



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Lösung für den unendlich langen Stab

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

Lösung für den unendlich langen Stab. Die Lösung ist für den vom Nullpunkt aus nach einer oder beiden Seiten unendlich langen Stab bei Belastung durch die Einzellast P_0 oder das Kräftepaar M_0 besonders einfach. Nach dem Ansatz $w = w' = 0$ für $\xi = \infty$ wird $U_2 = -U_1, U_4 = -U_3$. U_1 und U_3 ergeben sich dann aus zwei Randbedingungen für $\xi = 0$. Das Ergebnis enthält zwei charakteristische Funktionen:

$$\zeta_1 = e^{-\xi} \cos \xi, \quad \zeta_2 = e^{-\xi} \sin \xi,$$

in denen die Veränderliche ξ stets mit ihrem absoluten Werte einzusetzen ist, um den Ansatz auch für negative Werte ξ verwenden zu können.

a) Der nach beiden Seiten unendlich lange Stab mit einer Einzellast P_0 in $\xi = 0$.

$$\left. \begin{aligned} w &= \frac{P_0}{2Lbc} (\zeta_1 + \zeta_2), & \frac{dw}{dx} &= -\frac{P_0}{L^2bc} \zeta_2, & M &= \frac{P_0 L}{4} (\zeta_1 - \zeta_2), & Q &= -\frac{P_0}{2} \zeta_1; \\ x = \xi = 0: & w = \frac{P_0}{2Lbc}, & \frac{dw}{dx} &= 0, & M &= \frac{P_0 L}{4}, & Q &= -\frac{P_0}{2}. \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} (264) \\ \text{Abb. 133} \end{array}$$

b) Der nach beiden Seiten unendlich lange Stab mit einem Kräftepaar M_0 in $\xi = 0$.

$$\left. \begin{aligned} w &= \frac{M_0}{L^2bc} \zeta_2, & \frac{dw}{dx} &= \frac{M_0}{L^3bc} (\zeta_1 - \zeta_2), & M &= \frac{M_0}{2} \zeta_1, & Q &= -\frac{M_0}{2L} (\zeta_1 + \zeta_2); \\ x = \xi = 0: & w = 0, & \frac{dw}{dx} &= \frac{M_0}{L^3bc}, & M &= \frac{M_0}{2}, & Q &= -\frac{M_0}{2L}. \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} (265) \\ \text{Abb. 134} \end{array}$$

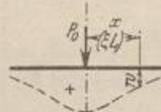


Abb. 133.

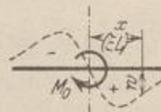


Abb. 134.

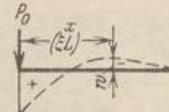


Abb. 135.



Abb. 136.

c) Der einseitig unendlich ausgedehnte Stab mit einer Einzellast P_0 in $\xi = 0$.

$$\left. \begin{aligned} w &= \frac{2P_0}{Lbc} \zeta_1, & \frac{dw}{dx} &= -\frac{2P_0}{L^2bc} (\zeta_1 + \zeta_2), & M &= -P_0 L \zeta_2, & Q &= -P_0 (\zeta_1 - \zeta_2); \\ x = \xi = 0: & w = \frac{2P_0}{Lbc}, & \frac{dw}{dx} &= -\frac{2P_0}{L^2bc}, & M &= 0, & Q &= -P_0. \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} (266) \\ \text{Abb. 135} \end{array}$$

d) Der einseitig unendlich ausgedehnte Stab mit einem Kräftepaar M_0 in $\xi = 0$.

$$\left. \begin{aligned} w &= -\frac{2M_0}{L^2bc} (\zeta_1 - \zeta_2), & \frac{dw}{dx} &= \frac{4M_0}{L^3bc} \zeta_1, & M &= M_0 (\zeta_1 + \zeta_2), & Q &= -\frac{2M_0}{L} \zeta_2; \\ x = \xi = 0: & w = -\frac{2M_0}{L^2bc}, & \frac{dw}{dx} &= \frac{4M_0}{L^3bc}, & M &= M_0, & Q &= 0. \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} (267) \\ \text{Abb. 136} \end{array}$$

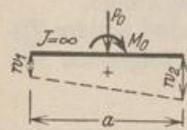


Abb. 137.

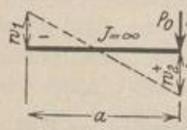


Abb. 138.

Lösung für den starren Stab. Ein anderer Grenzfall ist der durchlaufend elastisch gestützte Stab von der Länge a und einem $J \approx \infty$. Die Durchbiegung w ist dann eine lineare, durch die Randwerte w_1 und w_2 bestimmte Funktion.

a) Lastangriff P_0, M_0 in Stabmitte (Abb. 137).

$$c w_{1/2} = \frac{P_0}{ab} \mp \frac{6M_0}{a^2b}, \quad c \frac{dw}{dx} = \frac{12M_0}{a^3b}. \quad (268)$$

b) Lastangriff P_0, M_0 am Stabende (Abb. 138).

$$\left. \begin{aligned} c w_1 &= -\frac{2P_0}{ab} - \frac{6M_0}{a^2b}, & c w_2 &= \frac{4P_0}{ab} + \frac{6M_0}{a^2b}, \\ c \frac{dw}{dx} &= \frac{6P_0}{a^2b} + \frac{12M_0}{a^3b}. \end{aligned} \right\} (269)$$

Lösung der homogenen Gleichung des kurzen Stabes für vorgeschriebene Randkräfte. Zur einfachen Verwendung der Theorie im Bauwesen wird die allge-