



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Die Knotenpunktfigur

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

Der unbekannt Stabdrehwinkel ψ_{A_i} wird nach (496)

$$\psi_{A_i} = - \frac{\sum K_{r_i} \cdot \vartheta_{r_A}}{\sum K_{r_A} \cdot \vartheta_{r_A}} = - \frac{0,0800 \cdot 1 + 2,3630 \cdot 0,5 - 10,9677 \cdot 0,5}{-0,096274} = -43,858,$$

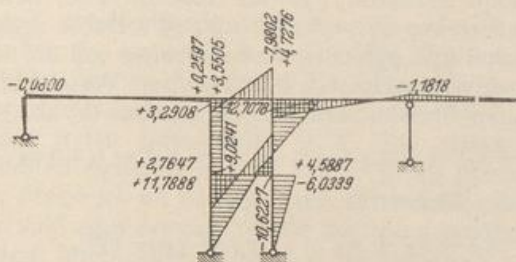


Abb. 284.

$$X_{k_i} = X_{k_i,0} - 43,858 X_{k_A},$$

$$X_{1_i} = +0,0800 - 43,858 \cdot 0,088016 = -3,78 \text{ mt.}$$

Kammer, Statisch unbestimmte Hauptssysteme. Arm. Bet. 1914 S. 161. — Hertwig, A.: Die Berechnung der Rahmengebilde. Eisenbau 1921 S. 122. — Nakonz, W.: Die Berechnung mehrstieliger Rahmen unter Anwendung statisch unbestimmter Hauptssysteme. Berlin 1924. — Spiegel, G.: Mehrteilige Rahmen. Berlin 1920.

B. Die Berechnung durch Elimination der Schnittkräfte.

38. Die statischen Bedingungsgleichungen.

Die Theorie des statisch unbestimmten Stabwerks ist in Abschn. 23 mit einer Zerlegung in Teile (h) und (J) eingeleitet worden, um Gleichungen teils statischen, teils geometrischen Inhalts zur Beschreibung des Spannungs- und Verschiebungszustandes des Stabwerks zu bilden. Dieser allgemeine Ansatz ist bisher stets auf die geometrischen Bedingungen zurückgeführt worden, um die statisch unbestimmten Schnittkräfte anzugeben. Unter Umständen ist es aber zweckmäßig, diese zu eliminieren und zuerst die Komponenten des Verschiebungszustandes aus den Gleichgewichtsbedingungen zu berechnen.

Die Knotenpunktfigur. Durch die Aufteilung eines Stabwerks allgemeiner Form entstehen Knotenscheiben (J), Gelenke (G) und Abschnitte (h) des Stabwerks. Diese sind gerade oder gekrümmt und können auch aus geschlossenen Gruppen von einzelnen Stäben zusammengesetzt sein. Über die Zerlegung des Stabwerks bestehen keine anderen Vorschriften, als daß jeder Abschnitt (h) nur zwei freie Querschnitte erhält, in denen er vorher steif oder frei drehbar angeschlossen war.

Die Konfiguration der Knotenscheiben und Gelenke in der Bildebene heißt Knotenpunktfigur (Abb. 289b). Sie ist durch die Gelenkpunkte G und durch die Schnittpunkte J, K von geraden Linien bestimmt, welche die Abschnitte (h) des Stabwerks vertreten. Die Schnittpunkte J, K ersetzen nach der Theorie des Stabwerks, abgesehen von seltenen Ausnahmen, die Knotenscheiben und erhalten aus diesem Grunde die Eigenschaft von materiellen Punkten, mit denen die Anschlußquerschnitte (h) des Stabwerks zusammenfallen.

Die Bewegung eines Gelenkes (G) ist durch zwei Komponenten u_G, v_G , die Bewegung eines Stabknotens (J) durch drei Komponenten u_J, v_J, φ_J beschrieben. φ_J wird als Knotendrehwinkel bezeichnet und im Uhrzeigersinn positiv gerechnet.

Bei einem Stabwerk mit r Stabknoten und r_1 Gelenken sind daher $(3r + 2r_1)$ Komponenten des Verschiebungszustandes der Knotenpunktfigur unbekannt.

Die geometrischen Randwerte für den Verschiebungszustand eines Abschnitts (h). Die Endquerschnitte J, K des Abschnitts (h) bewegen sich in der Richtung x, y um die Strecken $u_J^{(h)}, v_J^{(h)}$ und $u_K^{(h)}, v_K^{(h)}$. Dabei drehen sich die Endtangente um die Winkel $\varphi_J^{(h)}, \varphi_K^{(h)}$. Sie werden ebenso wie die Knotendrehwinkel im Uhrzeigersinn positiv gerechnet. Die relative Verschiebung $(u_K^{(h)} - u_J^{(h)})$, $(v_K^{(h)} - v_J^{(h)})$ hängt von der Formänderung des Abschnitts (h) ab. Nach Abb. 285 ist

$$(x_K - x_J) = l_h \cos \alpha_h, \quad (y_K - y_J) = l_h \sin \alpha_h. \quad (497)$$

Durch die Belastung des Stabwerks wird aus

$$\begin{aligned} x_K &\rightarrow x_K + u_K^{(h)}, & y_K &\rightarrow y_K + v_K^{(h)}, \\ l_h &\rightarrow l_h + \Delta l_h = l_h(1 + \varepsilon_h), & \alpha_h &\rightarrow \alpha_h + \vartheta_h, \end{aligned}$$

so daß durch Variation von (497) folgende Verträglichkeitsbedingungen entstehen:

$$\left. \begin{aligned} u_K^{(h)} - u_J^{(h)} &= \varepsilon_h (x_K - x_J) - \vartheta_h (y_K - y_J), \\ v_K^{(h)} - v_J^{(h)} &= \varepsilon_h (y_K - y_J) + \vartheta_h (x_K - x_J). \end{aligned} \right\} \quad (498)$$

Die bezogene Längenänderung ε_h der Stabzugsehne l_h wird als Verlängerung, der Stabdrehwinkel ϑ_h im Uhrzeigersinn positiv gerechnet. Da die Anzahl (s) der Abschnitte (h) stets größer oder gleich der Summe $(r + r_1)$ der Knoten ist, können die $2(r + r_1)$ Komponenten u_J, v_J des Verschiebungszustandes der Knotenpunktfigur stets durch die $2s$ Randwerte $\varepsilon_h, \vartheta_h$ des Verschiebungszustandes der Stäbe ausgedrückt werden. Daraus ergibt sich dann auch die Möglichkeit, die Verdrehungen $\varphi_J^{(h)}, \varphi_K^{(h)}$ der Endtangente der Stäbe (h) durch die Winkel $\tau_J^{(h)}, \tau_K^{(h)}$ auf die Gerade $\overline{J'K'}$ zu beziehen und unabhängig vom Stabdrehwinkel ϑ_h zu beschreiben. Sie werden ebenfalls im Uhrzeigersinn positiv gemessen. Die Randwerte sind nach Abb. 285 untereinander durch die folgenden geometrischen Beziehungen verknüpft:

$$\varphi_J^{(h)} = \tau_J^{(h)} + \vartheta_h, \quad \varphi_K^{(h)} = \tau_K^{(h)} + \vartheta_h, \quad (u_K^{(h)} - u_J^{(h)}) \cos \alpha_h + (v_K^{(h)} - v_J^{(h)}) \sin \alpha_h = \varepsilon_h l_h. \quad (499)$$

Der Ansatz dient zur algebraischen Transformation der Verschiebungen $u_J^{(h)}, v_J^{(h)}, \varphi_J^{(h)}$ in die Komponenten $\varepsilon_h, \vartheta_h, \tau_J^{(h)}$ des Verschiebungszustandes.

Die Randwerte des Spannungszustandes der Abschnitte (h) und der Knotenpunktfigur des Stabwerks. Durch die Zerlegung des Stabwerks in die Abschnitte (h) und in die Knotenpunktfigur werden die in jedem freien Querschnitt vorhandenen Schnittkräfte N, M, Q des Stabwerks paarweise zu äußeren Kräften am Abschnitt (h) und am Knotenpunkt (J). Sie werden als Anschlußkräfte bezeichnet. Bei dem Querschnitt durch ein Gelenk ist das Anschlußmoment Null. Der positive Sinn dieser äußeren Kräfte wird in einer für die Ableitung geeigneten Form vereinbart. Die Längskräfte $N_J^{(h)}, N_K^{(h)}$ der Abschnitte (h) sind als Zug-

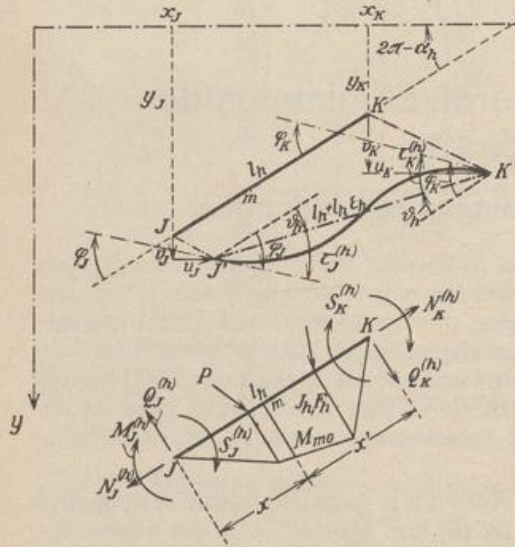


Abb. 285.