



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

c) Die Berechnung der konjugierten Matrix

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

k	1	2	3	4	5
$X_1 \delta_{k1}$	$X_1 \delta_{11}$	$X_1 \delta_{21}$	$X_1 \delta_{31}$	$X_1 \delta_{41}$	$X_1 \delta_{51}$
$X_2 \delta_{k2}$	$X_2 \delta_{12}$	$X_2 \delta_{22}$	$X_2 \delta_{32}$	$X_2 \delta_{42}$	$X_2 \delta_{52}$
$X_3 \delta_{k3}$	$X_3 \delta_{13}$	$X_3 \delta_{23}$	$X_3 \delta_{33}$	$X_3 \delta_{43}$	$X_3 \delta_{53}$
$X_4 \delta_{k4}$	$X_4 \delta_{14}$	$X_4 \delta_{24}$	$X_4 \delta_{34}$	$X_4 \delta_{44}$	$X_4 \delta_{54}$
$X_5 \delta_{k5}$	$X_5 \delta_{15}$	$X_5 \delta_{25}$	$X_5 \delta_{35}$	$X_5 \delta_{45}$	$X_5 \delta_{55}$
$\Sigma_k = \delta_{k0}$	δ_{10}	δ_{20}	δ_{30}	δ_{40}	δ_{50}

(383)

c) Die Berechnung der konjugierten Matrix. Um die überzähligen Größen für mehrere Belastungsfälle ohne Wiederholung der Elimination anzugeben, wird die konjugierte Matrix zu (319) berechnet. Mit dieser ist nach (326)

$$X_k = \sum_{h=1}^{h=n} \beta_{kh} \delta_{h0} \quad \text{und} \quad \beta_{hk} = \beta_{kh}.$$

Die Vorzahlen β_{hk} sind nach S. 166 die überzähligen Größen X_h ($h=1 \dots n$) für $\delta_{k0} = 1$. Um die $1/2 \cdot n(n+1)$ unabhängigen Glieder der konjugierten Matrix übersichtlich zu berechnen, wird entweder mit der Bestimmung der β_{kn} aus $\delta_{n0} = 1$ durch Vorwärtselimination oder mit der Bestimmung der β_{k1} aus $\delta_{10} = 1$ in Verbindung mit einer Rückwärtselimination begonnen. Die übrigen Vorzahlen ergeben sich auf Grund der Symmetrie der konjugierten Matrix zur Hauptdiagonale durch Rekursion. Zunächst sind mit β_{nn} die Vorzahlen $\beta_{kn} \dots \beta_{1n}$ bestimmt. Alle übrigen β_{hk} ($h = k \dots 1$) werden stets aus den ersten k Gleichungen bestimmt, da die übrigen Vorzahlen $\beta_{(k+1)k} = \beta_{k(k+1)} \dots$ bekannt sind. Die Berechnung schließt mit dem Werte von β_{11} . Er wird bei allen unsymmetrischen Systemen, die keine zur Nebendiagonale symmetrische Matrix besitzen, durch Rückwärtselimination mit $\delta_{10} = 1$ geprüft.

Die Untersuchung wird auf S. 221 an einem System mit fünf überzähligen Größen bei Vorwärtselimination nach (381) gezeigt [Rechenvorschrift in Verbindung mit (381): S. 222].

Die Elastizitätsgleichungen (319) müssen nach S. 167 durch die Vorzahlen der konjugierten Matrix erfüllt werden. Sie gelten als Rechenprobe; z. B. ist

Kontrollen:

k	1	2	3	4	5
$\beta_{1k} \delta_{k1}$	$\beta_{11} \delta_{11}$	$\beta_{12} \delta_{21}$	$\beta_{13} \delta_{31}$	$\beta_{14} \delta_{41}$	$\beta_{15} \delta_{51}$
$\beta_{2k} \delta_{k2}$	$\beta_{21} \delta_{12}$	$\beta_{22} \delta_{22}$	$\beta_{23} \delta_{32}$	$\beta_{24} \delta_{42}$	$\beta_{25} \delta_{52}$
$\beta_{3k} \delta_{k3}$	$\beta_{31} \delta_{13}$	$\beta_{32} \delta_{23}$	$\beta_{33} \delta_{33}$	$\beta_{34} \delta_{43}$	$\beta_{35} \delta_{53}$
$\beta_{4k} \delta_{k4}$	$\beta_{41} \delta_{14}$	$\beta_{42} \delta_{24}$	$\beta_{43} \delta_{34}$	$\beta_{44} \delta_{44}$	$\beta_{45} \delta_{54}$
$\beta_{5k} \delta_{k5}$	$\beta_{51} \delta_{15}$	$\beta_{52} \delta_{25}$	$\beta_{53} \delta_{35}$	$\beta_{54} \delta_{45}$	$\beta_{55} \delta_{55}$
$\Sigma_k = 1$	1	1	1	1	1

(386)

Die Bedingungen $\sum_h \beta_{hi} \delta_{kh} = 0$ für $\delta_{i0} = 1$ werden in der Regel nur dann geprüft, wenn nur ein Teil der Nebenglieder der Matrix vorhanden ist.

Anwendung des Gaußschen Algorithmus zur Untersuchung des Sägedachrahmens, Abb. 215. 1. Geometrische Grundlagen.

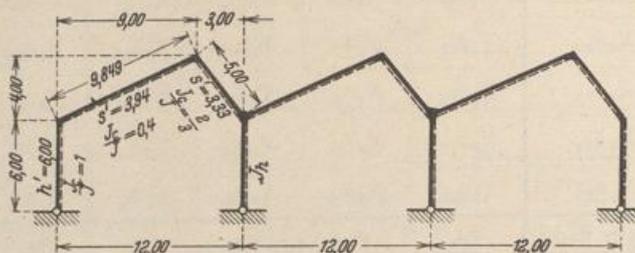


Abb. 215.

Abmessungen, Verhältniszahlen J_c/J_h , reduzierte Stablängen s' , h' Abb. 215.

$$J_c = J_h; \quad \zeta_h = 1, \quad E_b = 210 \text{ t/cm}^2, \quad \alpha_1 = 0,00001.$$

2. Gleichförmig verteilte Belastung der Riegel a, b, c mit $p = 1 \text{ t/m}$.

3. Hauptsystem: Das Tragwerk ist fünffach statisch unbestimmt. Hauptsystem und statisch unbestimmte Schnittkräfte sind in Abb. 216 angegeben. Als überzählige Größen X_2 und X_4 werden die $1/h$ -fachen Beträge der waagerechten Komponenten Y_2, Y_4 der Schnittkräfte verwendet. Biegemomente des Hauptsystems in Abb. 216.

4. Die Vorzahlen δ_{ik} werden ohne die Mitwirkung der Quer- und Längskräfte angeschrieben und zur Abkürzung der Rechnung dabei in die Anteile zerlegt, die auf die Riegel (a, b, c) und auf die Pfosten d entfallen.

$$\begin{aligned} \delta_{11} = \delta_{33} = \delta_{11,a} + \delta_{11,b} &= 3,306 + 1,793 = 5,1 \\ \delta_{12} = \delta_{34} = \delta_{12,a} + \delta_{11,b} &= -2,668 + 1,793 = -0,875 \\ \delta_{13} = \delta_{23} = \delta_{13,b} &= +1,086 \\ \delta_{14} &= \delta_{14,b} = -2,635 \\ \delta_{22} = \delta_{44} = \delta_{22,a} + \delta_{11,b} + 2 \delta_{22,d} &= 4,556 + 1,793 + 4,0 = 10,349 \\ \delta_{24} &= \delta_{14,b} - \delta_{22,d} = -2,635 - 2,0 = -4,635 \\ \delta_{35} &= \delta_{35,c} = +3,72 \\ \delta_{45} &= \delta_{35,c} + \delta_{22,d} = +3,72 + 2,0 = +5,72 \\ \delta_{55} &= \delta_{55,c} + 2 \delta_{22,d} = +13,19 + 4,0 = +17,19 \end{aligned}$$

$$\delta_{11,a} = 3,94 \cdot \frac{1}{3} \cdot 0,75^2 + 3,33 \cdot \frac{1}{3} \cdot (0,75^2 + 0,75 \cdot 1,0 + 1,0^2) = 3,306$$

$$\delta_{11,b} = 3,94 \cdot \frac{1}{3} \cdot (1,0^2 + 1,0 \cdot 0,25 + 0,25^2) + 3,33 \cdot \frac{1}{3} \cdot 0,25^2 = 1,793$$

$$\delta_{12,a} = -3,94 \cdot \frac{1}{6} \cdot 0,75 (2 \cdot 0,917 + 1) - 3,33 \cdot \frac{1}{6} \cdot 0,917 (2 \cdot 0,75 + 1) = -2,668$$

$$\delta_{13,b} = 3,94 \cdot \frac{1}{6} \cdot 0,75 (2 \cdot 0,25 + 1) + 3,33 \cdot \frac{1}{6} \cdot 0,25 (2 \cdot 0,75 + 1) = 1,086$$

$$\delta_{14,b} = -3,94 \cdot \frac{1}{6} \cdot [1,0 (2 \cdot 1,0 + 0,917) + 0,25 (2 \cdot 0,917 + 1,0)] - \frac{3,33}{3} \cdot 0,25 \cdot 0,917 = -2,635$$

$$\delta_{22,a} = 3,94 \cdot \frac{1}{3} \cdot (1,0^2 + 1,0 \cdot 0,917 + 0,917^2) + 3,33 \cdot \frac{1}{3} \cdot 0,917^2 = 4,556,$$

$$\delta_{22,d} = 6,0 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1,0^2 = 2,00; \quad \delta_{55,c} = (3,94 + 3,33) \cdot \frac{1}{3} \cdot [1,0^2 + 1,0 \cdot 1,667 + 1,667^2] = 13,19,$$

$$\delta_{35,c} = \frac{3,94}{6} \cdot [1,0 (2 \cdot 1,0 + 1,667) + 0,25 (2 \cdot 1,667 + 1,0)] + \frac{3,33}{6} \cdot 0,25 \cdot (2 \cdot 1,667 + 1,0) = 3,72.$$

(Fortsetzung des Textes auf S. 228.)