Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Funktionswerte

Ordinaten δ_m der Biegelinie für $M_a = 1$ mt.

b) Unsymmetrischer Träger (Fortsetzung).

$$\delta_m = \frac{l\,l'}{6\,E\,J_c}\,k; \qquad l' = l\,\frac{J_c}{J_h}; \qquad \text{Werte } k:$$

v	n	ξ = 0,1	0,2	0,25	0,3	$\frac{1}{3}$	0,4	0,5	0,6	$\frac{2}{3}$	0,7	0,75	0,8	0,9
	0,60	1496	2605	3008	3311	3457	3618	3565	3212	2840	2619	2251	1846	0953
	0,30	1336	2398	2804	3117	3272	3451	3426	3101	2747	2536	2182	1790	0925
$\frac{1}{3}$	0,20	1283	2329	2736	3052	3210	3396	3380	3064	2716	2508	2159	1772	0916
	0,10	1229	2260	2667	2987	3148	3340	3333	3027	2685	2480	2135	1753	0907
	0,05	1202	2226	2633	2955	3117	3312	3310	3008	2670	2466	2124	1744	0902
	0,60	1520	2645	3053	3356	3500	3656	3597	3238	2861	2638	2267	1859	0959
	0,30	1377	2469	2882	3195	3347	3519	3482	3146	2784	2569	2210	1813	0936
0,30	0,20	1330	2410	2825	3142	3296	3473	3444	3115	2759	2546	2191	1798	0929
	0,10	1282	2352	2768	3088	3245	3427	3406	3085	2733	2523	2172	1782	0921
	0,05	1259	2322	2739	3061	3219	3404	3387	3069	2721	2512	2162	1775	0917
	0,60	1558	2707	3117	3417	3558	3709	3641	3272	2890	2664	2289	1876	0968
	0,30	1443	2576	2994	3302	3448	3610	3559	3207	2835	2615	2248	1843	0952
0,25	0,20	1405	2533	2953	3264	3412	3576	3531	3185	2817	2599	2234	1832	0946
	0,10	1367	2490	2912	3225	3376	3545	3504	3163	2799	2582	2221	1822	0941
	0,05	1348	2468	2892	3206	3357	3528	3490	3152	2790	2574	2214	1816	0938
	0,60	1597	2765	3173	3469	3612	3754	3678	3302	2915	2687	2308	1891	0976
	0,30	1513	2678	3092	3394	3543	3689	3624	3259	2879	2654	2281	1870	0965
0,20	0,20	1485	2650	3065	3368	3520	3667	3606	3245	2867	2644	2272	1862	0961
	0,10	1457	2621	3038	3343	3497	3646	3588	3230	2855	2633	2263	1855	0958
	0,05	1443	2606	3025	3331	3485	3635	3579	3223	2849	2627	2258	1852	0956
	0,60	1638	2813	3219	3512	3648	3790	3708	3327	2935	2705	2323	1903	0982
	0,30	1584	2763	3172	3438	3607	3753	3677	3302	2914	2686	2307	1891	0975
0,15	0,20	1566	2747	3156	3453	3593	3740	3667	3293	2907	2680	2302	1887	0973
	0,10	1548	2730	3141	3439	3579	3728	3656	3285	2901	2674	2297	1883	0971
	0,05	1539	2722	3133	3432	3572	3721	3651	3281	2897	2671	2294	1880	0970

Für Zwischenwerte von n können die Werte k geradlinig eingeschaltet werden.

Funktionswerte.

$$\omega_R = \xi\,\xi' = \xi - \xi^2 = \xi' - \xi'^2,$$

$$\omega_D = \xi - \xi^3 = \xi\,(1 - \xi^2) = \xi'\,(2 - 3\,\xi' + \xi'^2) = 3\,\omega_R - \omega_D' = \omega_R\,(1 + \xi) = \omega_R\,(2 - \xi'),$$

$$\omega_D' = \xi' - \xi'^3 = \xi'\,(1 - \xi'^2) = \xi\,(2 - 3\,\xi + \xi^2) = 3\,\omega_R - \omega_D = \omega_R(1 + \xi') = \omega_R\,(2 - \xi),$$

$$\omega_D'' = \omega_D - \omega_D' = -\,\xi\,(1 - 3\,\xi + 2\,\xi^2) = 2\,\omega_D - 3\,\omega_R = 3\,\omega_R - 2\,\omega_D',$$

$$\omega_M = 3\,\xi^2 - 1 = 2 - 6\,\xi' + 3\,\xi'^2 = \omega_M' - 3\,(2\,\xi' - 1) = 1 - 6\,\omega_R - \omega_M',$$

$$\omega_M' = 3\,\xi'^2 - 1 = 2 - 6\,\xi + 3\,\xi^2 = \omega_M - 3\,(2\,\xi - 1) = 1 - 6\,\omega_R - \omega_M,$$

$$\omega_\varphi = \xi^2 - \tfrac{1}{2}\,\xi^4 = \tfrac{1}{2}[1 - \xi'^2\,(2 - \xi')^2] = 2\int_0^{\xi} \omega_D\,d\xi,$$

$$\omega_\varphi' = \xi'^2 - \tfrac{1}{2}\,\xi'^4 = \tfrac{1}{2}[1 - \xi^2\,(2 - \xi)^2] = 2\int_0^{\xi'} \omega_D'\,d\xi',$$

$$\omega_P = \xi - \xi^4 = 3\,\xi' - 6\,\xi'^2 + 4\,\xi'^3 - \xi'^4,$$

$$\omega_P' = \xi' - \xi'^4 = 3\,\xi - 6\,\xi^2 + 4\,\xi^3 - \xi^4,$$

$$\omega_P'' = \xi - 2\,\xi^3 + \xi^4 = \omega_R\,(1 + \omega_R),$$

$$\omega_\tau = \omega_R\,\xi = \xi^2\,\xi' = \xi^2 - \xi^3,$$

$$\omega_\tau' = \omega_R\,\xi' = \xi\,\xi'^2 = \xi'^2 - \xi'^3 = \xi - 2\,\xi^2 + \xi^3.$$

Die Funktionen ω_R und ω_P'' sind symmetrisch zur Mitte, die Funktion ω_D'' ist antimetrisch; ω_D und ω_D', ω_M und ω_M', ω_φ und ω_φ', ω_P und ω_P', ω_τ und ω_τ' sind einander spiegelbildlich gleich. Die Funktionswerte sind in den Tabellen 22, 23, S. 116, 117 und 121 enthalten.

Tabelle 23. Funktionswerte ω_τ und ω_τ'.

ω_τ

ξ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
0,0	0,0000	0,0001	0,0004	0,0009	0,0015	0,0024	0,0034	0,0046	0,0059	0,0074	0,0090	0,9
1	0090	0108	0127	0147	0169	0191	0215	0240	0266	0292	0320	8
2	0320	0348	0378	0407	0438	0469	0500	0532	0564	0597	0630	7
3	0630	0663	0696	0730	0763	0796	0829	0862	0895	0928	0960	6
4	0960	0992	1023	1054	1084	1114	1143	1171	1198	1225	1250	5
5	1250	1274	1298	1320	1341	1361	1380	1397	1413	1427	1440	4
6	1440	1451	1461	1469	1475	1479	1481	1481	1480	1476	1470	3
7	1470	1462	1451	1439	1424	1406	1386	1363	1338	1311	1280	2
8	1280	1247	1210	1171	1129	1084	1035	0984	0929	0871	0810	1
0,9	0,0810	0,0745	0,0677	0,0605	0,0530	0,0451	0,0369	0,0282	0,0192	0,0098	0,0000	0,0
		9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	ξ

ω_τ'

20. Die Biegelinie des geraden Stabes.

Der Verschiebungszustand eines Stabes, dessen Querschnittsabmessungen gegenüber der Stablänge klein sind und dessen Oberfläche durch parallele Erzeugende gebildet wird, ist durch die elastische Bewegung der Querschnitte, also nach (42) durch deren Komponenten u_0, v_0, w_0 und ψ_x, ψ_y, ψ_z bestimmt. Sie beschreiben die elastische Linie des Stabes durch die Ausbiegung, die Krümmung und Windung der Achse.

Beziehung zwischen Kraftebene und Biegungsebene. Die Verdrillung ψ_x der Stabachse wird meist durch die Form des Querschnitts und durch die Eintragung der äußeren Kräfte vermieden. Die Spur s der Kraftebene verläuft dann durch den Querpunkt des Stabquerschnitts, der in der Regel mit dem Schwerpunkt zusammenfällt, und schließt im allgemeinen mit der Hauptträgheitsachse z des Querschnitts einen Winkel $(\widehat{z,s})$ ein. Zwei benachbarte Querschnitte neigen sich relativ zueinander um eine die Stabachse winkelrecht kreuzende Achse. Sie ist die Nullinie n der Normalspannungen σ_x und damit der zu s zugeordnete Durchmesser der Trägheitsellipse, welcher mit der positiven Richtung der Hauptträgheitsachse z den Winkel $(\widehat{z,n})$ bildet.

$$\operatorname{tg}(\widehat{z,s}) \cdot \operatorname{tg}(\widehat{z,n}) = -\frac{J_z}{J_y}. \tag{192}$$

J_y und J_z sind die Hauptträgheitsmomente des Querschnitts. Die Biegungsebene mit der elastischen Linie steht senkrecht zur Nullinie.

In der Regel fällt die Spur s der Kraftebene mit einer Hauptträgheitsachse zusammen ($\widehat{z,s} = 0$ oder 180^0). Dann ist die Kraftebene gleichzeitig Ebene der Biegung.

Ableitung der Differentialgleichung aus den Schnittkräften. Die Annahme einer ebenen Verschiebung der Querschnitte schließt die Mitwirkung der Schubspannungen bei der Formänderung des Stabes aus. Die technische Theorie der Balkenbiegung ist daher nur brauchbar, wenn die Schubspannungen gegenüber den Normalspannungen so klein sind, daß die Annahme einer mittleren Gleitung $\gamma_{xy,0}$ und $\gamma_{xz,0}$ für alle infinitesimalen Prismen des Stabteils ds genügt.

Die beiden Querschnitte, welche einen infinitesimalen Stabteil ds begrenzen, sind beim geraden Stabe parallel, beim gekrümmten Stabe im Winkel $d\alpha$ geneigt. Decken sich die Spur s der Kraftebene und die Hauptträgheitsachse z, also auch