



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Anwendungen

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

dadurch kleiner, das Stabwerk zerfällt in Abschnitte, deren statische und geometrische Randbedingungen zum Teil bekannt sind. Die Nullstellen der Biegemomente erhalten die Bedeutung von Gelenken, die Nullstellen der Quer- und Längskräfte diejenige von Führungen. Die statische Untersuchung eines mehrteiligen Stabwerks wird daher bei symmetrischer oder antimetrischer Belastung zu einer oder mehreren Achsen des Tragwerks auf einen Abschnitt mit wenigen statisch unbestimmten Schnittkräften beschränkt (Abschnitt 26).

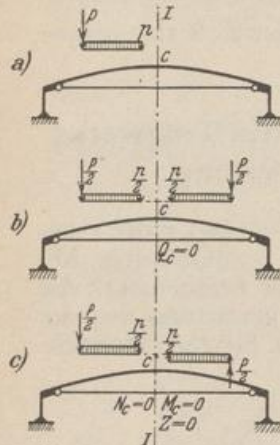


Abb. 173. Abb. 173 b: Symmetrische Belastung $(1)P$, Abb. 173 c: Antimetrische Belastung $(2)P$.

Die Belastungsumordnung. Um die Rechnung bei einer allgemeinen Belastung P des Tragwerks in derselben Weise zu vereinfachen, wird diese nach dem Superpositionsgesetz (284) in einzelne Anteile zerlegt, die zu jeder Achse symmetrisch oder antimetrisch sind. Sie zerfällt bei einer Symmetrieachse in zwei $(1)P, (2)P$, bei zwei Symmetrieachsen in vier Gruppen $(1)P, \dots, (4)P$, die zu jeder Achse entweder symmetrisch oder antimetrisch sind, also einen symmetrischen oder antimetrischen Spannungs- und Verschiebungszustand mit den Eigenschaften auf S. 185 hervorrufen. Auch bei Systemen mit mehr als zwei Symmetrieachsen ist keine andere als die Umordnung nach diesen vier Gruppen möglich.

Die statische Untersuchung mehrteiliger Tragwerke mit ausgezeichneten Achsen beginnt daher stets mit der Umordnung der vorgeschriebenen allgemeinen Belastung und der Beschreibung der ausgezeichneten Eigenschaften des Spannungs- und Verschiebungszustandes jeder Teilbelastung.

$P \equiv (1)P, \dots, (4)P$. Sie schließt mit der Superposition der Teilergebnisse für die Schnittkräfte und Verschiebungen aus

$$M \equiv (1)M, \dots, (4)M, \quad w \equiv (1)w, \dots, (4)w.$$

Anwendungen.

a) Der Bogenträger mit Zugband Abb. 173 ist nach einer Achse symmetrisch und für die vorgeschriebene Belastung P vierfach statisch unbestimmt. Die Be-

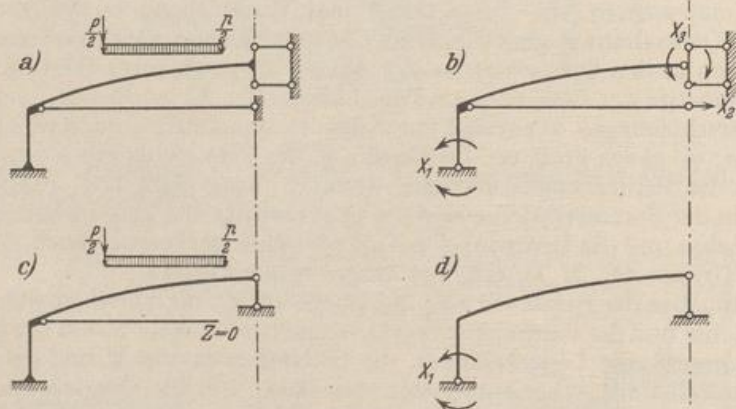


Abb. 174.

lastung zerfällt daher in die Anteile $(1)P, (2)P$. Die Belastung $(1)P$ ist zur Achse I symmetrisch und daher $Q_e = 0$ und $\varphi_e = 0$. Das Tragwerk ist für die symmetrische Belastung dreifach statisch unbestimmt. Die Berechnung wird auf den linken Trägerabschnitt Abb. 174a mit dem Hauptsystem Abb. 174b beschränkt.

Die Belastung $^{(2)}\mathfrak{P}$ ist zur Achse I antimetrisch und daher $M_c = 0, N_c = 0, w_c = 0, Z = 0$. Das Tragwerk ist für die antimetrische Belastung einfach statisch unbestimmt. Es zerfällt für die Berechnung nach S. 185 in zwei Abschnitte Abb. 174c mit dem Hauptssystem Abb. 174d.

b) Der Rahmenträger Abb. 175a ist nach zwei Achsen I, II symmetrisch und für die vorgeschriebene Belastung \mathfrak{P} neunfach statisch unbestimmt. Sie wird in 4 Anteile ungeordnet, die zu den Achsen I, II symmetrisch oder antimetrisch sind und bei der Überlagerung \mathfrak{P} liefern $^{(1)}\mathfrak{P}, ^{(2)}\mathfrak{P}, ^{(3)}\mathfrak{P}, ^{(4)}\mathfrak{P} \equiv \mathfrak{P}$. Dasselbe gilt daher nach dem Superpositionsgesetz auch für die Schnittkräfte $^{(1)}M, \dots, ^{(4)}M \equiv M$ und für die Verschiebungen $^{(1)}w, \dots, ^{(4)}w \equiv w$.

1. Belastung $^{(1)}\mathfrak{P}$ symmetrisch zu beiden Achsen (Abb. 175b). Die Querkräfte Q und die Verdrehungen φ der sechs Querschnitte $a \dots f$ sind Null. Der Spannungs- und Verschiebungszustand ist daher durch Abb. 176a bestimmt. Der Abschnitt des Stabwerks ist dreifach statisch unbestimmt. Die überzähligen Größen werden nach Abb. 176b berechnet.

2. Belastung $^{(2)}\mathfrak{P}$ symmetrisch zur Achse I , antimetrisch zur Achse II mit $Q = 0, \varphi = 0$ in den Querschnitten c, d und $M = 0, N = 0, u = 0$ in den Querschnitten a, b, e, f (Abb. 175c). Das Tragwerk ist jetzt zweifach statisch unbestimmt. Die Schnittkräfte und Verschiebungen werden aus Abb. 177a mit Abb. 177b als Hauptssystem abgeleitet.

3. Belastung $^{(3)}\mathfrak{P}$ antimetrisch zur Achse I symmetrisch zur Achse II mit $M = 0, N = 0, w = 0$ in den Querschnitten c, d und $Q = 0, \varphi = 0$ in den Querschnitten a, b, e, f (Abb. 175d). Das Tragwerk ist dreifach statisch unbestimmt. Die Schnittkräfte und Verschiebungen werden aus Abb. 178a mit Abb. 178b als Hauptssystem abgeleitet.

4. Belastung $^{(4)}\mathfrak{P}$ antimetrisch zu den Achsen I, II mit $M = 0, N = 0, w = 0$ in den Querschnitten c, d und $M = 0, N = 0, u = 0$ in den Querschnitten a, b, e, f (Abb. 175e). Das Tragwerk ist einfach statisch unbestimmt. Die Schnittkräfte und Verschiebungen werden aus Abb. 179a mit Abb. 179b als Hauptssystem abgeleitet.

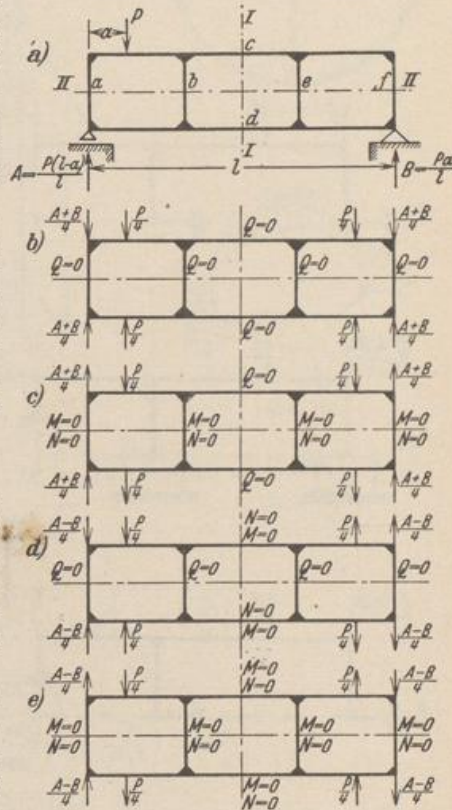


Abb. 175. Die Abb. 175 b, c, d, e zeigen die Belastungsanteile $^{(1)}\mathfrak{P}, ^{(2)}\mathfrak{P}, ^{(3)}\mathfrak{P}, ^{(4)}\mathfrak{P}$.

Der Abschnitt 51 über die Berechnung der Stockwerkrahmen enthält ein ausführliches Zahlenbeispiel.

c) Der Kreisring Abb. 180a besitzt konstanten Querschnitt F, J . Er ist durch n gelenkig angeschlossene Zugglieder F_z in n gleichgroße Sektoren unterteilt und rotationssymmetrisch durch p belastet.

Spannungs- und Verschiebungszustand sind in bezug auf n Achsen symmetrisch. In den Symmetriequerschnitten sind die Drehwinkel Null, die Querkräfte Null oder entgegengesetzt gleich. Die Untersuchung kann daher auf einen Kreissektor beschränkt werden, dessen Anschlußquerschnitte keine Verdrehung, dessen Spitzen keine Verschiebung erleiden. Damit sind zwei Bedingungen gegeben, aus denen das Biegemoment X_1 und die Längskraft X_2 berechnet werden können.

1. Hauptsystem mit den überzähligen Schnittkräften X_1, X_2 nach Abb. 180b.

2. Ansatz: $X_1 \delta_{11} + X_2 \delta_{12} = \delta_{10}$, $X_1 \delta_{21} + X_2 \delta_{22} = \delta_{20}$.
 Belastungszustand: $-X_1 = 1$, $M_1 = 1$; $-X_2 = 1$, $M_2 = y/2 \sin(\pi/n)$ (Abb. 180c).

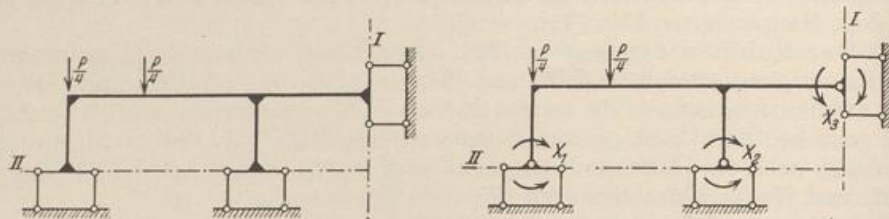


Abb. 176 a und b.

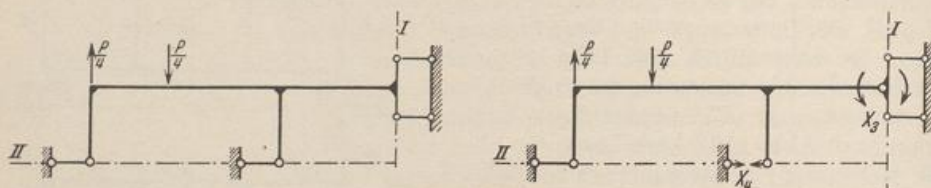


Abb. 177 a und b.

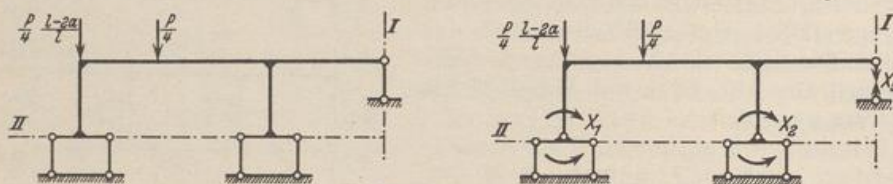


Abb. 178 a und b.

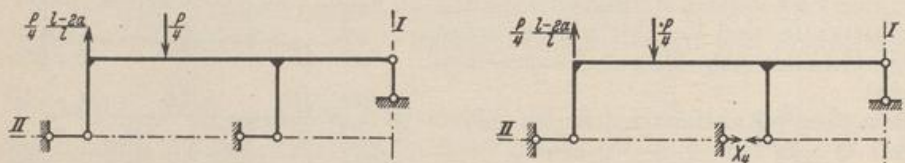


Abb. 179 a und b.

3. Vorzahlen (Tab. 16):

$$\delta_{11} = \int_{-\pi/n}^{+\pi/n} M_1^2 ds = l^2 \cdot \frac{2\pi r}{n} = 2r \frac{\pi}{n}; \quad \delta_{12} = \int_{-\pi/n}^{+\pi/n} \frac{1}{2} y \sin \frac{\pi}{n} ds = \frac{r}{2 \sin \frac{\pi}{n}} \left(\frac{l}{b} - \frac{e}{r} \right) b;$$

$$\delta_{12} = r^2 \left(1 - \frac{\pi}{n} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{n} \right); \quad \delta_{22} = 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^2 \cdot \frac{J}{0,5 \cdot F_s} r + \frac{J}{F} \int_{-\pi/n}^{+\pi/n} N_2^2 ds + \int_{-\pi/n}^{+\pi/n} M_2^2 ds,$$

$$\delta_{22} = 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^2 \cdot \frac{J}{0,5 F_s} r + \frac{J}{F} \int_{-\pi/n}^{+\pi/n} \frac{\cos^2 \varphi}{4 \sin^2 \pi/n} r d\varphi + \frac{1}{4 \sin^2 \pi/n} \cdot \frac{r^2}{2} \left(1 + 2 \frac{e^2}{r^2} - \frac{3el}{br} \right) b$$

$$= r \frac{J}{F_s} + \frac{r}{4} \cdot \frac{J}{F} \left(\frac{\pi/n}{\sin^2 \pi/n} + \operatorname{ctg} \frac{\pi}{n} \right) + \frac{\pi}{n} \cdot \frac{r^3}{4} \left(\frac{1}{\sin^2 \pi/n} + 2 \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{n} - 3 \frac{n}{\pi} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{n} \right).$$

4. Belastungsglieder: $M_0 = 0$; $N_0 = pr$.

$$\delta_{10} = 0, \quad \delta_{20} = \frac{J}{F} \int_{-\pi/n}^{+\pi/n} N_0 N_2 r d\varphi = \frac{J}{F} \int_{-\pi/n}^{+\pi/n} pr \frac{\cos \varphi}{2 \sin \pi/n} r d\varphi = pr^2 \frac{J}{F}.$$

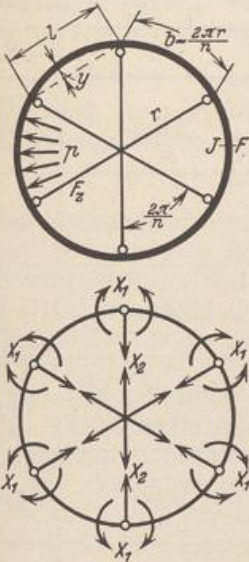


Abb. 180a bis c.

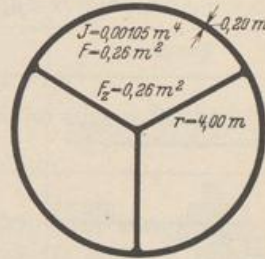
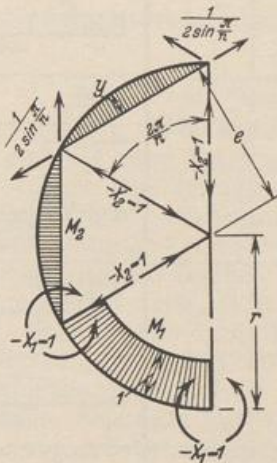


Abb. 181.

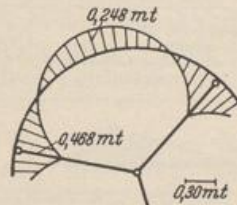


Abb. 182.

5. Auflösung des Ansatzes für $\delta_{10} = 0$: $X_1 = -X_2 \frac{\delta_{12}}{\delta_{11}}$, $X_2 = \frac{\delta_{20}}{\delta_{22} - \frac{\delta_{12}^2}{\delta_{11}}}$,

$$X_2 = pr \frac{\frac{J}{F}}{\frac{J}{F} + \frac{r^2}{4} \left[\left(\frac{\pi/n}{\sin^2 \pi/n} + \text{ctg} \frac{\pi}{n} \right) \left(1 + \frac{J}{F r^2} \right) - 2 \frac{n}{\pi} \right]},$$

$$X_1 = -\frac{pr^2}{2} \frac{\frac{J}{F} \left(\frac{n}{\pi} - \text{ctg} \frac{\pi}{n} \right)}{\frac{J}{F} + \frac{r^2}{4} \left[\left(\frac{\pi/n}{\sin^2 \pi/n} + \text{ctg} \frac{\pi}{n} \right) \left(1 + \frac{J}{F r^2} \right) - 2 \frac{n}{\pi} \right]}.$$

Zahlenbeispiel (Abb. 181).

$p = 10,00 \text{ t/m}$, $J = 0,00105 \text{ m}^4$, $r = 4,00 \text{ m}$, $F = F_z = 0,26 \text{ m}^2$, $n = 3$.

J , F und F_z sind ideelle Querschnittsgrößen.

$$X_1 = -0,468 \text{ mt}, \quad X_2 = +0,620 \text{ t}.$$

Der Verlauf der Momente ist in Abb. 182 dargestellt.

Die Längskraft N im Ring ohne Zugbänder beträgt 40 t , also $\sigma = \frac{N}{F} = 153,8 \text{ t/m}^2$. Die Zugbänder vermindern die Längskraft höchstens um 1% , dagegen ergibt das Biegemoment von $0,468 \text{ mt}$ bei der Wandstärke von $0,20 \text{ m}$ eine Zusatzspannung von

$$\sigma' = \frac{M}{J} \frac{h}{2} = \frac{0,468}{0,00105} \cdot 0,10 = 44,5 \text{ t/m}^2,$$

das sind 29% der reinen Ringspannung.

Verhältnis der Biegemomente eines Stabwerks bei verschiedener Belastung eines Stabes. Die Umordnung der Belastung ist unter Umständen auch von