Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Lösung für den starren Stab

urn:nbn:de:hbz:466:1-74292

Lösung für den unendlich langen Stab. Die Lösung ist für den vom Nullpunkt aus nach einer oder beiden Seiten unendlich langen Stab bei Belastung durch die Einzellast P_0 oder das Kräftepaar M_0 besonders einfach. Nach dem Ansatz $w = w' = 0$ für $\xi = \infty$ wird $U_2 = -U_1$, $U_4 = -U_3$. U_1 und U_3 ergeben sich dann aus zwei Randbedingungen für $\xi = 0$. Das Ergebnis enthält zwei charakteristische Funktionen:

$$\zeta_1 = e^{-\xi} \cos \xi, \qquad \zeta_2 = e^{-\xi} \sin \xi,$$

in denen die Veränderliche ξ stets mit ihrem absoluten Werte einzusetzen ist, um den Ansatz auch für negative Werte ξ verwenden zu können.

a) Der nach beiden Seiten unendlich lange Stab mit einer Einzellast P_0 in $\xi = 0$.

$$\left.\begin{aligned} &w = \frac{P_0}{2Lbc}(\zeta_1 + \zeta_2), \quad \frac{dw}{dx} = -\frac{P_0}{L^2bc}\zeta_2, \quad M = \frac{P_0L}{4}(\zeta_1 - \zeta_2), \quad Q = -\frac{P_0}{2}\zeta_1; \\ &x = \xi = 0: \quad w = \frac{P_0}{2Lbc}, \quad \frac{dw}{dx} = 0, \quad M = \frac{P_0L}{4}, \quad Q = -\frac{P_0}{2}. \end{aligned}\right\} \begin{array}{r}(264)\\ \text{Abb. 133}\end{array}$$

b) Der nach beiden Seiten unendlich lange Stab mit einem Kräftepaar M_0 in $\xi = 0$.

$$\left.\begin{aligned} &w = \frac{M_0}{L^2bc}\zeta_2, \quad \frac{dw}{dx} = \frac{M_0}{L^3bc}(\zeta_1 - \zeta_2), \quad M = \frac{M_0}{2}\zeta_1, \quad Q = -\frac{M_0}{2L}(\zeta_1 + \zeta_2); \\ &x = \xi = 0: \quad w = 0, \quad \frac{dw}{dx} = \frac{M_0}{L^3bc}, \quad M = \frac{M_0}{2}, \quad Q = -\frac{M_0}{2L}. \end{aligned}\right\} \begin{array}{r}(265)\\ \text{Abb. 134}\end{array}$$

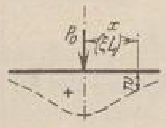
Abb. 133.

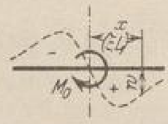
Abb. 134.

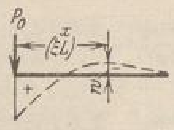
Abb. 135.


Abb. 136.

c) Der einseitig unendlich ausgedehnte Stab mit einer Einzellast P_0 in $\xi = 0$.

$$\left.\begin{aligned} &w = \frac{2P_0}{Lbc}\zeta_1, \quad \frac{dw}{dx} = -\frac{2P_0}{L^2bc}(\zeta_1 + \zeta_2), \quad M = -P_0L\zeta_2, \quad Q = -P_0(\zeta_1 - \zeta_2); \\ &x = \xi = 0: \quad w = \frac{2P_0}{Lbc}, \quad \frac{dw}{dx} = -\frac{2P_0}{L^2bc}, \quad M = 0, \quad Q = -P_0. \end{aligned}\right\} \begin{array}{r}(266)\\ \text{Abb. 135}\end{array}$$

d) Der einseitig unendlich ausgedehnte Stab mit einem Kräftepaar M_0 in $\xi = 0$.

$$\left.\begin{aligned} &w = -\frac{2M_0}{L^2bc}(\zeta_1 - \zeta_2), \quad \frac{dw}{dx} = \frac{4M_0}{L^3bc}\zeta_1, \quad M = M_0(\zeta_1 + \zeta_2), \quad Q = -\frac{2M_0}{L}\zeta_2; \\ &x = \xi = 0: \quad w = -\frac{2M_0}{L^2bc}, \quad \frac{dw}{dx} = \frac{4M_0}{L^3bc}, \quad M = M_0, \quad Q = 0. \end{aligned}\right\} \begin{array}{r}(267)\\ \text{Abb. 136}\end{array}$$

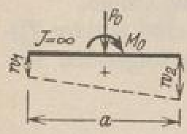
Abb. 137.

Lösung für den starren Stab. Ein anderer Grenzfall ist der durchlaufend elastisch gestützte Stab von der Länge a und einem $J \approx \infty$. Die Durchbiegung w ist dann eine lineare, durch die Randwerte w_1 und w_2 bestimmte Funktion.

a) Lastangriff P_0, M_0 in Stabmitte (Abb. 137).

$$c\,w_{\substack{1\\2}} = \frac{P_0}{ab} \mp \frac{6M_0}{a^2b}, \qquad c\frac{dw}{dx} = \frac{12M_0}{a^3b}. \tag{268}$$

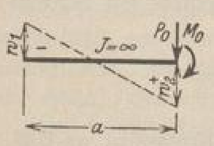
Abb. 138.

b) Lastangriff P_0, M_0 am Stabende (Abb. 138).

$$\left.\begin{aligned} &c\,w_1 = -\frac{2P_0}{ab} - \frac{6M_0}{a^2b}, \qquad c\,w_2 = \frac{4P_0}{ab} + \frac{6M_0}{a^2b}, \\ &c\frac{dw}{dx} = \frac{6P_0}{a^2b} + \frac{12M_0}{a^3b}. \end{aligned}\right\} \quad (269)$$

Lösung der homogenen Gleichung des kurzen Stabes für vorgeschriebene Randkräfte. Zur einfachen Verwendung der Theorie im Bauwesen wird die allge-