



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Die Statik im Stahlbetonbau**

**Beyer, Kurt**

**Berlin [u.a.], 1956**

Elastizitätsgesetz

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

der zweite Verschiebungsplan als eine zur Grundfigur ähnliche, um  $90^\circ$  gedrehte Figur ( $a'' \dots 3'' \dots b''$ ) bestimmt. Die wirkliche Verschiebung des Punktes  $k$  ist daher  $\vec{k''k'}$ .

Boussinesq, J.: Compt. rend. Bd. 96 (1883) S. 843. — Forchheimer, Ph.: Über die Festigkeit weiter Rohre. Z. öst. Ing.- u. Arch.-Ver. 1904 S. 133. — Müller-Breslau, H.: Die neueren Methoden der Festigkeitslehre 4. Aufl. 1913. — Mayer, R.: Über Elastizität und Stabilität des geschlossenen und offenen Kreisbogens. Z. Math. Physik Bd. 61 (1913) S. 246. — Derselbe: Versuche über die ebene Biegung gekrümmter Stäbe. Z. angew. Math. Mech. 1926 S. 216.

## 22. Der gerade Stab auf elastischer Unterlage.

**Elastizitätsgesetz.** Der durchgehend elastisch gestützte Stab kann als Grenzfall eines Trägers auf unendlich vielen elastisch senkbaren Stützen angesehen werden. Eine beliebige Teilbelastung, unter anderem die Einzellast  $P$  über einer Stütze, führt auch zur senkrechten Verschiebung der benachbarten Stützpunkte. Ihre Abstände sind im Grenzfall verschwindend klein, so daß das Gleichgewicht der Schnittkräfte für einen infinitesimalen Abschnitt  $dx$  des Stabes nach (48) angegeben werden kann:

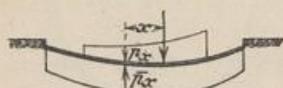


Abb. 132.

$$-\frac{d^2 M}{dx^2} = [p(x) - \bar{p}(x)] b. \quad (254)$$

$b$  ist die Breite des Stabes,  $p(x)$  die Auflast und  $\bar{p}(x)$  der auf die Flächeneinheit bezogene Widerstand der Unterlage. Dieser ist eine Funktion der Ausbiegung des Stabes und der physikalischen Eigenschaften des stützenden Mittels und wird nach der Begründung in Abschn. 7 mit

$$\bar{p}(x) = c w(x) \quad (255)$$

eingeführt.  $c$  ist ein von den Eigenschaften der Unterlage und von der Form und Größe der stützenden Fläche abhängiger konstanter Leitwert. Der waagerechte Widerstand in der Grenzsicht gegen eine Richtungsänderung der Stabtangente wird nicht berücksichtigt.

**Ansatz und Lösung der Differentialgleichung.** Die Krümmung des Stabes ist nach (209)  $\frac{d^2 w}{dx^2} = -\frac{M}{EJ}$ , und damit die Gleichgewichtsbedingung (254)

$$\frac{d^2}{dx^2} \left( EJ \frac{d^2 w}{dx^2} \right) + c b w = b p(x), \quad (256)$$

oder

$$\frac{d^4 M}{dx^4} = -b \frac{d^2}{dx^2} [p(x) - \bar{p}(x)], \quad \frac{d^4 M}{dx^4} - c b \frac{d^2 w}{dx^2} = -b \frac{d^2 p(x)}{dx^2}.$$

also

$$\frac{d^4 M}{dx^4} + \frac{c b}{EJ} M = -b \frac{d^2 p(x)}{dx^2}. \quad (257)$$

Die Differentialquotienten werden bei veränderlichem Trägheitsmoment oder bei wechselndem Leitwert  $c$  am einfachsten durch Differenzenquotienten ersetzt und nach (212) zu linearen algebraischen Gleichungen entwickelt. Die Anzahl der unbekanntenen Einsenkungen  $w_k$  oder der Biegemomente  $M_k$  ist ebenso groß wie die Anzahl der verfügbaren Bedingungen.

Bei konstantem Trägheitsmoment ist

$$EJ \frac{d^4 w}{dx^4} + c b w = b p(x) \quad \text{oder} \quad \frac{d^4 M}{dx^4} + \frac{b c}{EJ} M = -b \frac{d^2 p(x)}{dx^2}. \quad (258)$$

Die Lösung  $w, M$  besteht aus einem partikulären Integral  $w_0, M_0$  der vollständigen