



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Die Statik im Stahlbetonbau**

**Beyer, Kurt**

**Berlin [u.a.], 1956**

Die überzähligen Größen bei einzelnen Belastungsgliedern

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

linien  $u_{(k+1)k}$  werden aus den Festpunkten  $F_{(k+2)(k+1)}$  ebenso bestimmt. Die Schwerlinien  $w'_k, w_k, w'_{k+1}, w_{k+1}$  und  $w_{k(k+1)}$  werden mit den Strecken  $c_{kk}, \bar{c}_{kk}, c_{(k+2)(k+1)}, \bar{c}_{(k+2)(k+1)}$  und  $e_{k(k+1)}$  eingerechnet (Abb. 226).

$$\left. \begin{aligned} c_{kk} &= \frac{\delta_{k(k-1)}}{\delta_{k(k-1)} + \delta_{kk,1}} \Delta_k, \quad \bar{c}_{kk} = \frac{\delta_{k(k-1)}}{\delta_{k(k-1)} + \delta_{kk}} \Delta_k, \quad c_{(k+2)(k+1)} = \frac{\delta_{(k+1)(k+2)}}{\delta_{(k+1)(k-1),1} + \delta_{(k+1)(k+2)}} \Delta_{k+2}, \\ \bar{c}_{(k+2)(k+1)} &= \frac{\delta_{(k+1)(k+2)}}{\delta_{(k+1)(k+1)} + \delta_{(k+1)(k+2)}} \Delta_{k+2}, \quad e_{k(k+1)} = \frac{\delta_{(k+1)(k+2)} \Delta_{k+2} - \delta_{k(k-1)} \Delta_k}{\delta_{k(k-1)} + \delta_{kk,1} + \delta_{(k+1)(k+1),1} + \delta_{(k+1)(k+2)}} \end{aligned} \right\} (446)$$

**Die überzähligen Größen bei einzelnen Belastungsgliedern.** Die analytische Lösung dreigliedriger Elastizitätsgleichungen für zwei aufeinanderfolgende Belastungsglieder  $\delta_{(k-1)0}, \delta_{k0}$  nach S. 239 kann durch den Ansatz

$$\left. \begin{aligned} X_{k-1} \frac{b_{(k-1)k}}{a_{(k-1)k}} + X_k &= \frac{\delta_{(k-1)0}}{\delta_{(k-1)k}} = R_{(k-1)k}, \\ X_{k-1} + X_k \frac{b_{k(k-1)}}{a_{k(k-1)}} &= \frac{\delta_{k0}}{\delta_{k(k-1)}} = R_{kk} \end{aligned} \right\} (447)$$

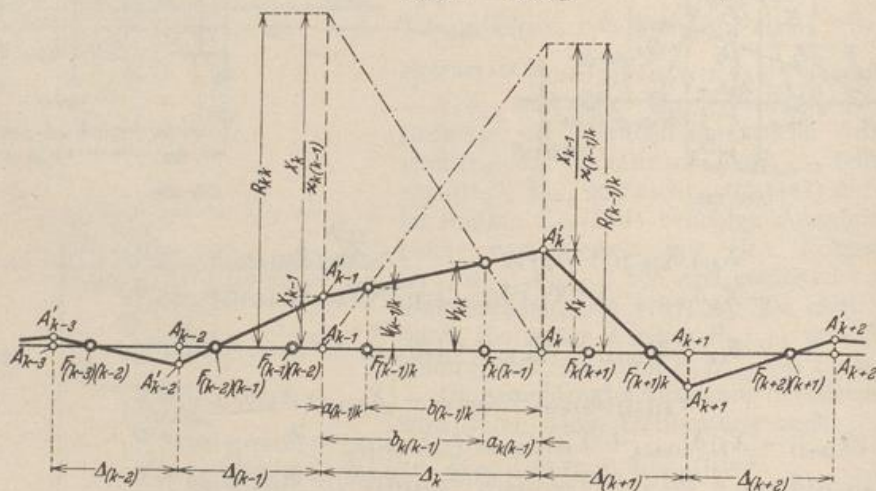


Abb. 227.

ersetzt werden. Er gilt allgemein für zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten und beweist die geometrische Lösung nach Abb. 227. Die Belastungsglieder erhalten die Dimension der überzähligen Größen  $X_{k-1}, X_k$  und sind von diesen unabhängig. Sie

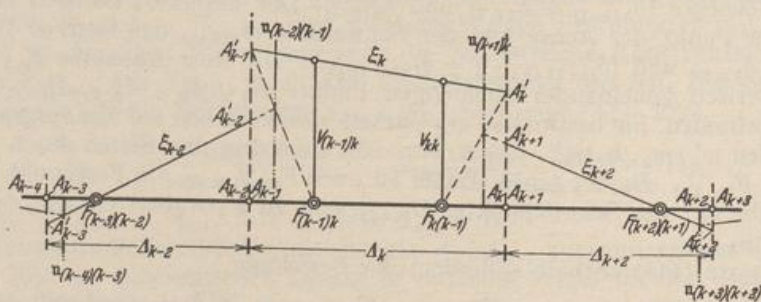


Abb. 228.

werden nach der Art ihrer geometrischen Verwendung als Kreuzlinienabschnitte bezeichnet, jedoch hierfür besser durch die Ordinaten  $V_{(k-1)k}, V_{kk}$  in den Festpunkten ersetzt.

$$\left. \begin{aligned} V_{(k-1)k} &= \frac{a_{(k-1)k}}{\Delta_k} R_{(k-1)k} = \frac{\varkappa_{(k-1)k}}{1 + \varkappa_{(k-1)k}} \frac{\delta_{(k-1)0}}{\delta_{(k-1)k}} = \frac{\delta_{(k-1)0}}{\delta_{(k-1)k} + \delta_{(k-1)k}^{(k-1)}} = \frac{\delta_{(k-1)0}}{s_{(k-1)}^{(k-1)}}, \\ V_{kk} &= \frac{a_{kk}}{\Delta_k} R_{kk} = \frac{\varkappa_{kk}}{1 + \varkappa_{kk}} \frac{\delta_{k0}}{\delta_{kk}} = \frac{\delta_{k0}}{\delta_{kk} + \delta_{kk}^{(k)}} = \frac{\delta_{k0}}{s_k^{(k)}}. \end{aligned} \right\} \quad (448)$$

Die überzähligen Größen  $X_1 \dots X_{k-2}$  sind bei gleichen Vorzeichen der Nebenglieder einer Gleichung durch die Festpunkte  $F_{(h-1)h}$  der Lösung a, die überzähligen Größen  $X_{k+1} \dots X_h$  durch die Festpunkte  $F_{r(r-1)}$  der Lösung b bestimmt (Abb. 227). Bei ungleichen Vorzeichen der Nebenglieder gilt das gleiche für die Festpunkte und Übergangslinien  $F_{(h-1)h}, u_{(h-1)h}$  und  $F_{r(r-1)}, u_{r(r-1)}$  (Abb. 228).

**Allgemeiner Belastungsfall.** Die geometrischen Hilfsmittel des letzten Abschnitts lassen sich auch bei der zeichnerischen Lösung des vollständigen Ansatzes verwenden. Die überzähligen Größen  $X_k$  sind wiederum Ordinaten einer Punktreihe  $A_k$  in beliebigen Abständen  $\Delta_k$ . Jedem Intervall  $\Delta_k$  sind zwei Festpunkte  $F_{(k-1)k}, F_{k(k+1)}$  zugeordnet. Jede Gleichung  $k$

$$X_{k-1} \delta_{k(k-1)} + X_k \delta_{kk} + X_{k+1} \delta_{k(k+1)} = \delta_{k0} \quad (449)$$

bestimmt nach der Auslegung auf S. 256 einen Punkt  $E'_k$  als Schwerpunkt von fiktiven Massen  $\delta_{k(k-1)}, \delta_{kk}, \delta_{k(k+1)}$ , welche den Punkten  $A'_{k-1}, A'_k, A'_{k+1}$  zugeordnet sind. Die Koordinaten dieses Schwerpunkts sind nach bekannten Regeln

$$\overline{A_k E'_k} = e_k = \frac{\delta_{k(k+1)} \Delta_{k+1} - \delta_{k(k-1)} \Delta_k}{\delta_{k(k-1)} + \delta_{kk} + \delta_{k(k+1)}}, \quad \overline{E'_k E'_k} = T_k = \frac{\delta_{k0}}{\delta_{k(k-1)} + \delta_{kk} + \delta_{k(k+1)}}. \quad (450)$$

Ebenso darf in (449)

$$X_{k-1} \delta_{k(k-1)} + X_k \delta_{kk} = Y_{k(k-1)} (\delta_{k(k-1)} + \delta_{kk}) \quad (451)$$

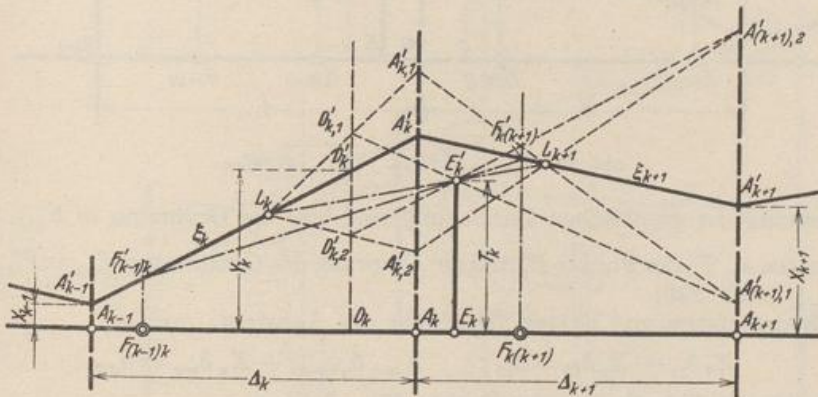


Abb. 229. Zur Ableitung für positive  $\varkappa_{k(k+1)}$ .

gesetzt und  $Y_{k(k-1)}$  als Ordinate des Schwerpunkts der Massen  $\delta_{k(k-1)}$  und  $\delta_{kk}$  in  $A'_{k-1}, A'_k$  angesehen werden. Sie unterteilt den Abschnitt  $\Delta_k$  in  $D_k$  nach dem Verhältnis  $\delta_{k(k-1)} : \delta_{kk}$ . Aus (449) wird dann

$$Y_{k(k-1)} (\delta_{k(k-1)} + \delta_{kk}) + X_{k+1} \delta_{k(k+1)} = \delta_{k0} = T_k (\delta_{k(k-1)} + \delta_{kk} + \delta_{k(k+1)}). \quad (452)$$

Demnach ist  $T_k$  auch Ordinate des Schwerpunkts der fiktiven Massen  $(\delta_{k(k-1)} + \delta_{kk})$  und  $\delta_{k(k+1)}$ , so daß die Punkte  $D'_k, E'_k$  und  $A'_{k+1}$  eine gerade Linie bilden (Abb. 229).

Auf diese Weise entsteht das Dreieit  $A'_{k-1}, D'_k, A'_{k+1}$ , dessen Eckpunkte auf einer Schar paralleler Geraden liegen. Ihre Ordinaten sind unbekannt. Allen möglichen Dreiseiten ist jedoch der Punkt  $E'_k$  der Seite  $D'_k A'_{k+1}$  gemeinsam. Ist außerdem noch ein Punkt  $L_k$  der Seite  $\xi_k \equiv A'_{k-1} A'_k$  gegeben, so besitzen auch die Seiten  $A'_k A'_{k+1}$  dieser Dreiseite einen gemeinsamen Punkt  $L_{k+1}$ , da die Punktreihe  $D'_k$