Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Ansätze mit statisch unbestimmten Schnittkräften und unbekannten Verschiebungen

urn:nbn:de:hbz:466:1-74292

$$M_{\substack{c\\d}} = -0{,}64610 \cdot 0{,}75 \left[(13{,}50 + 2{,}25) \frac{0{,}83848\,(2 - 0{,}75) - 2}{5{,}92016} \mp (13{,}50 - 2{,}25) \frac{3}{5{,}87660} \right] - 0{,}42095 \cdot 1{,}15512;$$

$$M_c = +3{,}52393 \text{ mt}; \quad M_d = -2{,}04209 \text{ mt}; \quad M_a = -0{,}05459 \text{ mt}; \quad M_b = +5{,}62939 \text{ mt}. \qquad \text{(Abb. 279.)}$$

5. Nachprüfung der Ergebnisse. Die gegenseitige Verschiebung oder Verdrehung eines Querschnitts k mit N_k, M_k oder Q_k als äußere Kraft ist für den berechneten Spannungszustand gleich Null:

Beispiel: Belastung (4b) (Abb. 274a).

α) Gegenseitige Verdrehung des Querschnitts e (Abb. 280a):

$$\tau = \int M \overline{M}_M \frac{J_c}{J} ds = \frac{1}{2} 12{,}0\,(-13{,}2716 + 0{,}8319)$$
$$+ 13{,}414 \left[\frac{1}{2}(-13{,}2716 + 10{,}1538) + \frac{2}{3} 15{,}8438\right]$$
$$+ \frac{1}{2} 5{,}159\,(10{,}1538 - 5{,}2117) + \frac{1}{2} 18{,}573\,(-5{,}2117 - 4{,}4677)$$
$$+ \frac{1}{2} 12{,}0\,(-4{,}4677 + 9{,}6358) = 133{,}522 - 133{,}517 \approx 0{,}0.$$

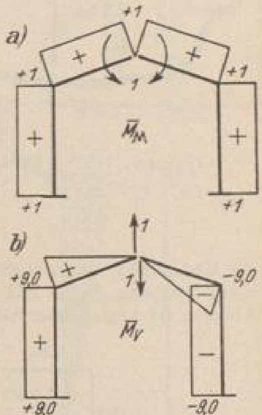

Abb. 280.

β) Gegenseitige vertikale Verschiebung des Querschnitts e (Abb. 280b):

$$\tau = \int M \overline{M}_V \frac{J_c}{J} ds = 12{,}0 \cdot 9{,}0 \cdot \frac{1}{2}(-13{,}2716 + 0{,}8319)$$
$$+ 13{,}414 \left\{\frac{1}{6}\left[9{,}0\,(-2 \cdot 13{,}2716 + 10{,}1538)\right.\right.$$
$$\left.\left. + 2{,}5\,(-13{,}2716 + 2 \cdot 10{,}1538)\right] + \frac{1}{3} 15{,}8438\,(9{,}0 + 2{,}5)\right\}$$
$$+ 5{,}159 \cdot \frac{1}{6} \cdot 2{,}5\,(2 \cdot 10{,}1538 - 5{,}2117) + 18{,}573 \cdot \frac{1}{6} \cdot 9{,}0\,(2 \cdot 4{,}4677 + 5{,}2117)$$
$$- 12{,}0 \cdot \frac{1}{2} 9{,}0\,(9{,}6358 - 4{,}4677) = 1241{,}274 - 1241{,}267 \approx 0{,}0.$$

Ansätze mit statisch unbestimmten Schnittkräften und unbekannten Verschiebungen. Die Auflösung der n linearen Gleichungen in Stufen liegt insbesondere bei Stabwerken nahe, deren Schnittkräfte abgesehen von der Belastung $\mathfrak{P}$ als Funktion von $r = (n - f)$ statisch unbestimmten Schnittkräften und den EJ_cfachen Beträgen f ausgezeichneter Komponenten ψ_c $(c = 1 \ldots f)$ des Verschiebungszustandes berechnet werden. Dies sind nach Abschn. 38 Knotenpunktverschiebungen oder Stabdrehwinkel. Nach dem Superpositionsgesetz ist dann

$$M = M_0^{(0)} - \sum_{h=1}^{r} M_h^{(0)} X_h + \sum_{H=1}^{f} \psi_H \left(M_H^{(0)} - \sum_{h=1}^{r} X_{hH} M_h\right) = M_0^{(n-f)} + \sum M_H^{(n-f)} \psi_H. \quad (494)$$

$M_0^{(0)}$, $M_h^{(0)}$ sind die Schnittkräfte eines statisch und durch $\psi_H = 0$ auch geometrisch bestimmten Hauptsystems für die vorgeschriebene Belastung $\mathfrak{P}$ und $-X_h = 1$. Die Schnittkraft $M_H^{(0)}$ infolge $\psi_H = 1$ ist Null und daher die Schnittkraft $M_H^{(n-f)}$ infolge von $\psi_H = 1$ durch die statisch unbestimmten Schnittkräfte X_{hH} $(h = 1 \ldots r)$ eines $r$fach statisch unbestimmten Hauptsystems bestimmt. Zur Berechnung der n Unbekannten stehen die $(n - f) = r$ geometrischen Bedingungen über den Verschiebungszustand des Hauptsystems $(\delta_i = 0)$ und die f statischen Bedingungen über das Gleichgewicht der Schnittkräfte $(\delta A_H = 0)$ nach Abschn. 38 zur Verfügung. Nach der Zerlegung des Ansatzes werden die statisch unbestimmten Schnittkräfte X_h in der Regel in der ersten, die ausgezeichneten Komponenten ψ_c in der zweiten

Stufe berechnet. Darnach ist

$$X_h = X_{h0} + \sum_{H=1}^{j} X_{hH}\,\psi_H. \tag{495}$$

Zur statischen Untersuchung des durchgehenden Brückenträgers Abb. 281a wird neben den statisch unbestimmten Schnittkräften der EJ_cfache Betrag des Drehwinkels ψ_A der linken Endstütze als Unbekannte verwendet und in einer zweiten Stufe der Lösung bestimmt. Die Schnittkräfte der ersten Stufe beziehen sich dann mit $\psi_A = 0$ auf ein neunfach statisch unbestimmtes System (Abb. 281 b). In diesem werden die Stützenkopfmomente X_{k0} $(k = 1 \ldots 6)$

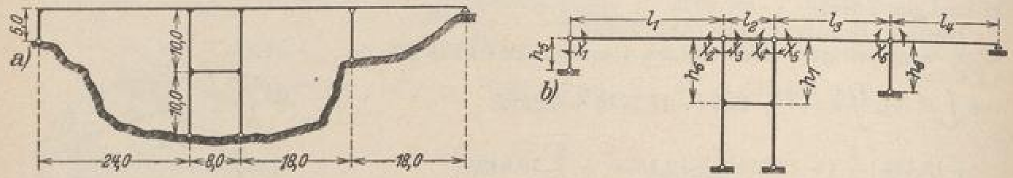

Abb. 281.

$l_1 = l'_1 = 24{,}0$, $l_3 = l'_3 = 18{,}0$, $h_5 = 5{,}0$, $h'_5 = 15$, $h_7 = 10{,}0$, $h'_7 = 30$,
$l_2 = 8{,}0$, $l'_2 = 12$, $_4 = l'_4 = 18{,}0$, $h_6 = 10{,}0$, $h'_6 = 30$, $EJ_c = 1050000\ \mathrm{tm}^2$,

Längen in m.

als überzählig angesehen und aus der Formänderung eines dreifach statisch unbestimmten Hauptsystems (Abb. 282) berechnet, dessen Schnittkräfte für $\mathfrak{P}$, $-X_2 = 1$, $-X_3 = 1$ nach Abschn. 61 angegeben werden. Die geometrischen Bedingungen ergeben dann folgende Matrix:

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
+ 13,000	+ 4,000				
+ 4,000	+ 22,114	− 14,114	+ 5.519	− 5.519	
	− 14,114	+ 18,114	− 3.519	+ 5.519	
	+ 5.519	− 3.519	+ 18,114	− 14,114	
	− 5.519	+ 5.519	− 14,114	+ 20,114	+ 3,000
				+ 3,000	+ 12,000

Die konjugierte Matrix der Vorzahlen β_{ik} wird nach Abschn. 29 berechnet. Das Ergebnis lautet folgendermaßen:

	δ_{10}	δ_{20}	δ_{30}	δ_{40}	δ_{50}	δ_{60}
X_{10}	+ 0,087048	− 0,032907	− 0,025190	+ 0,007913	+ 0,003568	− 0,000892
X_{20}	− 0,032907	+ 0,106948	+ 0,081868	− 0,025715	− 0,011595	+ 0,002899
X_{30}	− 0,025190	+ 0,081868	+ 0,123245	− 0,023583	− 0,028982	+ 0,007246
X_{40}	+ 0,007913	− 0,025715	− 0,023583	+ 0,134203	+ 0,097210	− 0,024303
X_{50}	+ 0,003586	− 0,011595	− 0,028982	+ 0,097210	+ 0,127452	− 0,031863
X_{60}	− 0,000892	+ 0,002899	+ 0,007246	− 0,024303	− 0,031863	+ 0,091299

Im übrigen soll die Untersuchung auf die Entwicklung der Einflußlinie X_2 und auf den Nachweis der Temperaturwirkung beschränkt bleiben. Nach (495) und (328) ist

$$X_2 = X_{20} + X_{2A}\,\psi_A, \qquad X_{20} = \sum_{h=1}^{6} \beta_{2h}\,\delta_{hm}.$$