	0,1839	0,0950
	0,30	1315	2363	2765	3076	3232	3416	3396	3077	2727	2518	2167	1779	0919
	0,20	1259	2289	2691	3006	3165	3355	3346	3037	2693	2487	2142	1758	0909
	0,10	1203	2215	2617	2935	3097	3294	3295	2996	2660	2457	2116	1738	0899
	0,05	1175	2178	2580	2900	3064	3264	3270	2976	2643	2442	2104	1728	0894

Für Zwischenwerte von n können die Werte k geradlinig eingeschaltet werden.

Ordinaten δ_m der Biegelinie für $M_a = 1$ mt.

b) Unsymmetrischer Träger (Fortsetzung).

$$\delta_m = \frac{l''}{6EJ_e} k; \quad l'' = l \frac{J_e}{J_h}; \quad \text{Werte } k:$$

ν	n	ξ												
		0,1	0,2	0,25	0,3	$\frac{1}{3}$	0,4	0,5	0,6	$\frac{2}{3}$	0,7	0,75	0,8	0,9
$\frac{1}{3}$	0,60	1496	2605	3008	3311	3457	3618	3565	3212	2840	2619	2251	1846	0953
	0,30	1336	2398	2804	3117	3272	3451	3426	3101	2747	2536	2182	1790	0925
	0,20	1283	2329	2736	3052	3210	3396	3380	3064	2716	2508	2159	1772	0916
	0,10	1229	2260	2667	2987	3148	3340	3333	3027	2685	2480	2135	1753	0907
	0,05	1202	2226	2633	2955	3117	3312	3310	3008	2670	2466	2124	1744	0902
0,30	0,60	1520	2645	3053	3356	3500	3656	3597	3238	2861	2638	2267	1859	0959
	0,30	1377	2469	2882	3195	3347	3519	3482	3146	2784	2569	2210	1813	0936
	0,20	1330	2410	2825	3142	3296	3473	3444	3115	2759	2546	2191	1798	0929
	0,10	1282	2352	2768	3088	3245	3427	3406	3085	2733	2523	2172	1782	0921
	0,05	1259	2322	2739	3061	3219	3404	3387	3069	2721	2512	2162	1775	0917
0,25	0,60	1558	2707	3117	3417	3558	3709	3641	3272	2890	2664	2289	1876	0968
	0,30	1443	2576	2994	3302	3448	3610	3559	3207	2835	2615	2248	1843	0952
	0,20	1405	2533	2953	3264	3412	3576	3531	3185	2817	2599	2234	1832	0946
	0,10	1367	2490	2912	3225	3376	3545	3504	3163	2799	2582	2221	1822	0941
	0,05	1348	2468	2892	3206	3357	3528	3490	3152	2790	2574	2214	1816	0938
0,20	0,60	1597	2765	3173	3469	3612	3754	3678	3302	2915	2687	2308	1891	0976
	0,30	1513	2678	3092	3394	3543	3689	3624	3259	2879	2654	2281	1870	0965
	0,20	1485	2650	3065	3368	3520	3667	3606	3245	2867	2644	2272	1862	0961
	0,10	1457	2621	3038	3343	3497	3646	3588	3230	2855	2633	2263	1855	0958
	0,05	1443	2606	3025	3331	3485	3635	3579	3223	2849	2627	2258	1852	0956
0,15	0,60	1638	2813	3219	3512	3648	3790	3708	3327	2935	2705	2323	1903	0982
	0,30	1584	2763	3172	3438	3607	3753	3677	3302	2914	2686	2307	1891	0975
	0,20	1566	2747	3156	3453	3593	3740	3667	3293	2907	2680	2302	1887	0973
	0,10	1548	2730	3141	3439	3579	3728	3656	3285	2901	2674	2297	1883	0971
	0,05	1539	2722	3133	3432	3572	3721	3651	3281	2897	2671	2294	1880	0970

Für Zwischenwerte von n können die Werte k geradlinig eingeschaltet werden.**Funktionswerte.**

$$\omega_R = \xi \xi' = \xi - \xi^2 = \xi' - \xi'^2,$$

$$\omega_D = \xi - \xi^3 = \xi (1 - \xi^2) = \xi' (2 - 3\xi' + \xi'^2) = 3\omega_R - \omega_D' = \omega_R (1 + \xi) = \omega_R (2 - \xi'),$$

$$\omega_D' = \xi' - \xi'^3 = \xi' (1 - \xi'^2) = \xi (2 - 3\xi + \xi^2) = 3\omega_R - \omega_D = \omega_R (1 + \xi') = \omega_R (2 - \xi),$$

$$\omega_D'' = \omega_D - \omega_D' = -\xi (1 - 3\xi + 2\xi^2) = 2\omega_D - 3\omega_R = 3\omega_R - 2\omega_D',$$

$$\omega_M = 3\xi^2 - 1 = 2 - 6\xi' + 3\xi'^2 = \omega_M' - 3(2\xi' - 1) = 1 - 6\omega_R - \omega_M',$$

$$\omega_M' = 3\xi'^2 - 1 = 2 - 6\xi + 3\xi^2 = \omega_M - 3(2\xi - 1) = 1 - 6\omega_R - \omega_M,$$

$$\omega_q = \xi^2 - \frac{1}{2}\xi^4 = \frac{1}{2}[1 - \xi'^2(2 - \xi')^2] = 2 \int_0^{\xi} \omega_D d\xi,$$

$$\omega_q' = \xi'^2 - \frac{1}{2}\xi'^4 = \frac{1}{2}[1 - \xi^2(2 - \xi)^2] = 2 \int_0^{\xi'} \omega_D' d\xi',$$

$$\omega_p = \xi - \xi^4 = 3\xi' - 6\xi'^2 + 4\xi'^3 - \xi'^4,$$

$$\omega_p' = \xi' - \xi'^4 = 3\xi - 6\xi^2 + 4\xi^3 - \xi^4,$$

$$\omega_p'' = \xi - 2\xi^3 + \xi^4 = \omega_R (1 + \omega_R),$$

$$\omega_r = \omega_R \xi = \xi^2 \xi' = \xi^2 - \xi^3,$$

$$\omega_r' = \omega_R \xi' = \xi \xi'^2 = \xi'^2 - \xi'^3 = \xi - 2\xi^2 + \xi^3.$$

Die Funktionen ω_R und ω'_R sind symmetrisch zur Mitte, die Funktion ω'_D ist antisymmetrisch; ω_D und ω'_D , ω_M und ω'_M , ω_φ und ω'_φ , ω_P und ω'_P , ω_r und ω'_r sind einander spiegelbildlich gleich. Die Funktionswerte sind in den Tabellen 22, 23, S. 116, 117 und 121 enthalten.

Tabelle 23. Funktionswerte ω_r und ω'_r .

ω_r												
ξ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
0,0	0,0000	0,0001	0,0004	0,0009	0,0015	0,0024	0,0034	0,0046	0,0059	0,0074	0,0090	0,9
1	0,090	0,108	0,127	0,147	0,169	0,191	0,215	0,240	0,266	0,292	0,320	8
2	0,320	0,348	0,378	0,407	0,438	0,469	0,500	0,532	0,564	0,597	0,630	7
3	0,630	0,663	0,696	0,730	0,763	0,796	0,829	0,862	0,895	0,928	0,960	6
4	0,960	0,992	1,023	1,054	1,084	1,114	1,143	1,171	1,198	1,225	1,250	5
5	1,250	1,274	1,298	1,320	1,341	1,361	1,380	1,397	1,413	1,427	1,440	4
6	1,440	1,451	1,461	1,469	1,475	1,479	1,481	1,481	1,480	1,476	1,470	3
7	1,470	1,462	1,451	1,439	1,424	1,406	1,386	1,363	1,338	1,311	1,280	2
8	1,280	1,247	1,210	1,171	1,129	1,084	1,035	0,984	0,929	0,871	0,810	1
0,9	0,0810	0,0745	0,0677	0,0605	0,0530	0,0451	0,0369	0,0282	0,0192	0,0098	0,0000	0,0
		9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	ξ

ω'_r

20. Die Biegelinie des geraden Stabes.

Der Verschiebungszustand eines Stabes, dessen Querschnittsabmessungen gegenüber der Stablänge klein sind und dessen Oberfläche durch parallele Erzeugende gebildet wird, ist durch die elastische Bewegung der Querschnitte, also nach (42) durch deren Komponenten u_0, v_0, w_0 und ψ_x, ψ_y, ψ_z bestimmt. Sie beschreiben die elastische Linie des Stabes durch die Ausbiegung, die Krümmung und Windung der Achse.

Beziehung zwischen Kraftebene und Biegungsebene. Die Verdrillung ψ_x der Stabachse wird meist durch die Form des Querschnitts und durch die Eintragung der äußeren Kräfte vermieden. Die Spur s der Kraftebene verläuft dann durch den Querpunkt des Stabquerschnitts, der in der Regel mit dem Schwerpunkt zusammenfällt, und schließt im allgemeinen mit der Hauptträgheitsachse z des Querschnitts einen Winkel (z, \hat{s}) ein. Zwei benachbarte Querschnitte neigen sich relativ zueinander um eine die Stabachse winkelrecht kreuzende Achse. Sie ist die Nulllinie n der Normalspannungen σ_x und damit der zu s zugeordnete Durchmesser der Trägheitsellipse, welcher mit der positiven Richtung der Hauptträgheitsachse z den Winkel (z, \hat{n}) bildet.

$$\operatorname{tg}(z, \hat{s}) \cdot \operatorname{tg}(z, \hat{n}) = -\frac{J_z}{J_y} \tag{192}$$

J_y und J_z sind die Hauptträgheitsmomente des Querschnitts. Die Biegungsebene mit der elastischen Linie steht senkrecht zur Nulllinie.

In der Regel fällt die Spur s der Kraftebene mit einer Hauptträgheitsachse zusammen ($(z, \hat{s}) = 0$ oder 180°). Dann ist die Kraftebene gleichzeitig Ebene der Biegung.

Ableitung der Differentialgleichung aus den Schnittkräften. Die Annahme einer ebenen Verschiebung der Querschnitte schließt die Mitwirkung der Schubspannungen bei der Formänderung des Stabes aus. Die technische Theorie der Balkenbiegung ist daher nur brauchbar, wenn die Schubspannungen gegenüber den Normalspannungen so klein sind, daß die Annahme einer mittleren Gleitung $\gamma_{xy,0}$ und $\gamma_{xz,0}$ für alle infinitesimalen Prismen des Stabteils ds genügt.

Die beiden Querschnitte, welche einen infinitesimalen Stabteil ds begrenzen, sind beim geraden Stabe parallel, beim gekrümmten Stabe im Winkel $d\alpha$ geneigt. Decken sich die Spur s der Kraftebene und die Hauptträgheitsachse z , also auch