Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Längenänderung einer Stabzugsehne

Längenänderung einer Stabzugsehne. Zur Bestimmung der Längenänderung einer Stabzugsehne wird die x-Achse mit dieser zusammengelegt. Dann ist in (224)

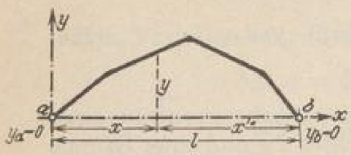

Abb. 121.

$$y_k = y_b,\quad y_b = y_a = 0,\quad y_b - y = -y,$$
$$x_a = 0,\quad x_k = x_b = l \text{ (Abb. 121)}$$

$$u_b - u_a = \Delta l = l\,\varepsilon_a + \int_0^l y\,d\psi + \int_0^l (l - x)\,d\varepsilon_0. \tag{231}$$

Biegelinie des Dreigelenkbogens. Die Biegelinie kann ebenfalls nach der Anweisung auf S. 133 gezeichnet werden, wenn die Verschiebungen u_c, w_c des Gelenkpunktes c oder die relative Drehung ψ_c der beiden Bogenschenkel bekannt sind. Diese wird dann als Drehungsgewicht $\mathfrak{W}_c$ ebenso verwendet wie die übrigen Drehungsgewichte $\mathfrak{W}_m'$, $\mathfrak{W}_m''$ (Abb. 122). Aus diesem Grunde kann $\psi_c = \mathfrak{W}_c$ auch aus der als Stützenbedingung vorgeschriebenen Längenänderung Δl der Sehne des Dreigelenkbogens berechnet werden. Bei unverschieblichen Widerlagern ist $\Delta l = 0$ und

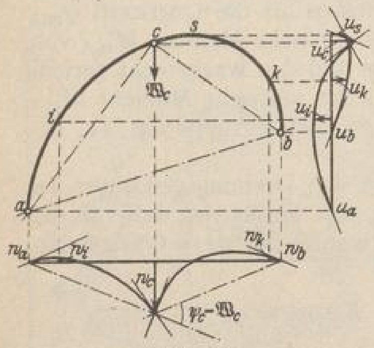

Abb. 122.
Bezeichnungen s. Abb. 121; $y_c = f \perp \overline{ab}$, $x_c' = l_2$

$$\left.\begin{aligned}\psi_c &= -\frac{1}{l}\left(l\,\varepsilon_a + \int_0^l y\,d\psi + \int_0^l (l - x)\,d\varepsilon_0\right);\\ \varphi_a &= \frac{1}{l}\left(\psi_c\,l_2 + \int_0^l (l - x)\,d\psi - \int_0^l y\,d\varepsilon_0\right).\end{aligned}\right\} \tag{232}$$

Ableitung aus einem Differenzenansatz. Die Verschiebung w_m und u_m einer ausgezeichneten Punktfolge $\ldots m, m+1 \ldots$ des Stabes können auch als die Unbekannten von Differenzengleichungen abgeleitet werden. Der Stab wird in diesem Falle durch eine Stabkette aus geraden Elementen $\ldots s_m, s_{m+1} \ldots$ ersetzt, welche konstantes Trägheitsmoment $\ldots J_m, J_{m+1} \ldots$ besitzen und gelenkig verbunden sind (Abb. 123). An dem Spannungszustand ändert sich nichts, wenn an der Gelenkkette neben der vorgegebenen Belastung $\mathfrak{P}$ die Biegungsmomente des Stabes in den Punkten $\ldots m, m+1 \ldots$ als äußere Kräfte wirken. Die Belastung besteht dann aus zwei Teilen.

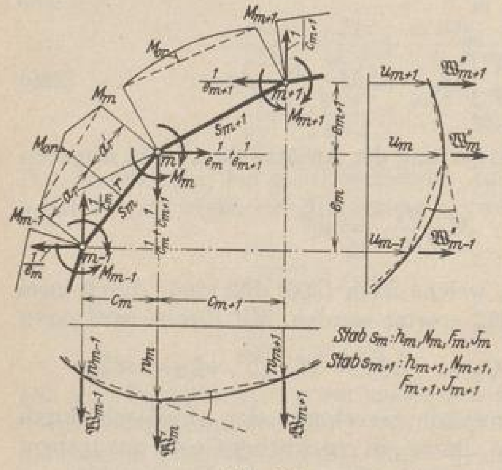

Abb. 123.

Die Endpunkte der senkrechten und waagerechten Verschiebungen w_m, u_m der Gelenkpunkte m werden durch je einen Geradenzug miteinander verbunden, dessen Elemente Sehnen der Biegelinien des Stabes sind. Ihre Richtungen schließen Winkel $\mathfrak{W}_m'$, $\mathfrak{W}_m''$ ein, die aus den Verschiebungen w_m, u_m berechnet werden können.

$$\mathfrak{W}_m' = \frac{w_m - w_{m-1}}{c_m} - \frac{w_{m+1} - w_m}{c_{m+1}},\qquad \mathfrak{W}_m'' = \frac{u_m - u_{m-1}}{e_m} - \frac{u_{m+1} - u_m}{e_{m+1}}. \tag{233}$$

Werden beide Seiten des Ansatzes durch Multiplikation mit der Belastungseinheit des anliegenden Sehnenpaares (in mt) erweitert, so ist der Ausdruck für die virtuelle Arbeit auf der rechten Seite das Produkt der virtuellen äußeren Kräfte $1/c_m$, $1/c_{m+1}$