



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Hauptsystem und geometrische Superposition

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

Ostenfeld, A.: Die Deformationsmethode. Berlin 1926. Außerdem Aufsätze über das gleiche Thema: Eisenbau 1921 S. 275; Bauing. 1923 S. 34. — Mann, L.: Theorie der Rahmenwerke auf neuer Grundlage. Berlin 1927. — Pasternak, P.: Berechnung vielfach statisch unbestimmter biegefestester Stab- und Flächentragwerke. 1. Dreigliedrige Systeme. Zürich 1927.

39. Das Stabwerk mit geraden Stäben.

Die Untersuchung eines Stabwerks mit geraden oder mit geraden und gekrümmten Stäben zeigt keine grundsätzlichen Unterschiede. Sie ist nur für gerade Stäbe einfacher und wird daher vorweggenommen. Das Stabwerk besteht in diesem Falle aus $s = s_1$ geraden Stäben, r Stabknoten mit steifen oder gelenkigen Anschlüssen und aus r_1 Gelenken. Die mit dem Knoten J steif verbundenen Stäbe sind entweder mit dem benachbarten Stabknoten K ebenfalls starr verbunden (Bezeichnung h) oder am benachbarten Stabknoten G durch ein Gelenk angeschlossen (Bezeichnung g). Andere Verbindungen sind selten. Stäbe mit freiem Ende werden als Teile des Stabknotens behandelt.

Hauptsystem und geometrische Superposition. Der Spannungszustand des Stabwerks ist äquivalent demjenigen einer Knotenkette, wenn die Anschlussmomente des Stabwerks zu den Lasten als äußere Kräfte hinzutreten. Der Verschiebungszustand ist durch r Knotendrehwinkel φ_J und $f = f_1$ voneinander unabhängige Komponenten ψ_c bestimmt. Sie werden in einem geometrisch bestimmten, der Knotenkette zugeordneten Hauptsystem mit $\varphi_J = 0$ ($J = A \dots N$), $\psi_c = 0$ ($c = 1 \dots f$) berechnet. f bezeichnet den Freiheitsgrad der Knotenkette mit $\varphi_J = 0$, $\varepsilon_h = 0$. In Übereinstimmung mit anderen Ansätzen der Baustatik werden stets die EJ_c -fachen Komponenten des Verschiebungszustandes verwendet und diese in Zukunft durch φ_J , ϑ_h , ε_h , u_J bezeichnet. Das Vergleichsträgheitsmoment J_c wird nach S. 92 ausgewählt.

Die abhängigen Komponenten des Verschiebungszustandes sind nach (521) lineare Funktionen der unbekanntenen Größen ψ_c ($c = 1 \dots f$)

$$\vartheta_h = \vartheta_{h0} + \sum \vartheta_{hc} \psi_c, \quad u_J = u_{J0} + \sum u_{Jc} \psi_c. \quad (526)$$

Die Stabdrehwinkel ϑ_{h0} und die Punktverschiebungen u_{J0} des geometrisch bestimmten Hauptsystems entstehen aus den Stützenverschiebungen $EJ_c \Delta_e$, den Längenänderungen $EJ_c \Delta l_{h0}$ infolge der Längskräfte N_{h0} und der Temperaturänderung t bei $\psi_c = 0$.

$$EJ_c \Delta l_{h0} = N_{h0} \frac{J_h}{F_h} l'_h + EJ_c \alpha_t t l_h. \quad (527)$$

Die Stabdrehwinkel ϑ_{h0} werden hieraus nach Abschn. 13 für jeden Stab numerisch berechnet oder durch einen Williot'schen Verschiebungsplan für die Knotenkette zeichnerisch bestimmt. Die Vorzahlen ϑ_{hc} sind die Stabdrehwinkel des Hauptsystems für $\psi_c = 1$. Auch diese werden aus einem Verschiebungsplan oder durch Rechnung aus dem Polplan der $\psi_c \neq 0$ zugeordneten zwangsläufigen Kette Γ_c des Hauptsystems erhalten.

Der Rahmenbinder Abb. 295 enthält eine Stabkette mit fünf Freiheitsgraden. Die folgenden Komponenten des Verschiebungszustandes sind unabhängig voneinander.

- ψ_1 absoluter Drehwinkel des Stabes 1,
- ψ_2 Änderung des Stabzugwinkels $\sphericalangle BAC$,
- ψ_3 Änderung des Stabzugwinkels $\sphericalangle DCE$,
- ψ_4 parallele Verschiebung des Stabes 6 relativ zum Stab CD ,
- ψ_5 Änderung des Stabzugwinkels $\sphericalangle CDF$.

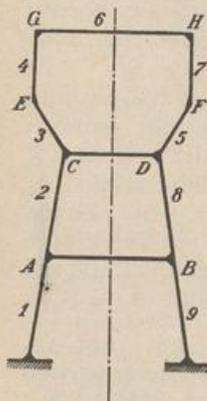
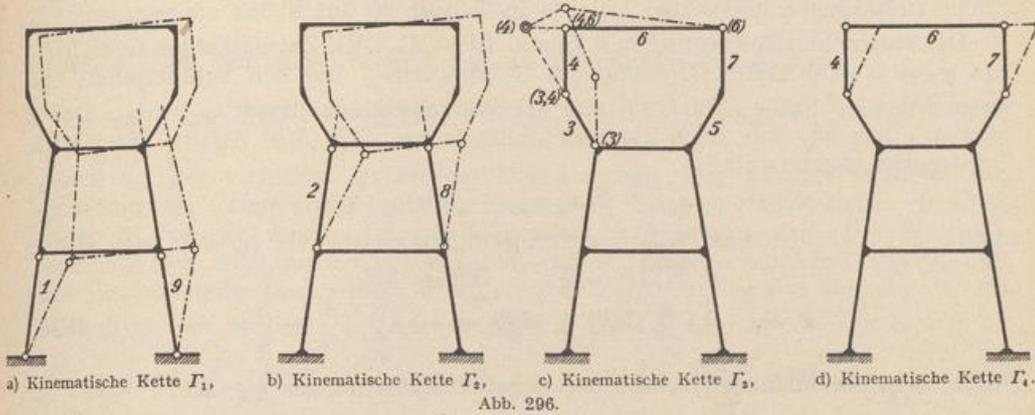


Abb. 295.

Um die für das Superpositionsgesetz (526) notwendigen Stabdrehwinkel ϑ_{hc} angeben zu können, sind die Verschiebungspläne der zwangläufigen Ketten $\Gamma_1 \dots \Gamma_4$ für $\psi_1 = 1 \dots \psi_4 = 1$ gezeichnet worden (Abb. 296). Sie stimmen mit den Ge-



schwindigkeitsplänen für $\dot{\psi}_1 = 1 \dots \dot{\psi}_4 = 1$ überein. Der Verschiebungszustand der zwangläufigen Kette Γ_5 ist zu demjenigen der Kette Γ_3 symmetrisch.

Die Anschlußkräfte am Stabknoten. Die $(r + f)$ unbekanntes unabhängigen Komponenten φ_J, ψ_c werden aus ebenso vielen statischen Bedingungen

$$\delta A_J = 0, \quad (J = A \dots N), \quad \delta A_c = 0, \quad (c = 1 \dots f) \quad (528)$$

berechnet, die für die äußeren Kräfte an $(r + f)$ zwangläufigen, voneinander unabhängigen Gebilden angeschrieben werden. Hierbei wirken neben der Belastung ($\mathfrak{P}_J, \mathfrak{P}_h$) der Stabknoten und Stäbe die Anschlußmomente des Stabwerks als äußere Kräfte der Knotenkette mit. Diese sind Funktionen der Belastung, der Temperaturänderung $t, \Delta t$ und der geometrischen Randwerte $\varphi_J, \varphi_K, \vartheta_h$ nach (505), (510). Die Superposition der Anteile liefert bei geraden Stäben mit konstantem Trägheitsmoment J_h, J_σ und den auf ein Vergleichsträgheitsmoment J_c bezogenen reduzierten Längen $l'_h = l_h J_c / J_h, l'_\sigma = l_\sigma J_c / J_\sigma$ folgende Ansätze:

$$\left. \begin{aligned} M_J^{(h)} &= M_{J_0}^{(h)} + \varphi_J M_{JJ}^{(h)} + \varphi_K M_{JK}^{(h)} + \vartheta_h M_{J\vartheta}^{(h)}, \\ M_K^{(h)} &= M_{K_0}^{(h)} + \varphi_J M_{KJ}^{(h)} + \varphi_K M_{KK}^{(h)} + \vartheta_h M_{K\vartheta}^{(h)}. \end{aligned} \right\} \quad (529)$$

a) Steife Verbindung des Stabes (h) mit den Knoten J und K nach (505):

$$\left. \begin{aligned} M_J^{(h)} &= M_{J_0}^{(h)} + \varphi_J \frac{4}{l'_h} + \varphi_K \frac{2}{l'_h} - \vartheta_h \frac{6}{l'_h}, \\ M_K^{(h)} &= M_{K_0}^{(h)} + \varphi_J \frac{2}{l'_h} + \varphi_K \frac{4}{l'_h} - \vartheta_h \frac{6}{l'_h}. \end{aligned} \right\} \quad (530)$$

b) Steife Verbindung des Stabes (h) mit dem elastisch drehbaren Knoten J und der starren Einspannung K nach (506):

$$M_J^{(h)} = M_{J_0}^{(h)} + \varphi_J \frac{4}{l'_h} - \vartheta_h \frac{6}{l'_h}, \quad M_K^{(h)} = M_{K_0}^{(h)} + \varphi_J \frac{2}{l'_h} - \vartheta_h \frac{6}{l'_h}. \quad (531)$$

Die Anteile $M_{J_0}^{(h)}, M_{K_0}^{(h)}$ sind als Anschlußmomente des Hauptsystems ($\varphi_J = 0, \psi_c = 0$) Einspannungsmomente des beiderseits eingespannten Stabes (h) infolge von $\mathfrak{P}_h, \Delta t$. Ihr Drehsinn ist nach S. 307 im Uhrzeigersinn positiv.

Die Tabelle 25 S. 323 enthält die Angaben für alle wichtigen Belastungen.

c) Steife Verbindung des Stabes (g) mit dem Knoten J und gelenkige Verbindung mit dem Knoten G nach (510):

$$M_J^{(g)} = M_{J_0}^{(g)} + \varphi_J M_{JJ}^{(g)} + \vartheta_h M_{J\vartheta}^{(g)} = M_{J_0}^{(g)} + \varphi_J \frac{3}{l'_g} - \vartheta_g \frac{3}{l'_g}. \quad (532)$$