Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Verhältnis der Biegungsmomente eines Stabwerks bei verschiedener Belastung eines Stabes. (Mit Tabelle und Zahlenbeispiel)

urn:nbn:de:hbz:466:1-74292

4. Belastungsglieder: $M_0 = 0$; $N_0 = p r$.

$$\delta_{10} = 0\,, \qquad \delta_{20} = \frac{J}{F}\int\limits_{-\pi/n}^{+\pi/n} N_0 N_2 r\, d\varphi = \frac{J}{F}\int\limits_{-\pi/n}^{+\pi/n} p r \frac{\cos\varphi}{2\sin\pi/n} r\, d\varphi = p r^2 \frac{J}{F}\,.$$

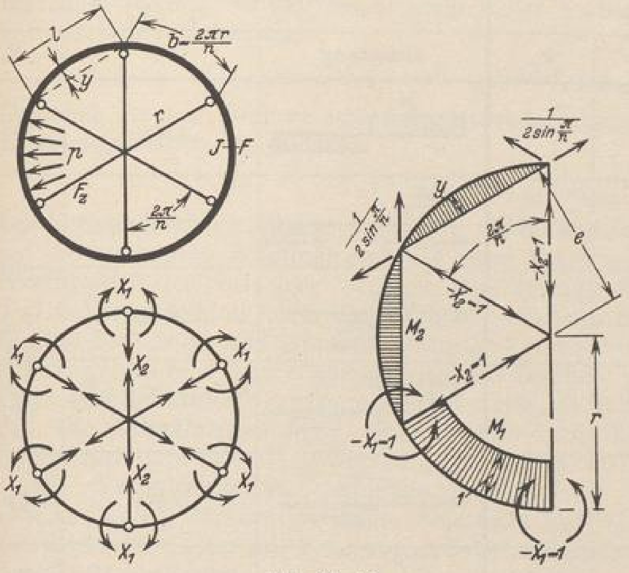


Abb. 180a bis c.

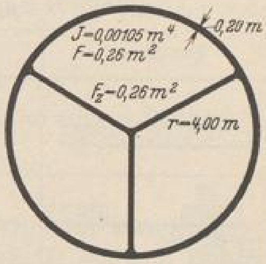


Abb. 181.

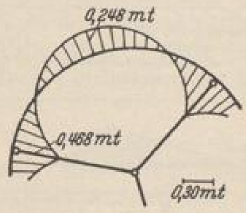


Abb. 182.

5. Auflösung des Ansatzes für $\delta_{10} = 0$: $X_1 = -X_2 \frac{\delta_{12}}{\delta_{11}}$, $X_2 = \frac{\delta_{20}}{\delta_{22} - \frac{\delta_{12}^2}{\delta_{11}}}$,

$$X_2 = p r \frac{\frac{J}{F}}{\frac{J}{F_z} + \frac{r^2}{4}\left[\left(\frac{\pi/n}{\sin^2 \pi/n} + \operatorname{ctg}\frac{\pi}{n}\right)\left(1 + \frac{J}{F r^2}\right) - 2\frac{n}{\pi}\right]}\,,$$

$$X_1 = -\frac{p r^2}{2} \frac{\frac{J}{F}\left(\frac{n}{\pi} - \operatorname{ctg}\frac{\pi}{n}\right)}{\frac{J}{F_z} + \frac{r^2}{4}\left[\left(\frac{\pi/n}{\sin^2 \pi/n} + \operatorname{ctg}\frac{\pi}{n}\right)\left(1 + \frac{J}{F r^2}\right) - 2\frac{n}{\pi}\right]}\,.$$

Zahlenbeispiel (Abb. 181).

$p = 10{,}00$ t/m, $\quad J = 0{,}00105$ m⁴, $\quad r = 4{,}00$ m, $\quad F = F_z = 0{,}26$ m², $\quad n = 3$.

J, F und F_z sind ideelle Querschnittsgrößen.

$$X_1 = -0{,}468 \text{ mt}\,, \qquad X_2 = +0{,}620 \text{ t}\,.$$

Der Verlauf der Momente ist in Abb. 182 dargestellt.

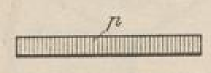
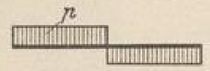
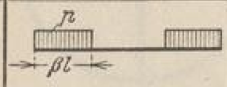
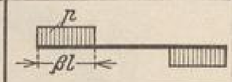
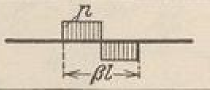
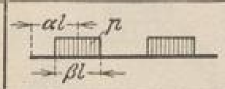
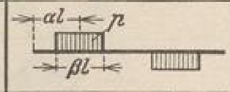
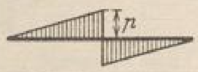
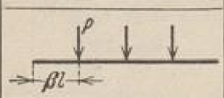
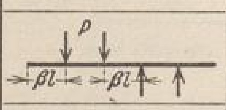
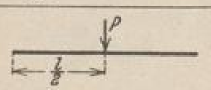
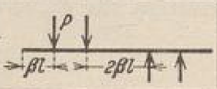
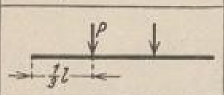
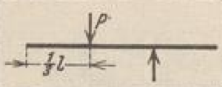
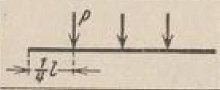
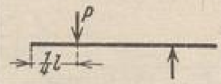
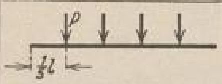
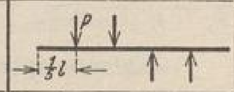
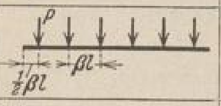
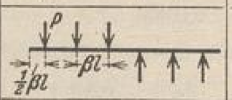
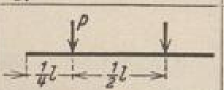
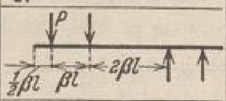
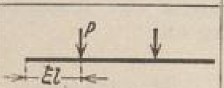
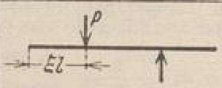
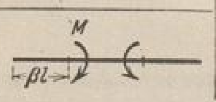
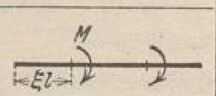
Die Längskraft N im Ring ohne Zugbänder beträgt 40 t, also $\sigma = \frac{N}{F} = 153{,}8$ t/m². Die Zugbänder vermindern die Längskraft höchstens um 1%, dagegen ergibt das Biegungsmoment von 0,468 mt bei der Wandstärke von 0,20 m eine Zusatzspannung von

$$\sigma' = \frac{M}{J}\frac{h}{2} = \frac{0{,}468}{0{,}00105}\, 0{,}10 = 44{,}5 \text{ t/m}^2\,,$$

das sind 29% der reinen Ringspannung.

Verhältnis der Biegungsmomente eines Stabwerks bei verschiedener Belastung eines Stabes. Die Umordnung der Belastung ist unter Umständen auch von

Tabelle 24. Verhältniszahlen für die Umformung der Momente eines Stabwerks bei verschiedenen symmetrischen oder antimetrischen Belastungsformen eines Stabes.

Nr.	$M_r = M_k \cdot \frac{\mu_r}{\mu_k} \cdot \frac{R_r}{R_k}$			$M_r = M_k \cdot \frac{\nu_r}{\nu_k} \cdot \frac{R_r}{R_k}$		
	Belastung	μ_k	R_k	Belastung	ν_k	R_k
1		1,00	$p\,l$		1,000	$p\,l$
2		$2\beta\left(\frac{3}{2}-\beta\right)$	$2p\beta l$		$8\beta(1-\beta)^2$	$2p\beta l$
3		$\frac{1}{2}(3-\beta^2)$	$p\beta l$		$\beta(2-\beta^2)$	$p\beta l$
4		$6\alpha(1-\alpha) - \frac{1}{2}\beta^2$	$2p\beta l$		$16\left[\alpha(1-\alpha)-\frac{1}{4}\beta^2\right] \cdot (1-2\alpha)$	$2p\beta l$
5		1,250	$\frac{1}{2}p\,l$		0,311	$\frac{1}{2}p\,l$
6		$1+\beta$	$\left(\frac{1}{\beta}-1\right)P$		$(1+\beta)(1-\beta^2)$	$\left(\frac{1}{\beta}-1\right)P$
7		1,500	P		$1+2\beta$	$\left(\frac{1}{\beta}-2\right)P$
8		1,333	$2P$		1,185	$2P$
9		1,250	$3P$		1,500	$2P$
10		1,200	$4P$		1,152	$4P$
11		$\frac{1}{2}(2+\beta^2)$	$\frac{1}{\beta}P$		$1+2\beta^2$	$\frac{1}{\beta}P$
12		1,125	$2P$		$4\beta+(1-\beta) \cdot [1-\beta(2+\beta)]$	$\left(\frac{1}{\beta}-1\right)P$
13		$6\omega_R$	$2P$		$16(\omega'_D-\omega_D)$	$2P$
14		$12(1-2\beta)$	$\frac{M}{l}$		$64\left(\frac{1}{8}-\omega_R\right)$	$\frac{M}{l}$

Nutzen, um die Schnittkräfte für verschiedene Belastungen eines einzelnen Stabes $(h-1)$, h auf eine bekannte Belastung zu beziehen. Eine überzählige Größe X_k des Hauptsystems kann oft aus zwei Belastungszahlen nach (323) als

$$X_k = \beta_{k(h-1)}\,\delta_{(h-1)0} + \beta_{kh}\,\delta_{h0}$$

berechnet werden, so daß bei symmetrischer Stabform und symmetrischer oder antimetrischer Belastung

$$\delta_{(h-1)0} = \pm\delta_{h0} \quad \text{und} \quad X_k = \delta_{h0}\,(\beta_{k(h-1)} \pm \beta_{kh}) \,.$$

Demnach ist für zwei verschiedene entweder symmetrische oder antimetrische Belastungsformen $\mathfrak{P}_1$ und $\mathfrak{P}_2$

$$X_{k,1} : X_{k,2} = \delta_{h0,1} : \delta_{h0,2} \,.$$

Die Schaubilder der Biegungsmomente eines Belastungsfalles (2) können damit auf die bekannten Biegungsmomente eines Belastungsfalles (1) bezogen werden. Hierfür wird der einfachste Fall, die gleichförmige Belastung, gewählt.

Die Voraussetzungen für die Gültigkeit des Ansatzes sind erfüllt, wenn von dem Einfluß der Längs- und Querkräfte auf die Verschiebungen abgesehen wird und die Belastung des in A und B gelenkig angeschlossenen Stabes l_h in den benachbarten Stabteilen des statisch bestimmten Hauptsystems keine Biegungsmomente hervorruft. Die Komponenten $\delta_{(h-1)0}$, δ_{h0} bedeuten daher die relativen Verdrehungen der Endquerschnitte $(h-1)$, h des ausgezeichneten Stabes.

Die Verhältniszahlen sind für symmetrische Belastung mit $\delta_{h0,2} : \delta_{h0,1} = \mu_r R_r : \mu_k R_k$, für antimetrische Belastung mit $\delta_{h0,2} : \delta_{h0,1} = \nu_r R_r : \nu_k R_k$ nach Tabelle 17 für Stäbe mit konstantem Trägheitsmoment berechnet worden und in Tabelle 24 enthalten.

Gegeben ist die Schaulinie M_{mp} für eine gleichförmige Belastung des Stabes AB (Abb. 183a). Hieraus folgen die Momente M_{mP} (Abb. 183b) für die Belastung des Stabes AB durch Einzellasten:

$$\mu_7 = 1{,}5\,; \qquad \mu_{13} = 6\cdot 0{,}16 = 0{,}96\,; \qquad M_{mP} = \left(1{,}5\cdot\frac{2{,}0}{0{,}6\cdot 5{,}0} + 0{,}96\cdot\frac{2\cdot 1{,}0}{0.6\cdot 5{,}0}\right) M_{mp} = 1{,}64 M_{mp}\,.$$

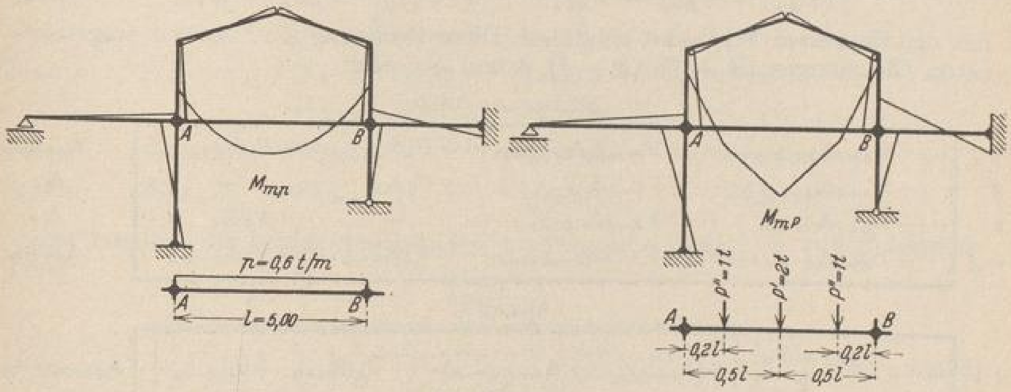


Abb. 183a und b.

28. Vereinfachung der Lösung bei Symmetrie des Hauptsystems.

Die Symmetrie des Hauptsystems setzt Symmetrie des Tragwerks voraus, deren Eigenschaften im allgemeinen bereits auf S. 185 dargelegt worden sind.

Das Hauptsystem mit einfacher Symmetrie. Von n statisch unbestimmten Schnittkräften Y_J wird in der Regel eine gerade Anzahl r symmetrisch zugeordnet sein. Der Rest $(n-r) = t$ gehört Querschnitten der Symmetrieachse an oder be-