Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Berechnung der Stützenmomente des durchgehenden Trägers mit freibeweglichen, starren Stützen und l' = const = l

urn:nbn:de:hbz:466:1-74292

Berechnung der Stützenmomente des durchgehenden Trägers mit freibeweglichen, starren Stützen $0 \ldots k \ldots n$; $l' = \text{const} = l$, $X_0 = 0$, $X_n = 0$.

Ansatz nach (293) $X_{k-1} + 4X_k + X_{k+1} = \frac{6}{l}\delta_{k0}$ (Abb. 236).

a) Gleichmäßige Belastung aller Felder: $\frac{6}{l}\delta_{k0} = N = \text{const.}$

Lösung:

$$X_k = \frac{N}{6} + C_1\varrho^k + C_2\varrho^{-k};$$

$$\varrho = -2 + \sqrt{3} = -0{,}2679.$$

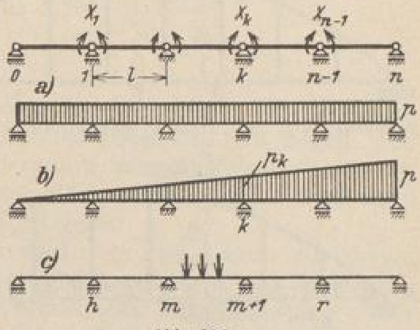

Abb. 236.

Integrationskonstanten C_1, C_2 aus $X_0 = 0$; $X_n = 0$.

$$\frac{N}{6} + C_1 + C_2 = 0;$$

$$\frac{N}{6} + C_1\varrho^n + C_2\varrho^{-n} = 0.$$

$$X_k = \frac{\delta_{k0}}{l}\left(1 - \frac{\varrho^{n-k} + \varrho^k}{1 + \varrho^n}\right); \qquad \text{bei großer Felderzahl ist } \varrho^n \approx 0.$$

Gleichförmige Belastung p (Abb. 236a):

$$\frac{\delta_{k0}}{l} = \frac{pl^2}{12} \approx X_k.$$

$$X_1 = 0{,}10566\,pl^2; \qquad X_2 = 0{,}07735\,pl^2; \qquad X_3 = 0{,}08494\,pl^2.$$

b) Stetige hydraulische Belastung der Felder l_1 bis l_n. $p_0 = 0$; $p_n = p$ (Abb. 236b).

$$p_k = p\frac{k}{n} = \frac{2P}{n^2 l}k; \qquad N_k = \frac{6}{l}\delta_{k0} = \frac{Pl}{n^2}k.$$

$$X_k = \frac{Pl}{6n^2}k + C_1\varrho^k + C_2\varrho^{-k}; \qquad C_1, C_2 \text{ aus } X_0 = X_n = 0.$$

$$X_k = \frac{Pl}{6n}\left(\frac{k}{n} - \frac{\varrho^{n-k} - \varrho^{n+k}}{1 - \varrho^{2n}}\right),$$

$n = 10$: $X_1 = 0{,}001667\,Pl$, $X_5 = 0{,}008357\,Pl$, $X_9 = 0{,}019465\,Pl$.

c) Belastung eines einzelnen Feldes l_{m+1}. $h < m$, $r > m + 1$ (Abb. 236c)

$$X_{h-1} + 4X_h + X_{h+1} = 0. \qquad X_{r-1} + 4X_r + X_{r+1} = 0.$$

$$X_h = C_1\varrho^h + C_2\varrho^{-h}, \qquad X_r = C_3\varrho^r + C_4\varrho^{-r}.$$

$C_1 \ldots C_4$ aus $X_0 = X_n = 0$ und den Gleichungen $m, (m+1)$.

$$m\colon X_{m-1} + 4X_m + X_{+m1} = \frac{6\delta_{m0}}{l}, \quad (m+1)\colon X_m + 4X_{m+1} + X_{m+2} = \frac{6\delta_{(m+1)0}}{l},$$

$$C_1 = -C_2 = \frac{6\varrho}{l(\varrho^2 - 1)(\varrho^{2n} - 1)}[\delta_{m0}(\varrho^m - \varrho^{2n-m}) + \delta_{(m+1)0}(\varrho^{m+1} - \varrho^{2n-(m+1)})],$$

$$C_3 = -\frac{C_4}{\varrho^{2n}} = \frac{6\varrho}{l(\varrho^2 - 1)(\varrho^{2n} - 1)}[\delta_{m0}(\varrho^m - \varrho^{-m}) + \delta_{(m+1)0}(\varrho^{m+1} - \varrho^{-(m+1)})].$$

Spannungszustand eines Bogenträgers mit steifem Zugband. Die Längskraft X_n wird als die überzählige Schnittkraft des $(n-1)$fach statisch unbestimmten Hauptsystems Abb. 237a berechnet, dessen statisch unbestimmte Schnittkräfte $M_1 \ldots M_k \ldots M_{n-1}$ in Abb. 237b eingetragen sind.

$$M_k = M_{k0}^{(n-1)} - M_{kn}^{(n-1)} X_n.$$