



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Die Statik im Stahlbetonbau**

**Beyer, Kurt**

**Berlin [u.a.], 1956**

Die Anschlußkräfte am Stabknoten

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

Um die für das Superpositionsgesetz (526) notwendigen Stabdrehwinkel  $\vartheta_{hc}$  angeben zu können, sind die Verschiebungspläne der zwangsläufigen Ketten  $\Gamma_1 \dots \Gamma_4$  für  $\psi_1 = 1 \dots \psi_4 = 1$  gezeichnet worden (Abb. 296). Sie stimmen mit den Ge-

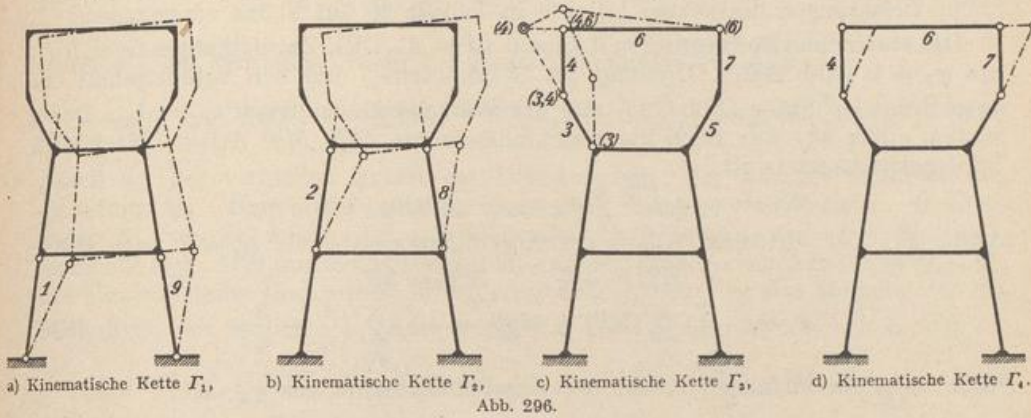


Abb. 296.

schwindigkeitsplänen für  $\dot{\psi}_1 = 1 \dots \dot{\psi}_4 = 1$  überein. Der Verschiebungszustand der zwangsläufigen Kette  $\Gamma_5$  ist zu demjenigen der Kette  $\Gamma_3$  symmetrisch.

**Die Anschlußkräfte am Stabknoten.** Die  $(r + f)$  unbekanntes unabhängigen Komponenten  $\varphi_J, \psi_c$  werden aus ebenso vielen statischen Bedingungen

$$\delta A_J = 0, \quad (J = A \dots N), \quad \delta A_c = 0, \quad (c = 1 \dots f) \quad (528)$$

berechnet, die für die äußeren Kräfte an  $(r + f)$  zwangsläufigen, voneinander unabhängigen Gebilden angeschrieben werden. Hierbei wirken neben der Belastung ( $\mathfrak{P}_J, \mathfrak{P}_h$ ) der Stabknoten und Stäbe die Anschlußmomente des Stabwerks als äußere Kräfte der Knotenkette mit. Diese sind Funktionen der Belastung, der Temperaturänderung  $t, \Delta t$  und der geometrischen Randwerte  $\varphi_J, \varphi_K, \vartheta_h$  nach (505), (510). Die Superposition der Anteile liefert bei geraden Stäben mit konstantem Trägheitsmoment  $J_h, J_g$  und den auf ein Vergleichsträgheitsmoment  $J_c$  bezogenen reduzierten Längen  $l'_h = l_h J_c / J_h, l'_g = l_g J_c / J_g$  folgende Ansätze:

$$\left. \begin{aligned} M_J^{(h)} &= M_{J_0}^{(h)} + \varphi_J M_{JJ}^{(h)} + \varphi_K M_{JK}^{(h)} + \vartheta_h M_{J\vartheta}^{(h)}, \\ M_K^{(h)} &= M_{K_0}^{(h)} + \varphi_J M_{KJ}^{(h)} + \varphi_K M_{KK}^{(h)} + \vartheta_h M_{K\vartheta}^{(h)}. \end{aligned} \right\} \quad (529)$$

a) Steife Verbindung des Stabes ( $h$ ) mit den Knoten  $J$  und  $K$  nach (505):

$$\left. \begin{aligned} M_J^{(h)} &= M_{J_0}^{(h)} + \varphi_J \frac{4}{l'_h} + \varphi_K \frac{2}{l'_h} - \vartheta_h \frac{6}{l'_h}, \\ M_K^{(h)} &= M_{K_0}^{(h)} + \varphi_J \frac{2}{l'_h} + \varphi_K \frac{4}{l'_h} - \vartheta_h \frac{6}{l'_h}. \end{aligned} \right\} \quad (530)$$

b) Steife Verbindung des Stabes ( $h$ ) mit dem elastisch drehbaren Knoten  $J$  und der starren Einspannung  $K$  nach (506):

$$M_J^{(h)} = M_{J_0}^{(h)} + \varphi_J \frac{4}{l'_h} - \vartheta_h \frac{6}{l'_h}, \quad M_K^{(h)} = M_{K_0}^{(h)} + \varphi_J \frac{2}{l'_h} - \vartheta_h \frac{6}{l'_h}. \quad (531)$$

Die Anteile  $M_{J_0}^{(h)}, M_{K_0}^{(h)}$  sind als Anschlußmomente des Hauptsystems ( $\varphi_J = 0, \psi_c = 0$ ) Einspannungsmomente des beiderseits eingespannten Stabes ( $h$ ) infolge von  $\mathfrak{P}_h, \Delta t$ . Ihr Drehsinn ist nach S. 307 im Uhrzeigersinn positiv.

Die Tabelle 25 S. 323 enthält die Angaben für alle wichtigen Belastungen.

c) Steife Verbindung des Stabes ( $g$ ) mit dem Knoten  $J$  und gelenkige Verbindung mit dem Knoten  $G$  nach (510):

$$M_J^{(g)} = M_{J_0}^{(g)} + \varphi_J M_{JJ}^{(g)} + \vartheta_g M_{J\vartheta}^{(g)} = M_{J_0}^{(g)} + \varphi_J \frac{3}{l'_g} - \vartheta_g \frac{3}{l'_g}. \quad (532)$$

Der Anteil  $M_J^{(g)}$  bedeutet hier als Anschlußmoment des Hauptsystems ( $\varphi_J = 0, \psi_c = 0$ ) das Einspannungsmoment des einseitig eingespannten Stabes ( $g$ ) infolge von  $\mathfrak{P}_h, \Delta t$ . Der Drehsinn ist ebenfalls im Uhrzeigersinn positiv. Die Ergebnisse  $M_J^{(g)}$  für zahlreiche Belastungen des Stabes ( $g$ ) sind in Tabelle 26 auf S. 324 eingetragen.

**Die statischen Bedingungen  $\delta A_J = 0$  ( $J = A \dots N$ ).** Zwangläufiges Gebilde  $\Gamma_J$  mit  $\varphi_J \neq 0$  (Abb. 292c). Drehung des Stabknotens  $J$  um den Schnittpunkt der anschließenden Stäbe (Abb. 293) mit der Winkelgeschwindigkeit  $\dot{\varphi}_J = \dot{1}_J$ . Dabei leisten außer  $M_J$  nur noch die Anschlußmomente  $M_J^{(h)}, M_J^{(g)}$  Arbeit. Nach dem Superpositionsgesetz ist

$$\delta A_J = \varphi_J a_{JJ} + \sum \varphi_K a_{JK} + \sum \psi_c a_{Jc} + a_{J0} = 0.$$

Anteil  $a_{JJ}$  der virtuellen Arbeit der Anschlußmomente aus  $\varphi_J = 1$  nach (530):

$$\begin{aligned} M_J^{(h)} &= 4/l'_h, & M_J^{(g)} &= 3/l'_g, \\ a_{JJ} &= -\dot{1}_J \sum (M_J^{(h)} + M_J^{(g)}) = -\dot{1}_J \sum \left( \frac{4}{l'_h} + \frac{3}{l'_g} \right). \end{aligned} \quad (533)$$

Anteil  $a_{JK}$  der virtuellen Arbeit der Anschlußmomente aus  $\varphi_K = 1$ :

$$M_J^{(h)} = 2/l'_h, \quad a_{JK} = -\dot{1}_J M_J^{(h)} = -\dot{1}_J \frac{2}{l'_h}. \quad (534)$$

Anteil  $a_{Jc}$  der virtuellen Arbeit der Anschlußmomente aus den Stabdrehwinkeln  $\vartheta_{hc}, \vartheta_{gc}$  infolge von  $\psi_c = 1$ :

$$\begin{aligned} M_J^{(h)} &= -\vartheta_{hc} \cdot 6/l'_h, & M_J^{(g)} &= -\vartheta_{gc} \cdot 3/l'_g, \\ a_{Jc} &= -\dot{1}_J \sum (M_J^{(h)} + M_J^{(g)}) = +\dot{1}_J \sum \left( \frac{6\vartheta_{hc}}{l'_h} + \frac{3\vartheta_{gc}}{l'_g} \right). \end{aligned} \quad (535)$$

Anteil  $a_{J0}$  der virtuellen Arbeit aus der Belastung  $M_J, \mathfrak{P}_h$ , Temperaturänderung  $t, \Delta t$  und Stützenverschiebung: Die Anschlußmomente  $M_J^{(h)}, M_J^{(g)}$  aus der Belastung  $\mathfrak{P}_h$  der Stäbe und aus ungleichförmiger Temperaturänderung  $\Delta t$  sind in den Tabellen 25 und 26 enthalten. Die Anschlußmomente aus gleichförmiger Temperaturänderung und Stützenverschiebung werden nach (530) aus den Stabdrehwinkeln  $\vartheta_{h0} \equiv \vartheta_{ht}, \vartheta_{hs}$  des Hauptsystems berechnet.

$$a_{J0} = -\dot{1}_J \left[ \sum (M_J^{(h)} + M_J^{(g)}) - \sum \left( \frac{6\vartheta_{h0}}{l'_h} + \frac{3\vartheta_{g0}}{l'_g} \right) - M_J \right]. \quad (536)$$

**Die statischen Bedingungen  $\delta A_c = 0$  ( $c = 1 \dots f$ ).** Das zwangläufige Gebilde  $\Gamma_c$  mit  $\psi_c \neq 0$  (Abb. 292e) ist eine Knotenkette. Sie besteht aus den Knotenscheiben und einzelnen Stäben oder Stabgruppen, da die Bewegung in der Regel auf einen Abschnitt der Knotenkette beschränkt bleibt. Dabei können sich die abhängigen Komponenten des Verschiebungszustandes des Hauptsystems (S. 311) ändern, dagegen sind alle unabhängigen Komponenten  $\varphi_J, \psi_b$  außer  $\psi_c$  Null. Der Geschwindigkeitszustand der Kette ist durch  $\dot{\psi}_c = \dot{1}_c$  bestimmt. Dabei verschieben sich die Knotenscheiben parallel, während sich die Kettenstäbe ( $h$ ) um die Pole  $O_{hc}$  mit den Winkelgeschwindigkeiten  $v_{hc}$  drehen (Abb. 294). Diese werden nach Abschn. 13 aus dem Polplan der Kette berechnet. Bei dieser Bewegung entsteht virtuelle Arbeit durch die Belastung  $\mathfrak{P}_h$  und durch die Anschlußmomente an den Stäben oder Stabgruppen ( $h$ ).

$$\delta A_c = \psi_c a_{cc} + \sum \psi_b a_{cb} + \sum \varphi_J a_{cJ} + a_{c0} = 0.$$

Anteil  $a_{cc}$  der virtuellen Arbeit der Anschlußmomente aus  $\psi_c = 1$  mit den Drehwinkeln  $\vartheta_{hc}$  nach S. 312 und (530):

$$\begin{aligned} M_J^{(h)} &= M_{Kc}^{(h)} = -6\vartheta_{hc}/l'_h, & M_J^{(g)} &= -3\vartheta_{gc}/l'_g, \\ a_{cc} &= \dot{1}_c \sum_c [v_{hc}(M_J^{(h)} + M_{Kc}^{(h)}) + v_{gc}M_J^{(g)}] = -\dot{1}_c \sum_c \left( \frac{12\vartheta_{hc}}{l'_h} v_{hc} + \frac{3\vartheta_{gc}}{l'_g} v_{gc} \right). \end{aligned} \quad (537)$$