



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Zahlenbeispiel

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

Stufe berechnet. Darnach ist

$$X_h = X_{h0} + \sum_{H=1}^I X_{hH} \psi_H. \tag{495}$$

Zur statischen Untersuchung des durchgehenden Brückenträgers Abb. 281a wird neben den statisch unbestimmten Schnittkräften der EJ_c -fache Betrag des Drehwinkels ψ_A der linken Endstütze als Unbekannte verwendet und in einer zweiten Stufe der Lösung bestimmt. Die Schnittkräfte der ersten Stufe beziehen sich dann mit $\psi_A = 0$ auf ein neunfach statisch unbestimmtes System (Abb. 281 b). In diesem werden die Stützenkopfmomente X_{k0} ($k = 1 \dots 6$)

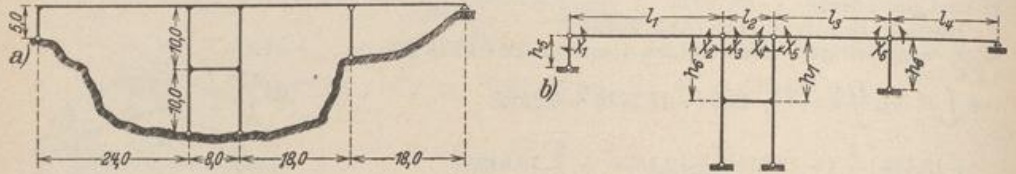


Abb. 281.
 $l_1 = l'_1 = 24,0$, $l_3 = l'_3 = 18,0$, $h_6 = 5,0$, $h'_5 = 15$, $h_7 = 10,0$, $h'_7 = 30$,
 $l_2 = 8,0$, $l'_2 = 12$, $l_4 = l'_4 = 18,0$, $h_8 = 10,0$, $h'_6 = 30$, $EJ_c = 1050000 \text{ tm}^2$,
 Längen in m.

als überzählig angesehen und aus der Formänderung eines dreifach statisch unbestimmten Hauptsystems (Abb. 282) berechnet, dessen Schnittkräfte für β , $-X_2 = 1$, $-X_3 = 1$ nach Abschn. 61 angegeben werden. Die geometrischen Bedingungen ergeben dann folgende Matrix:

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
+ 13,000	+ 4,000				
+ 4,000	+ 22,114	- 14,114	+ 5,519	- 5,519	
	- 14,114	+ 18,114	- 3,519	+ 5,519	
	+ 5,519	- 3,519	+ 18,114	- 14,114	
	- 5,519	+ 5,519	- 14,114	+ 20,114	+ 3,000
				+ 3,000	+ 12,000

Die konjugierte Matrix der Vorzahlen β_{ik} wird nach Abschn. 29 berechnet. Das Ergebnis lautet folgendermaßen:

	δ_{10}	δ_{20}	δ_{30}	δ_{40}	δ_{50}	δ_{60}
X_{10}	+ 0,087048	- 0,032907	- 0,025190	+ 0,007913	+ 0,003568	- 0,000892
X_{20}	- 0,032907	+ 0,106948	+ 0,081868	- 0,025715	- 0,011595	+ 0,002899
X_{30}	- 0,025190	+ 0,081868	+ 0,123245	- 0,023583	- 0,028982	+ 0,007246
X_{40}	+ 0,007913	- 0,025715	- 0,023583	+ 0,134203	+ 0,097210	- 0,024303
X_{50}	+ 0,003568	- 0,011595	- 0,028982	+ 0,097210	+ 0,127452	- 0,031863
X_{60}	- 0,000892	+ 0,002899	+ 0,007246	- 0,024303	- 0,031863	+ 0,091299

Im übrigen soll die Untersuchung auf die Entwicklung der Einflußlinie X_2 und auf den Nachweis der Temperaturwirkung beschränkt bleiben. Nach (495) und (328) ist

$$X_2 = X_{20} + X_{2A} \psi_A, \quad X_{20} = \sum_{h=1}^6 \beta_{2h} \delta_{hm}.$$

Der Laststabzug besteht aus einer Reihe einfacher Träger, deren Biegelinien δ_{mh} für $-X_h = 1$, nach S. 112 durch

$$\delta_{mh} = \frac{l l'}{6} \omega_D \quad \text{oder} \quad \delta_{mh} = \frac{l l'}{6} \omega_D' = \frac{l l'}{6} (3 \omega_R - \omega_D)$$

beschrieben werden. Die Gleichung der Einflußlinie X_{20} ist daher mit den Vorzahlen β_{2h} in jedem Felde durch 2 Beiträge bestimmt.

$$\begin{aligned} \text{Feld 1 } X_{20} &= 0,106948 \frac{l_1 l_1'}{6} \left[3 \omega_R - \left(1 + \frac{32907}{106948} \right) \omega_D' \right], \\ \text{,, 2 } X_{20} &= 0,086868 \frac{l_2 l_2'}{6} \left[3 \omega_R - \left(1 + \frac{25715}{81868} \right) \omega_D' \right], \\ \text{,, 3 } X_{20} &= -0,011595 \frac{l_3 l_3'}{6} \left[3 \omega_R - \left(1 + \frac{2899}{11595} \right) \omega_D' \right], \\ \text{,, 4 } X_{20} &= 0,002899 \frac{l_4 l_4'}{6} \omega_D'. \end{aligned}$$

Diese Funktionen werden mit Tabelle 22 berechnet und in Abb. 283 b aufgetragen.

Die statisch unbestimmten Schnittkräfte X_{hA} aus $\psi_A = 1$ sind den Belastungsgliedern $\delta_{hA} = -\sum C_{eA} \cdot (EJ_e \Delta_e)$ mit $EJ_e \Delta_e = \psi_A \cdot 5,0 = 5,0$ m zugeordnet. Diese sind

$$\begin{aligned} \delta_{1A} &= -\frac{1}{5,0} \cdot 5,0 = -1,00; \\ \delta_{2A} &= (+0,0927 - 0,0353) 5,0 = +0,287, \\ \delta_{3A} &= -0,287, \quad \delta_{4A} = +0,287, \\ \delta_{5A} &= -0,287, \quad \delta_{6A} = 0 \end{aligned}$$

und daher $X_{hA} = \sum \beta_{hA} \delta_{hA}$;

h	1	2	3	4	5	6
X_{hA}	-0,088016	+0,036052	+0,014864	+0,002091	-0,007256	+0,001814 mt

Das Ergebnis ist in Abb. 283 a eingetragen und durch die Biegemomente der Stäbe des Zwischenpfeilers ergänzt worden. Sie ergeben sich durch Superposition nach Abb. 282.

Wird die Summe der Endmomente eines Stabes r , deren Drehsinn hier in Übereinstimmung mit S. 307 im Uhrzeigersinn als positiv gilt, mit K_r bezeichnet, so ist nach S. 317 die Bedingung für das Gleichgewicht der äußeren Kräfte an einer aus dem Stabwerk abgeleiteten zwangläufigen Kette mit den virtuellen Geschwindigkeiten $\psi_A = 1$, $\dot{\psi}_A = \dot{\psi}_A \vartheta_{rA}$

$$\delta A = 0 = \sum K_r \dot{\psi}_A = \sum (K_{r0} + \psi_A K_{rA}) \vartheta_{rA}; \quad \psi_A = -\frac{\sum K_{r0} \vartheta_{rA}}{\sum K_{rA} \vartheta_{rA}} \quad (496)$$

Die Pfosten der Kette sind von links nach rechts h_5, h_6, h_7, h_8 , ihre Drehwinkel für $\psi_A = \vartheta_5 = 1$ daher $\vartheta_{5A} = 1$, $\vartheta_{6A} = h_5/h_6 = 0,5$, $\vartheta_{7A} = h_6/h_7 = 0,5$. Nach dem Prinzip der virtuellen Ver-rückungen ist für die wandernde Einzellast $P_m = 1_m$

$$\sum K_{r0} \vartheta_{rA} = 1_m \eta_{mA}$$

Dabei ist K_{r0} die Summe der Endmomente des Stabes r infolge der Einzellast $P_m = 1$ in m und η_{mA} die Verschiebung des Punktes m des Laststabzuges infolge von $\psi_A = 1$. Sie wird aus den statisch unbestimmten Schnittkräften X_{hA} entwickelt. Damit ist die Einflußlinie ψ_{Am} gefunden.

$$\psi_{Am} = -\frac{1_m \eta_{mA}}{\sum K_{rA} \vartheta_{rA}}$$

$$\begin{aligned} \sum K_{rA} \vartheta_{rA} &= -0,088016 \cdot 1 - (0,021188 - 0,004853) \cdot 0,5 \\ &\quad - (0,009347 - 0,008165) \cdot 0,5 = -0,096274. \end{aligned}$$

Die Biegelinie η_{mA} des Laststabzuges wird mit den Momenten Abb. 283 a nach Abschn. 19 berechnet. Sie ist, mit $-1/0,096274$ multipliziert, die Einflußlinie ψ_{Am} , die nach (495) mit

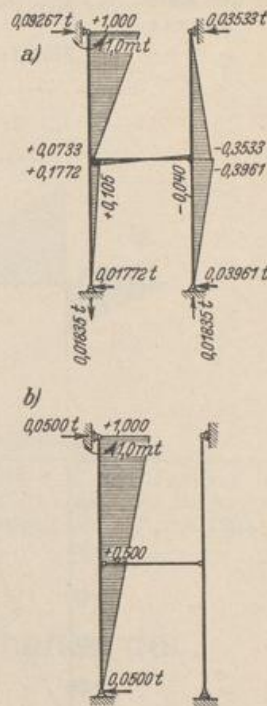


Abb. 282.

$X_{2A} = +0,036052$ erweitert zur Bildung der Einflußlinie von X_2 verwendet wird. Die Gleichung für den Anteil $X_{2A} \cdot \psi_{Am}$ ($X_{21} \psi$ in Abb. 283 b) lautet folgendermaßen:

Feld 1: $+0,37447 \frac{l_1 l_1'}{6} 0,088016 [3 \omega_R - 1,40960 \omega_D]$,

„ 2: $-0,37447 \frac{l_2 l_2'}{6} 0,014864 [3 \omega_R - 0,85840 \omega_D]$.

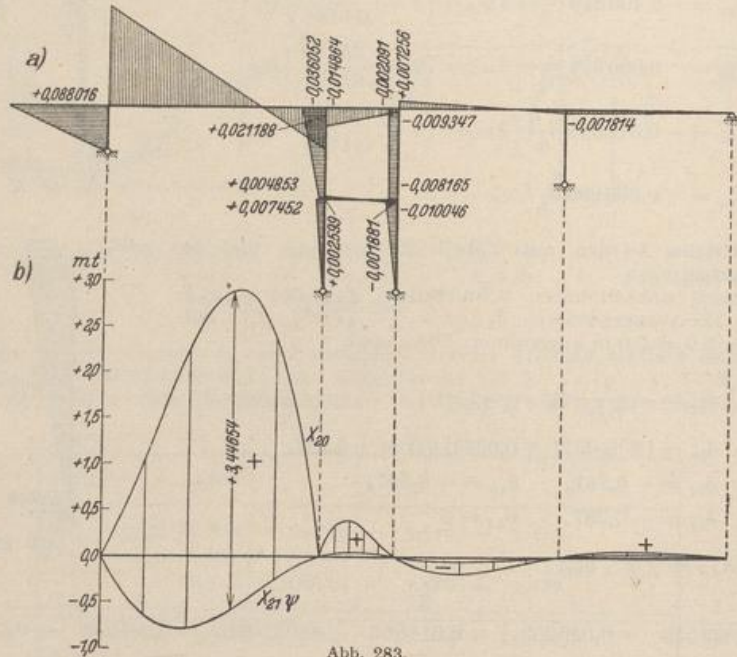


Abb. 283.

Die Schnittkräfte infolge einer Temperaturerhöhung des Riegels um $t = 10^\circ$ werden nach dem Ansatz $X_{kt} = X_{kt,0} + \psi_{At} X_{kA}$ berechnet. Der erste Anteil ist durch die Vorzahlen $\beta_{k\lambda}$ und die Verschiebungen $\delta_{h\lambda}^{(3)}$ des Hauptsystems bestimmt. Nach (311) ist

$$\delta_{h\lambda}^{(3)} = E J_c \sum N_{h\lambda}^{(3)} \alpha t l_{h\lambda}$$

$N_{h\lambda}^{(3)}$ ist die Längskraft im Stabe h infolge von $-X_k = 1$, $\psi_A = 0$. $J_c = 0,5 \text{ m}^4$, $E J_c \alpha t l_1 = 2520$, $E J_c \alpha t l_2 = 840$. Nach Abb. 282a wird

h	1	2	3	4	5	6
$N_{1k}^{(3)}$	0	+ 0,0573	- 0,0573	+ 0,0573	- 0,0573	0 t
$N_{2k}^{(3)}$	0	- 0,0353	+ 0,0353	+ 0,0927	- 0,0927	0 t

so daß

$$\delta_{2t}^{(3)} = -\delta_{3t}^{(3)} = 114,820, \quad \delta_{4t}^{(3)} = -\delta_{5t}^{(3)} = 222,340, \quad \delta_{1t}^{(3)} = \delta_{6t}^{(3)} = 0.$$

$$X_{kt,0} = \sum \beta_{k\lambda} \delta_{h\lambda}^{(3)}$$

h	1	2	3	4	5	6
$X_{kt,0}$	+ 0,0800	- 0,2597	- 3,5505	+ 7,9802	- 4,7276	+ 1,1818 mt

Die Temperaturänderung des Riegels erzeugt Schnittkräfte im statisch unbestimmten Hauptsystem Abb. 282a, die mit den Anteilen aus $X_{kt,0}$ überlagert werden. Auf diese Weise werden die in Abb. 284 eingetragenen Ergebnisse erhalten. Sie stellen die Momente aus Temperatur für $\psi_A = 0$ dar.

Der unbekannt Stabdrehwinkel ψ_{A_i} wird nach (496)

$$\psi_{A_i} = - \frac{\sum K_{r_i} \cdot \vartheta_{r_A}}{\sum K_{r_A} \cdot \vartheta_{r_A}} = - \frac{0,0800 \cdot 1 + 2,3630 \cdot 0,5 - 10,9677 \cdot 0,5}{-0,096274} = -43,858,$$

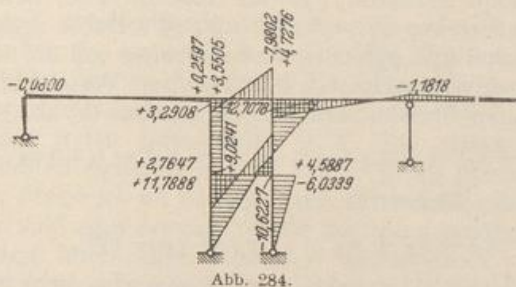


Abb. 284.

$$X_{k_i} = X_{k_i,0} - 43,858 X_{k_A},$$

$$X_{1_i} = +0,0800 - 43,858 \cdot 0,088016 = -3,78 \text{ mt.}$$

Kammer, Statisch unbestimmte Hauptssysteme. Arm. Bet. 1914 S. 161. — Hertwig, A.: Die Berechnung der Rahmengebilde. Eisenbau 1921 S. 122. — Nakonz, W.: Die Berechnung mehrstieliger Rahmen unter Anwendung statisch unbestimmter Hauptssysteme. Berlin 1924. — Spiegel, G.: Mehrteilige Rahmen. Berlin 1920.

B. Die Berechnung durch Elimination der Schnittkräfte.

38. Die statischen Bedingungsgleichungen.

Die Theorie des statisch unbestimmten Stabwerks ist in Abschn. 23 mit einer Zerlegung in Teile (h) und (J) eingeleitet worden, um Gleichungen teils statischen, teils geometrischen Inhalts zur Beschreibung des Spannungs- und Verschiebungszustandes des Stabwerks zu bilden. Dieser allgemeine Ansatz ist bisher stets auf die geometrischen Bedingungen zurückgeführt worden, um die statisch unbestimmten Schnittkräfte anzugeben. Unter Umständen ist es aber zweckmäßig, diese zu eliminieren und zuerst die Komponenten des Verschiebungszustandes aus den Gleichgewichtsbedingungen zu berechnen.

Die Knotenpunktfigur. Durch die Aufteilung eines Stabwerks allgemeiner Form entstehen Knotenscheiben (J), Gelenke (G) und Abschnitte (h) des Stabwerks. Diese sind gerade oder gekrümmt und können auch aus geschlossenen Gruppen von einzelnen Stäben zusammengesetzt sein. Über die Zerlegung des Stabwerks bestehen keine anderen Vorschriften, als daß jeder Abschnitt (h) nur zwei freie Querschnitte erhält, in denen er vorher steif oder frei drehbar angeschlossen war.

Die Konfiguration der Knotenscheiben und Gelenke in der Bildebene heißt Knotenpunktfigur (Abb. 289b). Sie ist durch die Gelenkpunkte G und durch die Schnittpunkte J, K von geraden Linien bestimmt, welche die Abschnitte (h) des Stabwerks vertreten. Die Schnittpunkte J, K ersetzen nach der Theorie des Stabwerks, abgesehen von seltenen Ausnahmen, die Knotenscheiben und erhalten aus diesem Grunde die Eigenschaft von materiellen Punkten, mit denen die Anschlußquerschnitte (h) des Stabwerks zusammenfallen.

Die Bewegung eines Gelenkes (G) ist durch zwei Komponenten u_G, v_G , die Bewegung eines Stabknotens (J) durch drei Komponenten u_J, v_J, φ_J beschrieben. φ_J wird als Knotendrehwinkel bezeichnet und im Uhrzeigersinn positiv gerechnet.