



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Die Statik im Stahlbetonbau**

**Beyer, Kurt**

**Berlin [u.a.], 1956**

Geometrische Verträglichkeit und Superpositionsgesetz im kinematisch  
starren Hauptssystem

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

übrigen können die überzähligen Größen  $X_k$  nach Art, Lage und Richtungssinn grundsätzlich beliebig ausgewählt werden. Ist das Hauptssystem jedoch aus besonderen Gründen beweglich, so sind zum Gleichgewicht ausgezeichnete Eigenschaften der Belastung  $\mathfrak{P}$  und der statisch unbestimmten äußeren Kräfte  $X_k$  notwendig.

**Geometrische Verträglichkeit und Superpositions-gesetz im kinematisch starren Hauptssystem.** Die Gleichgewichtsbedingungen werden bei jeder Annahme über die Größe der statisch unbestimmten Kräfte  $X_k$  erfüllt. Dagegen ist nach (279) nur eine durch Größe und Richtungssinn ausgezeichnete Gruppe vorhanden, die in Verbindung mit der Belastung  $\mathfrak{P}$  die mit dem vorgelegten Stabwerk verträgliche Formänderung des Hauptsystems erzeugt. Diese ist durch die Stützung und durch die Dehnung und Biegung der Stäbe, also durch die Schnittkräfte bestimmt. Spannung und Formänderung sind im Bereiche des zulässigen Tragvermögens durch das Hookesche Gesetz linear miteinander verknüpft. Daher entstehen zwischen der Belastung  $\mathfrak{P}(P_1 \dots P_n)$ , den Schnittkräften und der Verschiebung oder Verdrehung ausgezeichneter Querschnitte  $k$  lineare algebraische Gleichungen oder lineare Differentialgleichungen, welche durch Superposition der Absolutglieder, also durch Superposition der äußeren Kräfte  $\mathfrak{P}$  und der anderen äußeren Ursachen gelöst werden können. Das Hookesche Gesetz ist also die Voraussetzung für die Gültigkeit des Superpositionsgesetzes, nach dem irgend eine mechanische oder geometrische Wirkung  $W_h$  (Kraft oder Verschiebung) eines statisch unbestimmten Tragwerks als

$$W_h = \sum_{k=1}^{k=n} W_{hk} P_k \quad (284)$$

angegeben werden kann.

Die statisch überzähligen Stütz- und Schnittkräfte  $X_k$  ( $k = 1 \dots n$ ) des Stabwerks sind als innere Kräfte stets Doppelkräfte und neben der Belastung  $\mathfrak{P}$  äußere Kräfte des Hauptsystems. Ihr Richtungssinn und ihre Größe werden derart bestimmt, daß die Formänderung des Hauptsystems aus seiner Belastung  $\mathfrak{P}$ ,  $X_k$  ( $k = 1 \dots n$ ), aus seiner Temperaturänderung  $t$ ,  $\Delta t$  und seinen Stützenverschiebungen  $\Delta_e$  mit der Formänderung des vorgelegten Tragwerks übereinstimmt. Dies gilt insbesondere auch an denjenigen Querschnitten  $k$ , an welchen Schnittkräfte zur Bildung des Hauptsystems als statisch überzählig angesehen und durch äußere Kräfte  $X_k$  ersetzt worden sind. Die relativen elastischen Verschiebungen oder Verdrehungen  $\delta_k^{(n)} = \delta_k^{(n)}(\mathfrak{P}, \Sigma X)$  der Ufer dieser Querschnitte  $k$  des Hauptsystems sind daher Null. Damit treten zu den Gleichgewichtsbedingungen für die äußeren Kräfte  $\mathfrak{P}$ ,  $X_k$  ( $k = 1 \dots n$ ) noch geometrische Verträglichkeitsbedingungen für den Verschiebungszustand des Hauptsystems. In diesem werden die Komponenten  $\delta_k$ , die stets als gerichtete Größen anzusehen sind, in der Regel nach Vereinbarung entgegen dem Richtungssinn von  $X_k$  positiv gerechnet. Die Verträglichkeitsbedingungen werden nach (281) in der folgenden Form angeschrieben:

$$\text{oder} \quad \left. \begin{aligned} 1_k^{(0)} \delta_k^{(0)}(\mathfrak{P}, \Sigma X) = 1_k^{(0)} \delta_k = 0, & \quad (k = 1, \dots, n) \\ 1_k^{(n-h)} \delta_k^{(n-h)}(\mathfrak{P}, \Sigma X) = 1_k^{(n-h)} \delta_k = 0, & \quad (k = 1, \dots, h). \end{aligned} \right\} \quad (285)$$

Die Anzahl der Verträglichkeitsbedingungen stimmt mit der Anzahl  $n$  oder  $h$  der überzähligen Größen  $X_k$  überein, so daß die notwendige und hinreichende Grundlage zu ihrer Berechnung vorhanden ist.

**Entwicklung der Elastizitätsgleichung aus den geometrischen Verträglichkeitsbedingungen.** Die relative Verschiebung  $\delta_k$  der Ufer  $k$  eines ebenen, statisch bestimmten oder  $(n-h)$  fach statisch unbestimmten Hauptsystems durch äußere Kräfte  $\mathfrak{P}$ ,  $X_k$ , durch Temperaturänderung und Stützenbewegung im Sinne von  $-X_k$  wird nach (35) aus dem Vergleich mit einem dem vorhandenen Kräftebild benachbarten Spannungszustande abgeleitet. Hierbei entstehen die Ansätze (285) mit der Arbeit aus einer virtuellen Belastung  $-X_k = 1_k^{(0)}$  oder  $-X_k = 1_k^{(n-h)}$