Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Umformung des Ansatzes

urn:nbn:de:hbz:466:1-74292

Umformung des Ansatzes. Ist die konjugierte Matrix einer Näherungsrechnung mit den Zahlen $\beta_{1k} \ldots \beta_{nk}$ $(k = 1 \ldots n)$ bekannt, so kann jede Gleichung eines in bezug auf Systemgestaltung oder Rechengenauigkeit endgültigen Ansatzes mit diesen Vorzahlen erweitert werden, so daß durch Addition n Gleichungen von der folgenden Form entstehen:

$$k: \quad X_1 \sum_{h=1}^{n} (\delta_{h1}\beta_{hk}) + X_2 \sum_{h=1}^{n} (\delta_{h2}\beta_{hk}) + \cdots X_k \sum_{h=1}^{n} (\delta_{hk}\beta_{hk}) + \cdots X_n \sum_{h=1}^{n} (\delta_{hn}\beta_{hk})$$

$$= \sum_{h=1}^{n} (\delta_{h0}\beta_{hk}); \qquad k = 1 \ldots n. \tag{429}$$

Abgekürzte Schreibweise:

$$\lambda_{1,k} X_1 + \lambda_{2,k} X_2 + \cdots + \lambda_{k,k} X_k + \cdots + \lambda_{n,k} X_n = \lambda_{k,0}.$$

Da die Vorzahlen β_{hk} die Gleichungen des endgültigen Ansatzes nahezu erfüllen, so ist nach S. 223

$$\lambda_{1,k} = \sum_{h=1}^{n} \delta_{h1}\beta_{hk} \approx 0; \qquad \lambda_{k,k} = \sum_{h=1}^{n} \delta_{hk}\beta_{hk} \approx 1; \qquad \lambda_{n,k} = \sum_{h=1}^{n} \delta_{hn}\beta_{hk} \approx 0 \tag{430}$$

und damit diejenige Form eines linearen Ansatzes vorhanden, die bei der Iteration bereits mit zwei oder drei Näherungsfolgen ein genaues Ergebnis verbürgt. Die Matrix der Vorzahlen $\lambda_{i,k}$ ist jedoch, wie leicht einzusehen ist, nicht mehr zur Hauptdiagonale symmetrisch $(\lambda_{i,k} \neq \lambda_{k,i})$. Dies ist nur der Fall, wenn die Matrix der Vorzahlen δ_{ik} zur Nebendiagonale symmetrisch ist.

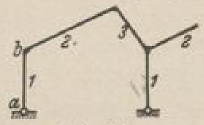

Abb. 221.
$J_c/J_{1,a} = 3{,}44$, $J_c/J_{1,b} = 0{,}6762$,
$J_c/J_1 = 1$, vgl. Tabelle 11,
$J_c/J_2 = 0{,}6762$, $\zeta_2 = 1$,
$J_c/J_3 = 0{,}8784$, $\zeta_3 = 1$.

Die Iteration in Einzelschritten wird zur Untersuchung des Sägedachbinders Abb. 215 verwendet, dessen Schnittkräfte für Eigengewicht auf S. 224f. ermittelt, dessen Stabquerschnitte jedoch nach einer wiederholten Querschnittsbemessung nach Abb. 221 festgestellt worden sind. Auf diese Weise entsteht die folgende neue Matrix der Elastizitätsgleichungen für Eigengewicht:

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	δ_{k0}
+ 7,6396	− 1,0321	+ 1,7063	− 4,3599	0	− 122,8500
− 1,0321	+ 14,3589	+ 1,7063	− 6,3599	0	+ 49,2637
+ 1,7063	+ 1,7063	+ 7,6396	− 1,0321	+ 6,0662	− 122,8500
− 4,3599	− 6,3599	− 1,0321	+ 14,3589	+ 8,0662	+ 49,2637
0	0	+ 6,0662	+ 8,0662	+ 24,0627	− 172,1137

Die Ausgangswerte $X_{k,0}$ der Iteration sind die Ergebnisse auf S. 229. Nach der ersten Gleichung ergibt sich mit $X_{2,0}$, $X_{3,0}$, $X_{4,0}$ und $X_{5,0}$ der Wert $X_{1,1} = -9{,}716$. Ebenso wird $X_{2,1} = +6{,}564$ aus der zweiten Gleichung mit $X_{1,1}$, $X_{3,0}$, $X_{4,0}$ und $X_{5,0}$, $X_{3,1} = -9{,}304$ aus der dritten Gleichung mit $X_{1,1}$, $X_{2,1}$, $X_{4,0}$ und $X_{5,0}$ gefunden.

Die Produktsummen werden bei Verwendung der Rechenmaschine ohne Zwischenablesung gebildet und durch δ_{kk} dividiert, so daß nur die Teilergebnisse der Näherungsfolgen aufgeschrieben werden. Um die wiederholte Division zu vermeiden, empfiehlt es sich, die Gleichungen (424) vor Beginn der Rechnung auf $\delta_{kk} = 1$ umzuformen.

Die Konvergenz der Iteration ist nach den Ergebnissen der 7. und 8. Zeile schlecht. Sie zeigt jedoch gewisse Gesetzmäßigkeiten, mit denen sich zugeordnete Glieder der Näherungsfolgen dem Endwert nähern. Diese dienen dazu, um einzelne Zeilen zu überspringen und damit die Iteration abzukürzen.

Da die konjugierte Matrix der Vorzahlen β_{ik} des Beispiels für das ursprüngliche Gleichungs-