Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Unstetige Ansätze: a) für Einzellasten, b) für veränderliches Trägheitsmoment

urn:nbn:de:hbz:466:1-74292

Unstetige Ansätze: a) für Einzellasten, b) für veränderliches Trägheitsmoment. a) Bei einem nach beiden Seiten unendlich ausgedehnten Stabe darf der Angriffspunkt einer jeden Einzellast P_k und eines jeden Kräftepaares M_k als Symmetriepunkt angesehen werden, so daß der Verschiebungs- und Spannungszustand eines ausgezeichneten Querschnitts im Abstand x_k, (ξ_k) von dem Lastangriff P_k, M_k durch Superposition gefunden wird (Abb. 143).

$$\left.\begin{aligned} w &= \frac{1}{2\,L\,b\,c}\sum P_k(\zeta_{1k}+\zeta_{2k}), & \frac{dw}{dx} &= -\frac{1}{L^2 b\,c}\sum P_k\,\zeta_{2k}, \\ M &= \frac{L}{4}\sum P_k(\zeta_{1k}-\zeta_{2k}), & Q &= -\frac{1}{2}\sum P_k\,\zeta_{1k}. \end{aligned}\right\} \qquad (274)$$

Bei stetiger Belastung werden die Kräfte P_k durch $p(x)\,L\,d\xi$ und die Summenbildung durch Integration ersetzt.

Die Schnittkräfte aus der beliebigen Belastung eines unendlich langen Stabes gelten auch für den Stab mit einer vorgeschriebenen Länge l, wenn neben der

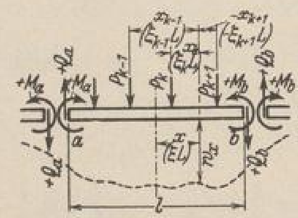

Abb. 143.

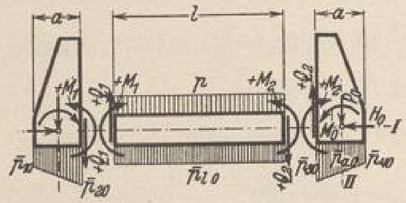

Abb. 144.

Belastung die den Enden a, b zugeordneten Schnittkräfte M_a, Q_a, M_b, Q_b des unendlich langen Stabes als äußere Kräfte wirken. Überlagert man diese Schnittkräfte nachträglich mit einer Zusatzlösung, welche für die negativen Kräfte $(M_a \dots Q_b)$ als Randkräfte des Stabes l berechnet wird, so sind die Bedingungen für Gleichgewicht, Elastizität und geometrische Verträglichkeit unter den Einzellasten erfüllt. Damit kann die Lösung für den kurzen Stab ohne Zerlegung in stetige Integrationsbereiche angegeben werden. Die Randkräfte werden nach Abschn. 27 in symmetrische und antimetrische Anteile zerlegt, um das Ergebnis aus den bekannten Teillösungen (270) bis (273) unmittelbar zu entwickeln.

b) Die Bestimmung der Integrationskonstanten läßt sich auch bei wechselndem Trägheitsmoment umgehen, wenn die Lösung (260) für jeden Abschnitt $\overline{(i-1),\,i}$ des Trägers mit der vorgeschriebenen Belastung und den Schnittkräften M_{i-1}, Q_{i-1}, M_i, Q_i als äußeren Kräften angeschrieben wird. Diese zunächst unbekannten Schnittkräfte sind aus der Kontinuität der Formänderung des Stabes an den Intervallgrenzen bestimmt. An jedem Querschnitt i ist die gegenseitige Verschiebung $\delta_1^{(i)}$ und die gegenseitige Verdrehung $\delta_2^{(i)}$ der beiden i benachbarten Querschnitte Null. Bei zwei verschiedenen Trägheitsmomenten, also einfacher Unterteilung des Stabes ist daher nach dem Superpositionsgesetz

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \delta_{10} - Q_i\,\delta_{11} - M_i\,\delta_{12} = 0, \\ \delta_2 &= \delta_{20} - Q_i\,\delta_{21} - M_i\,\delta_{22} = 0. \end{aligned} \qquad (275)$$

Hierbei bezeichnen δ_{11}, δ_{12} nach S. 159 die gegenseitigen Verschiebungen der Querschnitte infolge $-Q_i = 1$ und $-M_i = 1$, δ_{22}, δ_{21} die gegenseitigen Verdrehungen der beiden Querschnitte infolge von $-M_i = 1$ und $-Q_i = 1$ (Abb. 144).

Beispiel zu a).

Die Schnittkräfte in dem Träger eines Brückenrahmens. (Abb. 145, 146.) Abmessungen des Trägers: $l = 11{,}5$ m, $b = 2{,}0$ m, $h = 0{,}8$ m, $J = 0{,}0853$ m^4, $E = 210000$ kg/cm^2. Der Leitwert c des Ansatzes (255) liegt zwischen den Grenzen $10 < c < 200$ kg/cm^3. Die Untersuchung