



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Die Statik im Stahlbetonbau**

**Beyer, Kurt**

**Berlin [u.a.], 1956**

Zahlenbeispiel

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

**Umformung des Ansatzes.** Ist die konjugierte Matrix einer Näherungsrechnung mit den Zahlen  $\beta_{1k} \dots \beta_{nk}$  ( $k = 1 \dots n$ ) bekannt, so kann jede Gleichung eines in bezug auf Systemgestaltung oder Rechengenauigkeit endgültigen Ansatzes mit diesen Vorzahlen erweitert werden, so daß durch Addition  $n$  Gleichungen von der folgenden Form entstehen:

$$k: \quad X_1 \sum_{h=1}^n (\delta_{h1} \beta_{hk}) + X_2 \sum_{h=1}^n (\delta_{h2} \beta_{hk}) + \dots + X_k \sum_{h=1}^n (\delta_{hk} \beta_{hk}) + \dots + X_n \sum_{h=1}^n (\delta_{hn} \beta_{hk}) \\ = \sum_{h=1}^n (\delta_{h0} \beta_{hk}); \quad k = 1 \dots n. \quad (429)$$

Abgekürzte Schreibweise:

$$\lambda_{1,k} X_1 + \lambda_{2,k} X_2 + \dots + \lambda_{k,k} X_k + \dots + \lambda_{n,k} X_n = \lambda_{k,0}.$$

Da die Vorzahlen  $\beta_{hk}$  die Gleichungen des endgültigen Ansatzes nahezu erfüllen, so ist nach S. 223

$$\lambda_{1,k} = \sum_{h=1}^n \delta_{h1} \beta_{hk} \approx 0; \quad \lambda_{k,k} = \sum_{h=1}^n \delta_{hk} \beta_{hk} \approx 1; \quad \lambda_{n,k} = \sum_{h=1}^n \delta_{hn} \beta_{hk} \approx 0 \quad (430)$$

und damit diejenige Form eines linearen Ansatzes vorhanden, die bei der Iteration bereits mit zwei oder drei Näherungsfolgen ein genaues Ergebnis verbürgt. Die Matrix der Vorzahlen  $\lambda_{i,k}$  ist jedoch, wie leicht einzusehen ist, nicht mehr zur Hauptdiagonale symmetrisch ( $\lambda_{i,k} \neq \lambda_{k,i}$ ). Dies ist nur der Fall, wenn die Matrix der Vorzahlen  $\delta_{ik}$  zur Nebendiagonale symmetrisch ist.

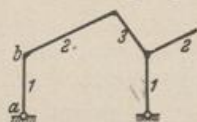


Abb. 221.

$$J_e J_{1,a} = 3,44, \quad J_e J_{1,b} = 0,6762, \\ J_e J_1 = 1, \text{ vgl. Tabelle 11,} \\ J_e J_2 = 0,6762, \quad \zeta_2 = 1, \\ J_e J_3 = 0,8784, \quad \zeta_3 = 1.$$

festgestellt worden sind. Auf diese Weise entsteht die folgende neue Matrix der Elastizitätsgleichungen für Eigengewicht:

$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$\delta_{k0}$
+ 7,6396	- 1,0321	+ 1,7063	- 4,3599	0	- 122,8500
- 1,0321	+ 14,3589	+ 1,7063	- 6,3599	0	+ 49,2637
+ 1,7063	+ 1,7063	+ 7,6396	- 1,0321	+ 6,0662	- 122,8500
- 4,3599	- 6,3599	- 1,0321	+ 14,3589	+ 8,0662	+ 49,2637
0	0	+ 6,0662	+ 8,0662	+ 24,0627	- 172,1137

Die Ausgangswerte  $X_{k,0}$  der Iteration sind die Ergebnisse auf S. 229. Nach der ersten Gleichung ergibt sich mit  $X_{2,0}$ ,  $X_{3,0}$ ,  $X_{4,0}$  und  $X_{5,0}$  der Wert  $X_{1,1} = -9,716$ . Ebenso wird  $X_{2,1} = +6,564$  aus der zweiten Gleichung mit  $X_{1,1}$ ,  $X_{3,0}$ ,  $X_{4,0}$  und  $X_{5,0}$ ,  $X_{3,1} = -9,304$  aus der dritten Gleichung mit  $X_{1,1}$ ,  $X_{2,1}$ ,  $X_{4,0}$  und  $X_{5,0}$  gefunden.

Die Produktsommen werden bei Verwendung der Rechenmaschine ohne Zwischenablesung gebildet und durch  $\delta_{kk}$  dividiert, so daß nur die Teilergebnisse der Näherungsfolgen aufgeschrieben werden. Um die wiederholte Division zu vermeiden, empfiehlt es sich, die Gleichungen (424) vor Beginn der Rechnung auf  $\delta_{kk} = 1$  umzuformen.

Die Konvergenz der Iteration ist nach den Ergebnissen der 7. und 8. Zeile schlecht. Sie zeigt jedoch gewisse Gesetzmäßigkeiten, mit denen sich zugeordnete Glieder der Näherungsfolgen dem Endwert nähern. Diese dienen dazu, um einzelne Zeilen zu überspringen und damit die Iteration abzukürzen.

Da die konjugierte Matrix der Vorzahlen  $\beta_{ik}$  des Beispiels für das ursprüngliche Gleichungs-



	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$
Ausgangswerte .	- 9,174	+ 6,011	- 8,776	+ 6,295	- 6,577
1. Iteration . .	- 9,716	+ 6,564	- 9,304	+ 6,414	- 6,957
2. „ . .	- 9,455	+ 6,698	- 9,074	+ 6,783	- 7,139
3. „ . .	- 9,278	+ 6,847	- 8,953	+ 7,013	- 7,247
7. „ . .	- 8,988	+ 7,070	- 8,806	+ 7,346	- 7,395
8. „ . .	- 8,966	+ 7,087	- 8,797	+ 7,369	- 7,405
12. „ . .	- 8,932	+ 7,113	- 8,786	+ 7,402	- 7,419
13. „ . .	- 8,933	+ 7,111	- 8,783	+ 7,404	- 7,420
14. „ . .	- 8,933	+ 7,112	- 8,782	+ 7,406	- 7,421

system bekannt ist, empfiehlt sich die Umformung der Gleichungen nach (429). Man erhält aus der endgültigen  $\delta_{ik}$ -Matrix von S. 250 und der genäherten  $\beta_{ik}$ -Matrix von S. 229 die Beiwerte  $\lambda_{k,i} = \sum_{h=1}^{h=n} \delta_{hk} \beta_{hi}$  und damit das Gleichungssystem

$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$\lambda_{k,0}$
+ 1,46665	+ 0,05433	+ 0,04677	- 0,20281	- 0,01861	- 14,48724
- 0,00265	+ 1,40908	+ 0,03189	- 0,05369	+ 0,00081	+ 9,36405
- 0,00282	+ 0,05195	+ 1,47250	+ 0,05997	+ 0,23421	- 13,82785
- 0,06079	+ 0,05020	+ 0,03926	+ 1,30460	+ 0,06022	+ 9,77407
+ 0,02084	- 0,02795	+ 0,02120	+ 0,02214	+ 1,32910	- 10,27286

Die Iteration wird für diesen Ansatz mit den gleichen Näherungswerten  $X_{k,0}$  (S. 229) begonnen und in Einzelschritten durchgeführt. Sie konvergiert schnell:

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$
Ausgangswerte.	- 9,174	+ 6,011	- 8,776	+ 6,295	- 6,577
1. Iteration . .	- 9,033	+ 7,070	- 8,868	+ 7,170	- 7,417
2. „ . .	- 8,960	+ 7,107	- 8,771	+ 7,407	- 7,423
3. „ . .	- 8,931	+ 7,114	- 8,780	+ 7,409	- 7,423
4. „ . .	- 8,931	+ 7,114	- 8,780	+ 7,409	- 7,423

Runge, C.: Praxis der Gleichungen. Leipzig 1921. — Mises, R. v., u. H. Pollaczek-Geiringer: Praktische Verfahren der Gleichungsauflösung. Z. angew. Math. Mech. 1929 S. 58, 152. — Domke, O.: Dachbauten. Handb. f. Eisenbetonbau Bd. 10. 2. Aufl. Berlin 1923.