Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Statische Untersuchung eines Kühlturmunterbaues

5. Die Schnittkräfte aus der Füllung eines Abteils entstehen durch Überlagerung des symmetrischen und antimetrischen Anteils aus $p/2$. Daher ist bei Füllung beider Hälften des Behälters

$$M_a = M_b = M_c = M_d = X_1\,, \qquad H_a = H_b = H_c = H_d = \frac{X_3}{r}\,,$$

bei Füllung eines Abteils

$$M_a = M_b = \frac{X_1 + X_2}{2}\,; \qquad M_c = M_d = \frac{X_1 - X_2}{2}\,;$$

$$H_a = H_b = \frac{X_3 + X_4}{2\,r}\,; \qquad H_c = H_d = \frac{X_3 - X_4}{2\,r}\,.$$

Die Abmessungen nach Abb. 208a liefern für $p = 6{,}0$ t/m folgendes Ergebnis:

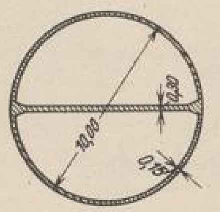


Abb. 208a.

$$J_c = \frac{0{,}15^3 \cdot 1{,}0}{12} = 0{,}000281 \text{ m}^4\,,$$

$$J_z = \frac{0{,}30^3 \cdot 1{,}0}{12} = 0{,}00225 \text{ m}^4\,,$$

$$F_c = 0{,}15 \cdot 1{,}0 = 0{,}15 \text{ m}^2\,,$$

$$F_z = 0{,}30 \cdot 1{,}0 = 0{,}30 \text{ m}^2\,,$$

$$J_c : J_z = 0{,}125\,,$$

$$J_c : F_c = 0{,}001873 \text{ m}^2\,,$$

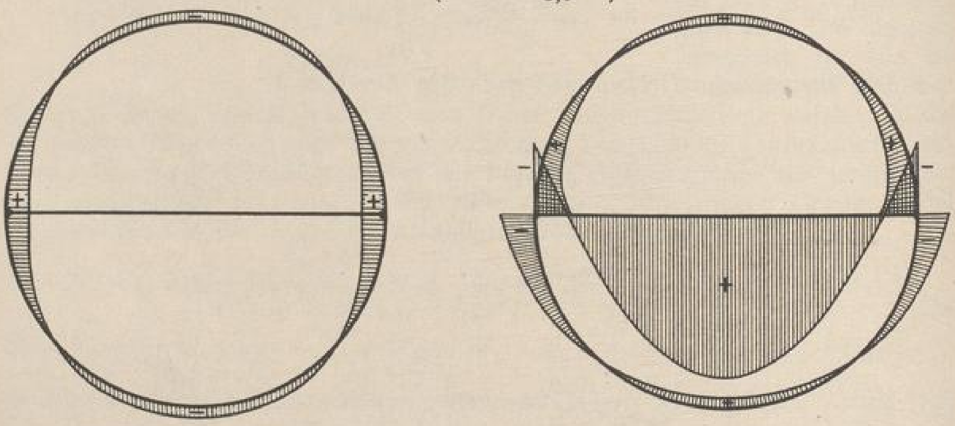
$$J_c : F_z = 0{,}000936 \text{ m}^2\,,$$

$$X_1 = 8 \cdot 6{,}0 \cdot 5{,}0 \cdot \frac{0{,}001873}{5{,}0\,(\pi^2 - 8) + 0{,}001873 \cdot \dfrac{\pi^2}{5{,}0} + 0{,}000936 \cdot \dfrac{8\,\pi}{5{,}0}} = 0{,}0478 \text{ mt}\,,$$

$$X_2 = 6{,}0 \cdot 5{,}0 \cdot \frac{1{,}333\,\pi \cdot 0{,}125\,(5{,}0^2 + 0{,}001873) + 8 \cdot 0{,}001873}{\pi\,(4 \cdot 0{,}125 + \pi)\left(5{,}0 + \dfrac{0{,}001873}{5{,}0}\right) - 8 \cdot 5{,}0} = 22{,}85 \text{ mt}\,,$$

$$X_3 = 4 \cdot 6{,}0 \cdot 5{,}0 \cdot \frac{0{,}001873 \cdot \pi}{5{,}0\,(\pi^2 - 8) + 0{,}001873 \cdot \dfrac{\pi^2}{5{,}0} + 0{,}000936 \cdot \dfrac{8\,\pi}{5{,}0}} = 0{,}0751 \text{ mt}\,,$$

$$X_4 = 4 \cdot 6{,}0 \cdot 5{,}0 \cdot \frac{0{,}001873\,(4 \cdot 0{,}125 + \pi) + 1{,}333 \cdot 5{,}0^2 \cdot 0{,}125}{\pi\,(4 \cdot 0{,}125 + \pi)\left(5{,}0 + \dfrac{0{,}001873}{5{,}0}\right) - 8 \cdot 5{,}0} = 29{,}15 \text{ mt}\,.$$



Füllung beider Kammern, 1 mt = 66⅔ mm.

Füllung einer Kammer, 1 mt = 0,4 mm.

Abb. 208b. Biegungsmomente.

Statische Untersuchung eines Kühlturmunterbaues. Um auch die Bedeutung der mehrfachen Symmetrie eines Tragwerks für die Vereinfachung der statischen

Untersuchung zu zeigen, wird ein waagerecht liegendes Stabeck berechnet, dessen Knotenpunkte durch senkrechte, am unteren Ende eingespannte Pfosten frei drehbar gestützt sind. Das Tragwerk hat 24 statisch unbestimmte Schnittkräfte X_k, deren Abhängigkeit bei unregelmäßiger Gliederung des Stabwerks neungliedrige Elastizitätsgleichungen liefert (Abb. 209).

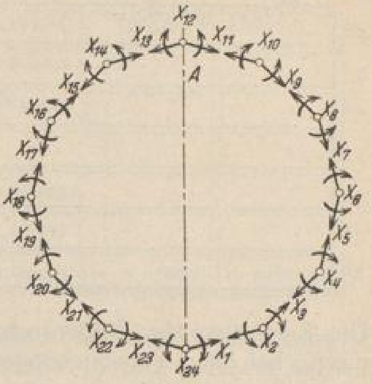


Abb. 209.

Da die Aufgabe hier für ein Tragwerk mit zyklischer Symmetrie gelöst werden soll, können alle Vorzahlen des Ansatzes aus den Biegungsmomenten M_{24}, M_1 des Hauptsystems Abb. 210 für $-X_{24}=1$, $-X_1=1$ abgeleitet werden. Die Trägheitsmomente des Pfostens für die radial und tangential gerichteten Hauptachsen des Querschnitts sind J_r, J_t, die Trägheitsmomente des Ringstabes J_l.

Um auch ähnliche Tragwerke mit anderen Abmessungen zu vergleichen, werden statt der EJ_cfachen Verschiebungen δ'_{ik} Vorzahlen $\delta_{ik}=\frac{3}{h^3}\delta'_{ik}$ verwendet. Sie entstehen aus folgendem Ansatz:

$$\delta'_{24,24}=\cdots\delta'_{22,22}=\frac{1,932^2}{3}h^3\frac{J_c}{J_t}+2\,\frac{0,966^2}{3}h^3\frac{J_c}{J_t}+2\,\frac{0,259^2}{3}h^3\frac{J_c}{J_r}+2\,\frac{s^3}{3}\,\frac{J_c}{J_l},$$

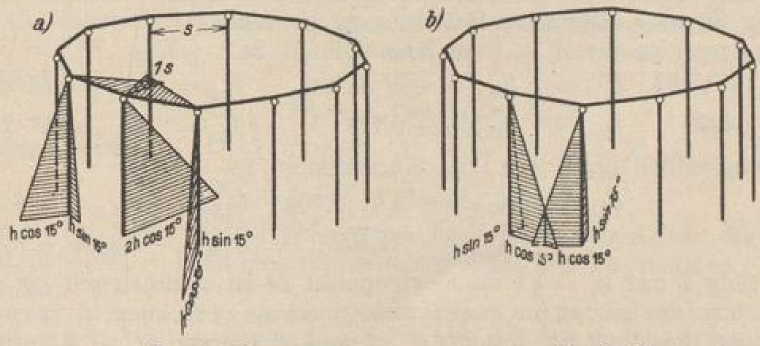
$$\delta'_{23,23}=\cdots\delta'_{21,21}=2\,\frac{0,259^2}{3}h^3\frac{J_c}{J_t}+2\,\frac{0,966^2}{3}h^3\frac{J_c}{J_r},\qquad \frac{3}{h^3}\delta'_{ik}=\delta_{ik}.$$

Geometrische Abmessungen des Tragwerks:

$$J_t=J_l=J_c\quad\text{und}\quad J_r=\tfrac{1}{4}J_c;\qquad h=12\text{ m},\quad s=6{,}73\text{ m}.$$

Vorzahlen der geometrischen Bedingungen $\delta_{24}=0$ und $\delta_1=0$:

$$\begin{aligned}
\delta_{24,24}&=\delta_{2,2}=\cdots=1{,}932^2+2\cdot0{,}966^2+8\cdot0{,}259^2+2\left(\frac{s}{h}\right)^3&&=+6{,}489,\\
\delta_{23,24}&=\delta_{1,24}=\quad0{,}259\cdot1{,}932-0{,}259\cdot0{,}966+0{,}966\cdot0{,}259\cdot4&&=+1{,}25097,\\
\delta_{22,24}&=\delta_{2,24}=-0{,}966\cdot1{,}932-1{,}932\cdot0{,}966+\frac{1}{2}\left(\frac{s}{h}\right)^3&&=-3{,}64434,\\
\delta_{21,24}&=\delta_{3,24}=-0{,}259\cdot0{,}966-4\cdot0{,}966\cdot0{,}259&&=-1{,}25097,\\
\delta_{20,24}&=\delta_{4,24}=+0{,}966^2-4\cdot0{,}259^2&&=+0{,}66484,\\
\delta_{23,23}&=\delta_{1,1}=\cdots=2\cdot0{,}259^2+8\cdot0{,}966^2=7{,}6,\\
\delta_{1,24}&=\delta_{1,2}=1{,}932\cdot0{,}259-0{,}966\cdot0{,}259+4\cdot0{,}259\cdot0{,}966&&=+1{,}25097,\\
\delta_{1,23}&=\delta_{1,3}=0{,}259^2-4\cdot0{,}966^2&&=-3{,}66562,\\
\delta_{1,22}&=\delta_{1,4}=-0{,}259\cdot0{,}966-0{,}259\cdot0{,}966\cdot4&&=-1{,}25097.
\end{aligned}$$



$-X_{24}=1,\ M_{24},\qquad -X_1=1,\ M_1.$

Abb. 210. Momentenflächen im statisch bestimmten Hauptsystem.

Matrix der Vorzahlen δ_{ik}.

	X_{20}	X_{21}	X_{22}	X_{23}	X_{24}	X_1	X_2	X_3
24	+ 0,66484	− 1,25097	− 3,64435	+ 1,25097	+ 6,48900	+ 1,25097	− 3,64435	− 1,25097
1			− 1,25097	− 3,66562	+ 1,25097	+ 7,60000	+ 1,25097	− 3,66562
2			+ 0,66484	− 1,25097	− 3,64435	+ 1,25097	+ 6,48900	+ 1,25097
3					− 1,25097	− 3,66562	+ 1,25097	+ 7,60000
4					+ 0,66484	− 1,25097	− 3,64435	+ 1,25097
5							− 1,25097	− 3,66562
6							+ 0,66484	− 1,25097

Die Ergebnisse der Zahlenrechnung wiederholen sich infolge der zyklischen Symmetrie bei allen Verschiebungen, deren Indizes gleichzeitig um ein Vielfaches von zwei erhöht sind.

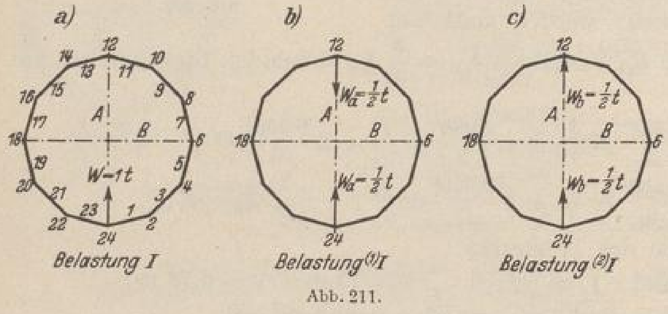


Abb. 211.

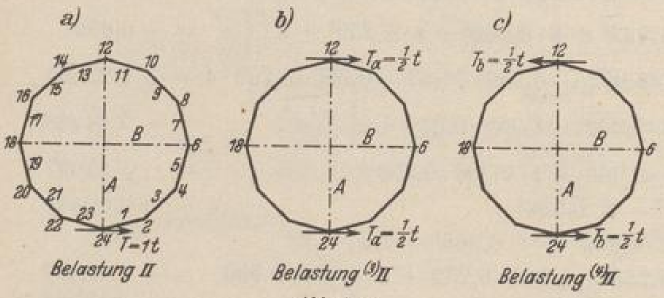


Abb. 212.

Die Lasten sind waagerecht und werden nur in den Knoten des Stabecks eingetragen. Sie lassen sich daher nach der Winkelhalbierenden und einer dazu senkrechten Geraden, also in Richtung der Tangente an den umschriebenen Kreis zerlegen. Jede Belastung kann infolge der vorgeschriebenen zyklischen Symmetrie des Tragwerks auf die Wirkung der Kraft $W = 1$ t in Richtung der Winkelhalbierenden (Abb. 211 a) und auf die Wirkung der Kraft $T = 1$ t in Richtung der Tangente (Abb. 212 a) zurückgeführt werden. Beide werden einzeln untersucht, um daraus durch Superposition die Lösung für eine allgemeine Belastung zu gewinnen.

Belastungszahlen für $W = 1$ im Knotenpunkt 24.

$$\delta'_{24,0} = -\tfrac{1}{3} h^3\, 1{,}932\,, \quad \delta'_{1,0} = \delta'_{23,0} = -h^3 \cdot 0{,}259\,, \quad \delta'_{2,0} = \delta'_{22,0} = h^3 \cdot 0{,}966\,,$$

$$\delta_{24,0} = -1{,}932\,, \quad \delta_{1,0} = \delta_{23,0} = -0{,}777\,, \quad \delta_{2,0} = \delta_{22,0} = h^3 \cdot 2{,}898\,.$$

Belastungszahlen für $T = 1$ t im Knotenpunkt 24.

$$\delta'_{24,0} = 0\,, \quad \delta'_{1,0} = -\delta'_{23,0} = -4\,h^3 \cdot 0{,}966\,, \quad \delta'_{2,0} = -\delta'_{22,0} = -4\,h^3 \cdot 0{,}259\,,$$

$$\delta_{21,0} = 0\,, \quad \delta_{1,0} = -\delta_{23,0} = -11{,}592\,, \quad \delta_{2,0} = -\delta_{22,0} = -3{,}108\,.$$

Die Belastung I mit $W = 1$ t im Knotenpunkt *24* ist symmetrisch zur Achse A. Sie wird, um bei der Lösung mit zwei Symmetrieachsen zu rechnen, in die zur Achse B symmetrische Belastung ${}^{(1)}I$ mit $W_a = \frac{1}{2}$ t und in die zur Achse B antimetrische Belastung ${}^{(2)}I$ mit $W_b = \frac{1}{2}$ t in den Knoten *12* und *24* aufgespalten (Abb. 211).

X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	
+ 0,66484							24
− 1,25097							1
− 3,64435	− 1,25097	+ 0,66484					2
+ 1,25097	− 3,66562	− 1,25097					3
+ 6,48900	+ 1,25097	− 3,64435	− 1,25097	+ 0,66484			4
+ 1,25097	+ 7,60000	+ 1,25097	− 3,66562	− 1,25097			5
− 3,64435	+ 1,25097	+ 6,48900	+ 1,25097	− 3,64435	− 1,25097	+ 0,66484	6

Die Belastung II mit $T = 1$ t am Knotenpunkt *24* ist antimetrisch zur Achse A. Sie wird, um bei der Lösung mit zwei Symmetrieachsen zu rechnen, in die zur Achse B symmetrische Belastung ${}^{(3)}II$ mit $T_a = \frac{1}{2}$ t und in die zur Achse B antimetrische Belastung ${}^{(4)}II$ mit $T_b = \frac{1}{2}$ t in den Knotenpunkten *12* und *24* aufgespalten (Abb. 212).

Darnach ist jede Teilbelastung zu zwei ausgezeichneten Achsen A, B des Tragwerks symmetrisch oder antimetrisch, so daß das Kräftebild nach (367) mit einer vierfachen Umordnung der zu den Achsen A, B zugeordneten Schnittkräfte, also mit den Gruppenlasten U, V, Y, Z beschrieben werden kann. Diese werden nach S. 205 mit der folgenden Tabelle als Funktionen der statisch unbestimmten Schnittkräfte X_k des allgemeinen Ansatzes entwickelt. Der Vordersatz enthält das Bildungsgesetz der Gruppenlasten, Vorzahlen und Belastungszahlen, der Nachsatz die Schnittkräfte X_k jeder Gruppenlast.

λ U	μ V	ν Y	τ Z	24	1	2	3	4	5	6
+	+	+	+	X_{24}	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
+	−	−	+	X_{12}	X_{11}	X_{10}	X_9	X_8	X_7	X_6
+	+	−	−	X_{12}	X_{13}	X_{14}	X_{15}	X_{16}	X_{17}	X_{18}
+	−	+	−	X_{24}	X_{23}	X_{22}	X_{21}	X_{20}	X_{19}	X_{18}

1. Belastung ${}^{(1)}I$ mit zwei zu beiden Achsen A, B symmetrisch liegenden Kräften W_a in den Knotenpunkten *24, 12* (Abb. 211 b). Die Belastungszahlen $\mu_{k0}, \nu_{k0}, \tau_{k0}$ sind Null. Dasselbe gilt daher auch von den Gruppenlasten V, Y, Z. Dagegen sind die Gruppenlasten $U_1 = \frac{1}{4}(X_1 + X_{11} + X_{13} + X_{23})$ usw. mit $\lambda_{1,0}$ usw. von Null verschieden. Hieraus folgt

$$U_1 = X_1 = X_{11} = X_{13} = X_{23}.$$

Belastungszustand $-U_1 = 1$ mit $-X_1 = -X_{11} = -X_{13} = -X_{23} = 1$,

$$-U_{24} = 1 \text{ mit } -X_{24} = -X_{12} = 1.$$

Die Vorzahlen λ_{kh} der Matrix ${}^{(1)}I$ werden nach S. 206 als Arbeit der virtuellen Kräftegruppe $-U_k = 1$ bei einer Formänderung des Hauptsystems aus $-U_h = 1$ angeschrieben.

$$1_1 \lambda_{1,1} = 1\,\delta_{(1+11+13+23)(1+11+13+23)} = 4\,(\delta_{1,1} + \delta_{1,11} + \delta_{1,13} + \delta_{1,23})$$
$$= 4\,(7{,}60000 + 0 + 0 - 3{,}66562) = 4 \cdot 3{,}93438$$

$$1_1\,\lambda_{1,24} = 1\,\delta_{(1+11+13+23)\,(24+12)} \quad = 2\,(\delta_{24,1} + \delta_{24,11} + \delta_{24,13} + \delta_{24,23})$$
$$= 2\,(1{,}25097 + 0 + 0 + 1{,}25097) = 4 \cdot 1{,}25097\,,$$
$$1_{24}\,\lambda_{24,24} = 1\,\delta_{(24+12)\,(24+12)} \quad = 2\,\delta_{24,24} = 2 \cdot 6{,}48900 = 4 \cdot 3{,}24450\,,$$
$$1_1\,{}^{(1)}\lambda_{1,0} = 1\,{}^{(1)}\delta_{(1+11+13+23)0} \quad = 4\,{}^{(1)}\delta_{10} = 4\,(-0{,}3885).$$

Die Ergebnisse der Zahlenrechnung bilden, durch 4 geteilt, die Matrix für die Belastung ${}^{(1)}I$.

	U_{24}	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	
24	+ 3,24450	+ 1,25097	− 3,64435	− 1,25097	+ 0,66484	—	—	− 1,449
1	+ 1,25097	+ 3,93438	—	− 3,66562	− 1,25097	—	—	− 0,3885
2	− 3,64435	—	+ 7,15384	+ 1,25097	− 3,64435	− 1,25097	+ 0,66484	+ 1,449
3	− 1,25097	− 3,66562	+ 1,25097	+ 7,60000	+ 1,25097	− 3,66562	− 1,25097	
4	+ 0,66484	− 1,25097	− 3,64435	+ 1,25097	+ 7,15384	—	− 3,64435	
5	—	—	− 1,25097	− 3,66562	—	+ 3,93438	+ 1,25097	
6	—	—	+ 0,66484	− 1,25097	− 3,64435	+ 1,25097	+ 3,24450	

Die Matrix ist zur Nebendiagonale symmetrisch und wird ebenso wie nach S. 192 durch Addition und Subtraktion zugeordneter Gleichungen berechnet. Dabei entstehen mit

$$U_{24} + U_6 = S_1,\quad U_1 + U_5 = S_2,\quad U_2 + U_4 = S_3,\quad 2\,U_3 = S_4$$

und

$$U_{24} - U_6 = T_1,\quad U_1 - U_5 = T_2,\quad U_2 - U_4 = T_3$$

folgende Ansätze

	S_1	S_2	S_3	S_4	
1	+ 3,24450	+ 1,25097	− 2,97950	− 1,25097	− 1,4490
2	+ 1,25097	+ 3,93438	− 1,25097	− 3,66562	− 0,3885
3	− 2,97950	− 1,25097	+ 3,50950	+ 1,25097	+ 1,4490
4	− 1,25097	− 3,66562	+ 1,25097	+ 3,80000	

	T_1	T_2	T_3	
1	+ 3,24450	+ 1,25097	− 4,30918	− 1,4490
2	+ 1,25097	+ 3,93438	+ 1,25097	− 0,3885
3	− 4,30918	+ 1,25097	+ 10,79818	+ 1,4490

2. Belastung ${}^{(2)}I$ mit zwei zur Achse A symmetrischen und zur Achse B antimetrischen Kräften $W_b = \frac{1}{2}\,t$ in den Knotenpunkten *24, 12* (Abb. 211c). Die Belastungszahlen λ_{k0}, μ_{k0}, τ_{k0} sind Null. Dasselbe gilt daher auch von den Gruppenlasten U, V, Z. Die Gruppenlasten $Y_1 = \frac{1}{4}\,(X_1 - X_{11} - X_{13} + X_{23})$ usw. sind mit ν_{10} usw. von Null verschieden. Hieraus folgt

$$Y_1 = +X_1 = -X_{11} = -X_{13} = +X_{23}\,.$$

Belastungszustand $-Y_1 = 1$ mit $-X_1 = 1$, $+X_{11} = 1$, $+X_{13} = 1$, $-X_{23} = 1$,

$$-Y_{24} = 1 \text{ mit } -X_{24} = 1, \quad +X_{12} = 1.$$

Die Vorzahlen ν_{kh} der Matrix ${}^{(2)}I$ werden nach S. 206 als Arbeit der virtuellen Kräftegruppe $-Y_k = 1$ bei einer Formänderung des Hauptsystems aus $-Y_h = 1$ angeschrieben. Die Rechnung liefert

$$1_1 \nu_{1,1} = 1\,\delta_{(1-11-13+23)\,(1-11-13+23)} = 4\,(\delta_{1,1} - \delta_{1,11} - \delta_{1,13} + \delta_{1,23})$$
$$= 4\,(7{,}60000 - 0 - 0 - 3{,}66562) = 4 \cdot 3{,}93438\,,$$

$$1_1 \nu_{1,24} = 1\,\delta_{(1-11-13+23)\,(24-12)} = 2\,(\delta_{1,24} - \delta_{11,24} - \delta_{13,24} + \delta_{23,24})$$
$$= 2\,(1{,}25097 - 0 - 0 + 1{,}25097) = 4 \cdot 1{,}25097\,,$$

$$1_{24} \nu_{24,24} = 1\,\delta_{(24-12)\,(24-12)} = 2\,\delta_{24,24} = 2 \cdot 6{,}48900 = 4 \cdot 3{,}24450\,,$$

$$1_1 {}^{(2)}\nu_{1,0} = 1^{(2)}\delta_{(1-11-13+23)\,0} = 4\,{}^{(2)}\delta_{10} = 4\,(-0{,}3885)\,,$$

$$1_{24} {}^{(2)}\nu_{24,0} = 1^{(2)}\delta_{(24-12)\,0} = 2\,{}^{(2)}\delta_{24,0} = 4\,(-1{,}449)\,.$$

Die Ergebnisse der Zahlenrechnung bilden, durch 4 geteilt, die folgende Matrix der Gruppenlasten Y_k.

	Y_{24}	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	
24	+ 3,24450	+ 1,25097	− 3,64435	− 1,25097	+ 0,66484	—	− 1,449
1	+ 1,25097	+ 3,93438	—	− 3,66562	− 1,25097	—	− 0,3885
2	− 3,64435	—	+ 7,15384	+ 1,25097	− 3,64435	− 1,25097	+ 1,449
3	− 1,25097	− 3,66562	+ 1,25097	+ 7,60000	+ 1,25097	− 3,66562	
4	+ 0,66484	− 1,25097	− 3,64435	+ 1,25097	+ 5,82416	+ 2,50194	
5	—	—	− 1,25097	− 3,66562	+ 2,50194	+ 11,26562	

3. Belastung ${}^{(3)}II$ mit zwei zur Achse A antimetrischen zur Achse B symmetrischen Lasten $T_a = \frac{1}{2}$ t in den Knotenpunkten *24, 12* (Abb. 212b)

$$U = 0, \quad V = 0, \quad Y = 0, \quad Z_1 = \tfrac{1}{4}(X_1 + X_{11} - X_{13} - X_{23}) + 0,$$
$$Z_1 = X_1 = X_{11} = -X_{13} = -X_{23}.$$

Belastungszustand $-Z_1 = 1$ mit $-X_1 = 1$, $-X_{11} = 1$, $+X_{13} = 1$, $+X_{23} = 1$,

Belastungszustand $-Z_6 = 1$ mit $-X_6 = 1$, $+X_{18} = 1$.

Die Vorzahlen τ_{kh} der Matrix ${}^{(3)}II$ werden nach S. 206 als Arbeit der virtuellen Kräftegruppe $-Z_k = 1$ bei einer Formänderung des Hauptsystems aus $-Z_h = 1$ angeschrieben. Die Rechnung liefert

$$1_1 \tau_{1,1} = 1\,\delta_{(1+11-13-23)\,(1+11-13-23)} = 4\,(\delta_{1,1} + \delta_{1,11} - \delta_{1,13} - \delta_{1,23})$$
$$= 4\,(7{,}60000 + 0 - 0 + 3{,}65562) = 4 \cdot 11{,}26562\,,$$

$$1_1 {}^{(3)}\tau_{1,0} = 1\,\delta_{(1+11-13-23)\,0} = 4\,{}^{(3)}\delta_{10} = 4\,(-5{,}796)\,.$$

Die Ergebnisse der Zahlenrechnung bilden, durch 4 geteilt, die Matrix für die Gruppenlasten Z_k der Belastung ${}^{(3)}II$

	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	Z_6	
1	+ 11,26562	+ 2,50194	− 3,66562	− 1,25097	—	—	− 5,796
2	+ 2,50194	+ 5,82416	+ 1,25097	− 3,64435	− 1,25097	+ 0,66484	− 1,554
3	− 3,66562	+ 1,25097	+ 7,60000	+ 1,25097	− 3,66562	− 1,25097	
4	− 1,25097	− 3,64435	+ 1,25097	+ 7,15384	—	− 3,64435	
5	—	− 1,25097	− 3,66562	—	+ 3,93438	+ 1,25097	
6	—	+ 0,66484	− 1,25097	− 3,64435	+ 1,25097	+ 3,24450	

4. Belastung ${}^{(4)}II$ mit zwei zu beiden Achsen A, B antimetrischen Kräften $T_b = \frac{1}{2}t$ in den Knotenpunkten *24, 12* (Abb. 212c)

$$U = 0, \quad Y = 0, \quad Z = 0, \quad V_1 = \tfrac{1}{4}(X_1 - X_{11} + X_{13} - X_{23}) \neq 0,$$
$$V_1 = +X_1 = -X_{11} = +X_{13} = -X_{23},$$

Belastungszustand $-V_1 = 1$ mit $-X_1 = 1, +X_{11} = 1, -X_{13} = 1, +X_{23} = 1$. Die Vorzahlen μ_{kh} der Matrix ${}^{(4)}II$ werden nach S. 206 als Arbeit der virtuellen Kräfte $-V_k = 1$ bei einer Formänderung des Hauptsystems aus $-V_h = 1$ angeschrieben. Die Rechnung liefert

$$1_1\,\mu_{1,1} = 1\,\delta_{(1-11+13-23)\,(1-11+13-23)} = 4\,(\delta_{1,1} - \delta_{1,11} + \delta_{1,13} - \delta_{1,23})$$
$$= 4\,(7{,}60000 - 0 + 0 + 3{,}66562) = 4 \cdot 11{,}26562,$$
$$1_1^{(4)}\mu_{1,0} = 1\,\delta_{(1-11+13-23)0} = 4\,{}^{(4)}\delta_{10} = 4\,(-5{,}796).$$

Die Ergebnisse der Zahlenrechnung bilden, durch 4 geteilt, die Matrix für die Gruppenlasten V_k der Belastung ${}^{(4)}II$.

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	
1	+ 11,26562	+ 2,50194	− 3,66562	− 1,25097	—	− 5,796
2	+ 2,50194	+ 5,82416	+ 1,25097	− 3,64435	− 1,25097	− 1,554
3	− 3,66562	+ 1,25097	+ 7,60000	+ 1,25097	− 3,66562	
4	− 1,25097	− 3,64435	+ 1,25097	+ 5,82416	+ 2,50194	
5	—	− 1,25097	− 3,66562	+ 2,50194	+ 11,22562	

Die Ansätze ${}^{(2)}I$, ${}^{(3)}II$ zur Berechnung der Gruppenlasten Y, Z lassen sich im vorliegenden Falle ineinander überführen, da die Achsen A und B miteinander vertauscht werden können.

Die Auflösung der Bedingungsgleichungen der vier Gruppen bereitet bei Beachtung der Rechenvorschriften Abschnitt 29 keine Schwierigkeiten. Die Superposition der Teilergebnisse zur Bildung der statisch unbestimmten Schnittkräfte aus einer vorgeschriebenen Belastung der Rahmenstellung nach Abb. 213 (Windrichtung winkelrecht zu Stab 23) geschieht mit zyklischer Vertauschung der Ergebnisse und liefert folgende Lösung. Sie dient zur Berechnung der übrigen Biegungsmomente (Abb. 214).

Längskräfte	X_{23}	$X_1 = X_{21}$	$X_3 = X_{19}$	$X_5 = X_{17}$	$X_7 = X_{15}$	$X_9 = X_{13}$	X_{11}
t	+ 32,94	+ 21,40	− 0,72	− 12,92	− 12,20	− 8,48	− 7,10
Momente	$X_{22} = X_{24}$	$X_{20} = X_2$	$X_{18} = X_4$	$X_{16} = X_6$	$X_{14} = X_8$	$X_{12} = X_{10}$	—
mt	+ 40,222	− 6,247	− 40,626	− 27,463	+ 6,247	+ 27,867	—

Die Untersuchung kann als Grundlage für die vollständige Beurteilung des räumlichen Zusammenhangs der Konstruktion bei Einspannung der Pfosten im Stabeck

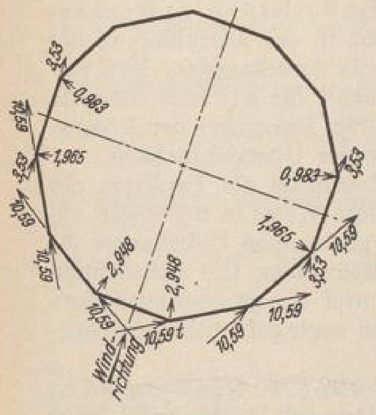


Abb. 213.

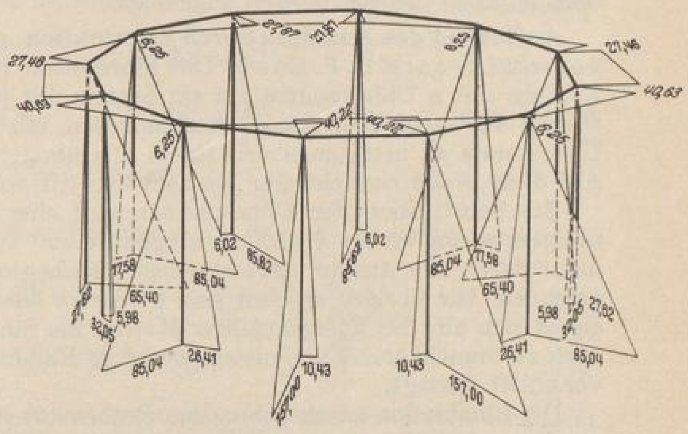


Abb. 214. Biegungsmomente aus Belastung nach Abb. 213.

mit oder ohne Berücksichtigung des Verdrehungswiderstandes der Pfosten und Riegel verwendet werden.

Andrée, L.: Das B.U.-Verfahren. München 1922. — Hertwig, A.: Zur Berechnung symmetrischer statisch unbestimmter Gebilde. Bauing. 1928 Heft 10 und 11. — Vinzenz, J.: Beitrag zur Berechnung des kontinuierlichen Trägers. Bauing. 1921, S. 695.

29. Algebraische Auflösung der Bedingungsgleichungen.

Die statisch unbestimmten Schnittkräfte eines Stabwerks werden je nach der Art der Aufgabe für eine ausgezeichnete Belastung oder nach zahlreichen äußeren Ursachen getrennt angegeben, um daraus die für die Verwendung ungünstigsten Grenzwerte zu entwickeln. Während die Belastungszahlen δ_{k0}, $\delta_{k0}^{(n-h)}$ oder $\delta_{k\otimes}$, $\delta_{k\otimes}^{(n-h)}$ in dem einen Falle in die Auflösung einbezogen werden, ist im anderen die Berechnung der statisch unbestimmten Schnittkräfte mit Hilfe der zu den Vorzahlen δ_{ik} konjugierten Matrix meist einfacher und übersichtlicher. Sie werden dann je nach der Art des Hauptsystems in der folgenden Form angeschrieben:

$$X_k = \sum_{i=1}^{i=n} \beta_{ki}\,\delta_{i0}, \quad (k = 1 \ldots . n); \qquad X_k = \sum_{i=1}^{i=h} \beta_{ki}\,\delta_{i0}^{(n-h)}, \quad (k = 1 \ldots . h). \quad (369)$$

Jede Aufgabe besteht in der Auflösung von n oder $(n - h)$ linearen Gleichungen mit ebensoviel überzähligen Größen. Sie ist in formaler Beziehung elementar. Schwierig-