Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Die Biegelinie eines gekrümmten Trägers mit r = const.

urn:nbn:de:hbz:466:1-74292

Die Größen $\mathfrak{W}'_m$, $\mathfrak{W}''_m$ sind Kontingenzwinkel der Sehnen der Biegelinien w, u. Um sie in einem Richtungsbüschel zusammenzufassen, werden ihre positiven Werte als gerichtete Strecken $\mathfrak{W}'_m$, $\mathfrak{W}''_m$ im Sinne von $\vec{w}$, $\vec{u}$ auf einer Parallelen im Abstand 1 vom Pol des Richtungsbüschels und zwar in der Regel mit dem $6\,EJ_c$fachen Betrage aufgetragen. Wird daher bei einem Längenmaßstab $1:n$ die Polweite $6\,EJ_c/n$ an Stelle der Einheit verwendet, so liefert das Seileck wie auf S. 125 unter Beachtung der Stützenbedingungen die absoluten Verschiebungen in natürlicher Größe. Ebenso gelten die übrigen Bemerkungen der S. 125 zur rechnerischen Lösung der Aufgabe. Die Längenänderung der Stabzugsehne ist z. B.

$$\Delta l = \sum \mathfrak{W}''_m\, y_m \quad \text{(Abb. 121)}. \tag{242}$$

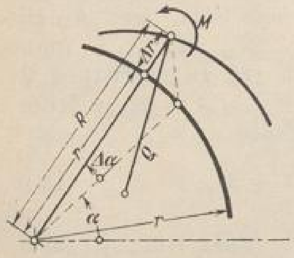

Abb. 124.

Die Biegelinie eines gekrümmten Trägers mit $r = \text{const}$. Der Verschiebungszustand eines Bogenträgers mit $r = \text{const}$ läßt sich einfacher durch die radiale Ausbiegung $\Delta r\,(r \to r + \Delta r)$ beschreiben (Abb. 124). Die Biegelinie mit ϱ als Krümmungshalbmesser wird dann auf Polarkoordinaten $(R,\ \alpha + \Delta\alpha,\ \Delta\alpha \approx 0)$ bezogen. Nach bekannten Regeln der Geometrie ist

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{\varrho} &= \frac{R^2 + 2\,R'^2 - R\,R''}{(R^2 + R'^2)^{3/2}}\,; \quad R = r + \Delta r\,, \\ R' &= \frac{d\,R}{d\,\alpha} = \Delta r'\,, \quad R'' = \frac{d^2 R}{d\,\alpha^2} = \Delta r''\,. \end{aligned}\right\} \tag{243}$$

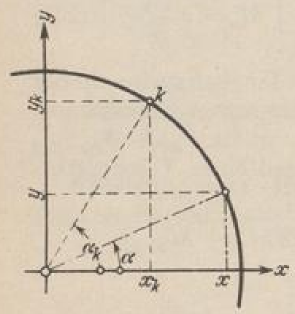

Abb. 125.

Bei Vernachlässigung von kleinen Größen zweiter Ordnung entsteht daher die folgende Differentialgleichung:

$$\frac{1}{\varrho} - \frac{1}{r} = \frac{d\,\psi}{d\,s} = \frac{-\,\Delta r - \Delta r''}{r^2} = \frac{1}{E\,J}\,M(\alpha)\,. \tag{244}$$

Um ihre Lösung mit den Ergebnissen (224) und (225) zu vergleichen, wird Δr durch Integration nach bekannten Regeln berechnet (Abb. 125).

$$\Delta r = \left(C_1 - \int_0^\alpha M\,\frac{r^2}{E\,J}\sin\alpha\,d\alpha\right)\cos\alpha + \left(C_2 + \int_0^\alpha M\,\frac{r^2}{E\,J}\cos\alpha\,d\alpha\right)\sin\alpha\,. \tag{245}$$

$$r\,d\alpha = d\,s\,, \qquad r\sin\alpha = r\sin\alpha_k - (y_k - y)\,, \qquad r\cos\alpha = r\cos\alpha_k + (x - x_k)\,,$$

$$\left.\begin{aligned} \Delta r_k &= \left(C_1 + \int_0^{y_k} M\,\frac{y_k - y}{E\,J}\,d\,s\right)\cos\alpha_k + \left(C_2 + \int_0^{x_k} M\,\frac{x - x_k}{E\,J}\,d\,s\right)\sin\alpha_k\,, \\ \Delta r_k &= \Delta x_k\cos\alpha_k + \Delta y_k\sin\alpha_k\,. \end{aligned}\right| \tag{246}$$

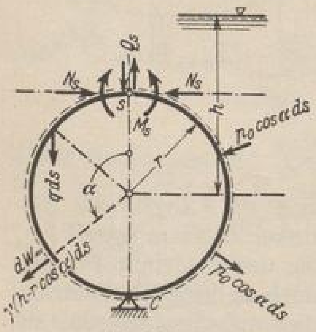

Abb. 126.

Spannungszustand in Rohren und Ringen. Um die Differentialgleichung (244) zur eindimensionalen Berechnung der Spannungen in Rohren und Ringen zu verwenden, werden die statisch unbekannten Schnittkräfte M_s, N_s, Q_s im Scheitelquerschnitt (Abb. 126) zunächst bekannt angenommen und zu den Integrationskonstanten gezählt. Bei einer zur senkrechten Achse symmetrischen Belastung und Punktstützung in C nach Abb. 126 sind $Q_s = 0$ und mit $-\pi < \alpha < \pi$ die

Biegungsmomente aus Eigengewicht $\gamma_0\,\delta = q$:

$$M = (M_s + N_s r - q\,r^2) - (N_s r - q\,r^2)\cos\alpha + q\,r^2\,\alpha\sin\alpha\,;$$