



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Die Statik im Stahlbetonbau**

**Beyer, Kurt**

**Berlin [u.a.], 1956**

Zahlenbeispiel

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

Die statisch unbestimmten Schnittkräfte sind dann nach (467)

$$Y_K = 1_{Kk} X_k + Y_{K(k+1)} X_{k+1} + \dots + Y_{Kn} X_n.$$

Für die Bildung des Hauptsystems gelten die gleichen Gesichtspunkte wie auf Seite 170.

Das Wesen der Rechenvorschrift wird am besten an einfachen Beispielen gezeigt.

a) Zweifach statisch unbestimmtes Tragwerk.

Transformation: Nebenbedingung: Statisch unbestimmte Schnittkräfte:

<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>X_a</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>X_b</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>Y_1</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>Y_{1b}</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>Y_2</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>Y_{2b}</math></td> </tr> </table>	$X_a$	$X_b$	$Y_1$	$Y_{1b}$	$Y_2$	$Y_{2b}$	$\delta_{ba} = 0,$	$Y_1 = 1 X_a - \frac{\delta_{2a}}{\delta_{1a}} X_b,$
$X_a$	$X_b$							
$Y_1$	$Y_{1b}$							
$Y_2$	$Y_{2b}$							
	$Y_{1b} \delta_{1a} + 1_{2b} \delta_{2a} = 0,$	$Y_2 = 1 X_b.$						
	$Y_{1b} = -1 \frac{\delta_{2a}}{\delta_{1a}},$							

Durchgehender Träger über vier Stützen (Abb. 260). Die statisch nicht bestimmbar sind die Stützenmomente  $Y_1, Y_2$ .

Belastungszustand  $-X_a = 1$ :  $-Y_1 = Y_{1a} = 1$ ;  $-Y_2 = Y_{2a} = 0$

$$\delta_{1a} = \frac{l_1' + l_2'}{3}; \quad \delta_{2a} = \frac{l_2'}{6}.$$

Belastungszustand  $-X_b = 1$ :  $-Y_1 = Y_{1b} = -\frac{l_2'}{2(l_1' + l_2')}$ ;  $-Y_2 = Y_{2b} = 1.$

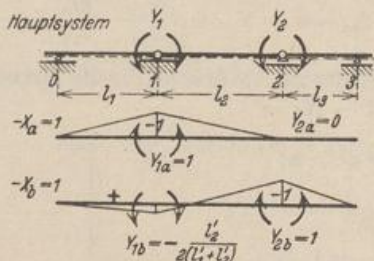


Abb. 260.

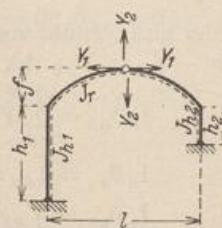


Abb. 261.

Unsymmetrischer Eingelenkrahmen (Abb. 261). Die statisch nicht bestimmbar sind die Komponenten  $Y_1$  und  $Y_2$  der Gelenkkraft.

$-X_a = 1$ :  $-Y_1 = Y_{1a} = 1$ ;  $-Y_2 = Y_{2a} = 0$  (Abb. 262a);

$-X_b = 1$ :  $-Y_1 = Y_{1b} = -\frac{\delta_{2a}}{\delta_{1a}}$ ;  $-Y_2 = Y_{2b} = 1$  (Abb. 262b).

$$Y_{1b} = -\frac{15 I [h_1' (2f + h_1) - h_2' (2f + h_2)]}{4 \{3 f'^2 + 5 h_1' [3 f (h_1 + f) + h_1^2] + 5 h_2' [3 f (h_2 + f) + h_2^2]\}},$$

$$Y_1 = X_a - \frac{\delta_{2a}}{\delta_{1a}} X_b; \quad Y_2 = X_b.$$

Bei symmetrischer Trägereinbildung mit  $h_1 = h_2$  und  $h_1' = h_2'$  ist  $Y_{1b} = 0$ .

b) Dreifach statisch unbestimmtes Tragwerk. Transformation für die Nebenbedingungen  $\delta_{ab} = \delta_{bc} = \delta_{ca} = 0$  nach S. 285

<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>X_a</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>X_b</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>X_c</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>Y_1</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>Y_{1b}</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>Y_{1c}</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>Y_2</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>Y_{2b}</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>Y_{2c}</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>Y_3</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>Y_{3b}</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>Y_{3c}</math></td> </tr> </table>	$X_a$	$X_b$	$X_c$	$Y_1$	$Y_{1b}$	$Y_{1c}$	$Y_2$	$Y_{2b}$	$Y_{2c}$	$Y_3$	$Y_{3b}$	$Y_{3c}$	$\delta_{ab} = 0,$	$\delta_{bc} = 0,$	$\delta_{ca} = 0,$
$X_a$	$X_b$	$X_c$													
$Y_1$	$Y_{1b}$	$Y_{1c}$													
$Y_2$	$Y_{2b}$	$Y_{2c}$													
$Y_3$	$Y_{3b}$	$Y_{3c}$													
	$Y_1 = 1 X_a - \frac{\delta_{2a}}{\delta_{1a}} X_b - \frac{\delta_{3a}}{\delta_{1a}} X_c,$														
	$Y_{1b} = -1 \frac{\delta_{2a}}{\delta_{1a}},$	$Y_{1c} = -1 \frac{\delta_{3a}}{\delta_{1a}},$													
	$Y_2 = 1 X_b - \frac{\delta_{2b}}{\delta_{1b}} X_c,$														
	$Y_{2b} = -1 \frac{\delta_{2b}}{\delta_{1b}},$	$Y_{2c} = -1 \frac{\delta_{3b}}{\delta_{1b}},$													
	$Y_3 = 1 X_c - \frac{\delta_{2c}}{\delta_{1c}} X_b - \frac{\delta_{3c}}{\delta_{1c}} X_a,$														
	$Y_{3b} = -1 \frac{\delta_{2c}}{\delta_{1c}},$	$Y_{3c} = -1 \frac{\delta_{3c}}{\delta_{1c}},$													

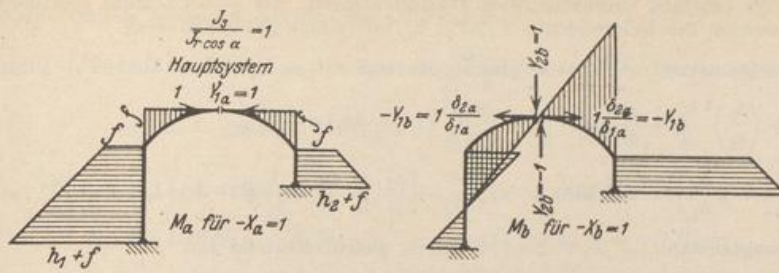


Abb. 262.

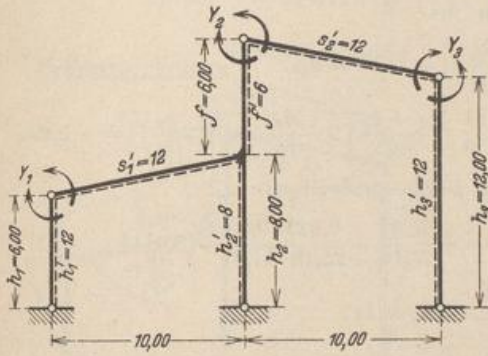


Abb. 263 a. Hauptsystem.

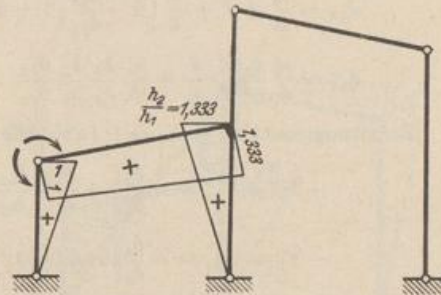


Abb. 263 b.  $-Y_1 = 1$ .

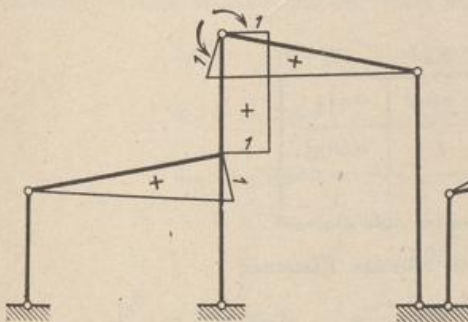


Abb. 263 c.  $-Y_2 = 1$ .

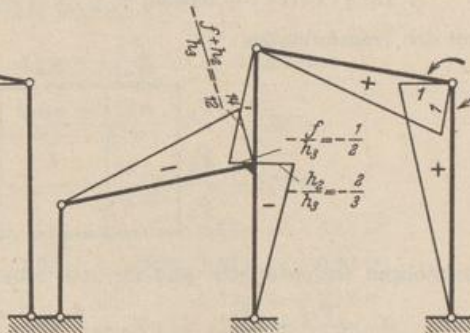


Abb. 263 d.  $-Y_3 = 1$ .

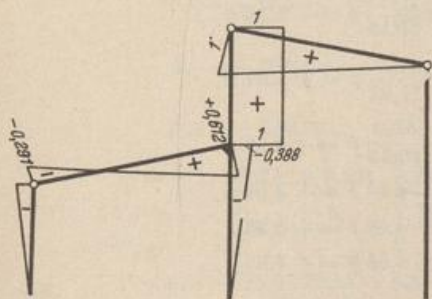


Abb. 263 e.  $-X_b = 1$ .

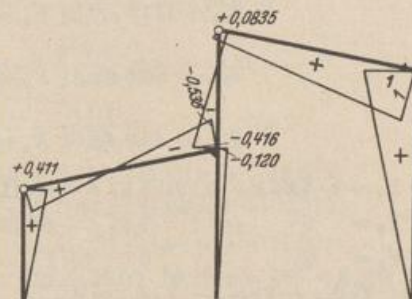


Abb. 263 f.  $-X_e = 1$ .

**Dreifach statisch unbestimmter Hallenrahmen.** Als statisch nicht bestimmbare Einzelkräfte werden die Eckmomente  $Y_1, Y_2, Y_3$  verwendet (Abb. 263 a—d).

Belastungszustand  $-X_a = 1$ , gleichbedeutend mit  $-Y_1 = 1$  (Abb. 263 b), führt zu

$$\delta_{1a} = \frac{h_1'}{3} + \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^2 \frac{h_2'}{3} + \frac{s_1'}{3} \left[1 + \frac{h_2}{h_1} + \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^2\right] = +25,18 = \delta_{aa},$$

$$\delta_{2a} = \frac{s_1'}{6} \left(1 + 2 \frac{h_2}{h_1}\right) = +7,333; \quad \delta_{3a} = -\left[\frac{h_2}{h_1} \frac{h_2}{h_3} \frac{h_2'}{3} + \frac{1}{h_3} (f + h_2) \left(1 + 2 \frac{h_2}{h_1}\right) \frac{s_1'}{6}\right] = -10,87.$$

Belastungszustand  $-X_b = 1$  (Abb. 263 e), gleichbedeutend mit

$$-Y_1 = Y_{1b} = -\frac{\delta_{2a}}{\delta_{1a}} = -\frac{7,333}{25,18} = -0,291; \quad -Y_2 = 1,$$

liefert  $M_b$  und die Formänderungen  $\delta_{2b}$  und  $\delta_{3b}$ ;  $\delta_{1b} = 0$ .

$$\delta_{2b} = \frac{s_2'}{3} + f' + \frac{s_1'}{6} \left[2 - \frac{\delta_{2a}}{\delta_{1a}} \left(1 + 2 \frac{h_2}{h_1}\right)\right] = 11,87 = \delta_{bb},$$

$$\delta_{3b} = \frac{s_2'}{6} - \frac{f'}{2} \frac{f}{h_3} + \frac{h_2'}{3} \frac{h_2}{h_3} \frac{h_2}{h_1} \frac{\delta_{2a}}{\delta_{1a}} - \frac{1}{6} s_1' \frac{f + h_2}{h_3} \left[2 - \frac{\delta_{2a}}{\delta_{1a}} \left(1 + 2 \frac{h_2}{h_1}\right)\right] = -0,99.$$

Belastungszustand  $-X_c = 1$  (Abb. 263 f), gleichbedeutend mit

$$-Y_1 = Y_{1c} = -\frac{\delta_{2a}}{\delta_{1a}} + \frac{\delta_{2a}}{\delta_{1a}} \frac{\delta_{3b}}{\delta_{2b}} = +\frac{10,87}{25,18} - \frac{7,333 \cdot 0,99}{25,18 \cdot 11,87} = 0,411;$$

$$-Y_2 = Y_{2c} = -\frac{\delta_{3b}}{\delta_{2b}} = 0,0835; \quad -Y_3 = 1,$$

liefert  $M_c$  und damit die Formänderungen  $\delta_{1c} = 0$ ,  $\delta_{2c} = 0$ .

$$\delta_{3c} = +12,0 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} (2 \cdot 0,536 - 0,411) + 8 \cdot \frac{1}{6} \cdot 0,12 \cdot \frac{2}{3} + 6 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} (2 \cdot 0,416 - 0,0835) + 12 \cdot \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot (2 \cdot 1 + 0,0835) + 12 \cdot \frac{1}{6} \cdot 1 = 10,30 = \delta_{cc}.$$

Ergebnis der Transformation:

	$X_a$	$X_b$	$X_c$
$Y_1$	1	-0,291	0,411
$Y_2$		1	0,0835
$Y_3$			1

Die überzähligen Gruppenlasten sind für eine beliebige Belastung

$$X_a = \frac{\delta_{a0}}{\delta_{aa}} = \frac{\delta_{a0}}{25,18}; \quad X_b = \frac{\delta_{b0}}{\delta_{bb}} = \frac{\delta_{b0}}{11,87}; \quad X_c = \frac{\delta_{c0}}{\delta_{cc}} = \frac{\delta_{c0}}{10,30}.$$

Gleichförmig verteilte Belastung der beiden Riegel (Abb. 263 g).

$$\delta_{a0} = 117 p, \quad X_a = \frac{117}{25,18} p = +4,64 p,$$

$$\delta_{b0} = 66,0 p, \quad X_b = \frac{66,0}{11,87} p = +5,57 p,$$

$$\delta_{c0} = 48,0 p, \quad X_c = \frac{48,0}{10,30} p = +4,66 p.$$

$$Y_1 = 1 \cdot 4,64 p - 0,291 \cdot 5,57 p + 0,411 \cdot 4,66 p = +4,94 p,$$

$$Y_2 = 0 + 1 \cdot 5,57 p + 0,0835 \cdot 4,66 p = +5,96 p,$$

$$Y_3 = 0 + 0 + 1 \cdot 4,66 p = +4,66 p,$$

$$\text{Probe: } Y_1 \delta_{1a} + Y_2 \delta_{2a} + Y_3 \delta_{3a} = \delta_{a0},$$

$$4,94 \cdot 25,18 + 5,96 \cdot 7,33 - 4,66 \cdot 10,87 = 117 \approx \delta_{a0}/p.$$

Gleichförmig verteilte Windlast auf den linken Pfosten.

$$\begin{aligned} \delta_{a_0} &= -243 w, & X_a &= -\frac{243}{25,18} w = -9,66 w, \\ \delta_{b_0} &= -25,2 w, & X_b &= -\frac{25,2}{11,87} w = -2,12 w, \\ \delta_{c_0} &= +46,9 w, & X_c &= +\frac{46,9}{10,30} w = +4,55 w. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_1 &= -1 \cdot 9,66 w + 0,291 \cdot 2,12 w + 0,411 \cdot 4,55 w = -7,04 w, \\ Y_2 &= 0 \quad -1 \quad \cdot 2,12 w + 0,0835 \cdot 4,55 w = -1,74 w, \\ Y_3 &= 0 \quad 0 \quad 1 \quad \cdot 4,55 w = +4,55 w, \end{aligned}$$

Probe:  $-7,04 \cdot 25,18 - 1,74 \cdot 7,33 - 4,55 \cdot 10,87 = -240 \approx \delta_{a_0}/w$ .

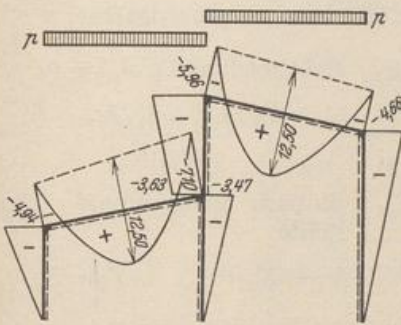


Abb. 263g. Lotrechte Belastung der Riegel, Momente in mt für  $p = 1$  t/m.

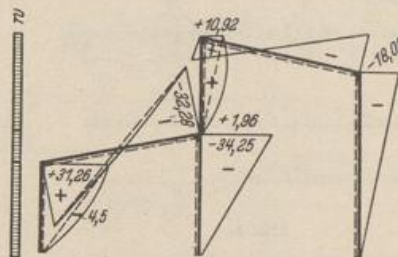


Abb. 263h. Windbelastung. Momente in mt für  $w = 1$  t/m.

Gleichförmig verteilte Windlast auf den linken Riegel.

$$\begin{aligned} \delta_{a_0} &= -170 w, & X_a &= -\frac{170}{25,18} w = -6,77 w, \\ \delta_{b_0} &= -12,8 w, & X_b &= -\frac{12,8}{11,87} w = -1,08 w, \\ \delta_{c_0} &= +26,1 w, & X_c &= +\frac{26,1}{10,30} w = +2,53 w, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_1 &= -1 \cdot 6,77 w + 0,291 \cdot 1,08 w + 0,411 \cdot 2,53 w = -5,42 w, \\ Y_2 &= 0 \quad -1 \quad \cdot 1,08 w + 0,0835 \cdot 2,53 w = -0,87 w, \\ Y_3 &= 0 \quad 0 \quad +1 \quad \cdot 2,53 w = +2,53 w, \end{aligned}$$

Probe:  $-5,42 \cdot 25,18 - 0,87 \cdot 7,33 - 2,53 \cdot 10,87 = -170 \approx \delta_{a_0}/w$ .

Gleichförmig verteilte Windlast auf den mittleren Pfosten.

$$\begin{aligned} \delta_{a_0} &= -655 w, & X_a &= -\frac{655}{25,18} w = -26,0 w, \\ \delta_{b_0} &= -109,4 w, & X_b &= -\frac{109,4}{11,87} w = -9,23 w, \\ \delta_{c_0} &= +113,2 w, & X_c &= +\frac{113,2}{10,30} w = +11,00 w, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_1 &= -1 \cdot 26,0 w + 0,291 \cdot 9,23 w + 0,411 \cdot 11,00 w = -18,8 w, \\ Y_2 &= 0 \quad -1 \quad \cdot 9,23 w + 0,0835 \cdot 11,00 w = -8,31 w, \\ Y_3 &= 0 \quad 0 \quad +1 \quad \cdot 11,00 w = +11,00 w, \end{aligned}$$

Probe:  $-18,8 \cdot 25,18 - 8,31 \cdot 7,33 - 11,00 \cdot 10,87 = -654 \approx \delta_{a_0}/w$ .

Die Biegemomente aus den drei Windlasten sind superponiert und in Abb. 263h aufgetragen worden.