



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Die statischen Bedingungen $\delta_{Ac} = 0$ (c = 1...f)

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

Der Anteil $M_J^{(g)}$ bedeutet hier als Anschlußmoment des Hauptsystems ($\varphi_J = 0, \psi_c = 0$) das Einspannungsmoment des einseitig eingespannten Stabes (g) infolge von $\mathfrak{P}_h, \Delta t$. Der Drehsinn ist ebenfalls im Uhrzeigersinn positiv. Die Ergebnisse $M_J^{(g)}$ für zahlreiche Belastungen des Stabes (g) sind in Tabelle 26 auf S. 324 eingetragen.

Die statischen Bedingungen $\delta A_J = 0$ ($J = A \dots N$). Zwangläufiges Gebilde Γ_J mit $\varphi_J \neq 0$ (Abb. 292c). Drehung des Stabknotens J um den Schnittpunkt der anschließenden Stäbe (Abb. 293) mit der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}_J = \dot{1}_J$. Dabei leisten außer M_J nur noch die Anschlußmomente $M_J^{(h)}, M_J^{(g)}$ Arbeit. Nach dem Superpositionsgesetz ist

$$\delta A_J = \varphi_J a_{JJ} + \sum \varphi_K a_{JK} + \sum \psi_c a_{Jc} + a_{J0} = 0.$$

Anteil a_{JJ} der virtuellen Arbeit der Anschlußmomente aus $\varphi_J = 1$ nach (530):

$$\begin{aligned} M_J^{(h)} &= 4/l'_h, & M_J^{(g)} &= 3/l'_g, \\ a_{JJ} &= -\dot{1}_J \sum (M_J^{(h)} + M_J^{(g)}) = -\dot{1}_J \sum \left(\frac{4}{l'_h} + \frac{3}{l'_g} \right). \end{aligned} \quad (533)$$

Anteil a_{JK} der virtuellen Arbeit der Anschlußmomente aus $\varphi_K = 1$:

$$M_J^{(h)} = 2/l'_h, \quad a_{JK} = -\dot{1}_J M_J^{(h)} = -\dot{1}_J \frac{2}{l'_h}. \quad (534)$$

Anteil a_{Jc} der virtuellen Arbeit der Anschlußmomente aus den Stabdrehwinkeln $\vartheta_{hc}, \vartheta_{gc}$ infolge von $\psi_c = 1$:

$$\begin{aligned} M_J^{(h)} &= -\vartheta_{hc} \cdot 6/l'_h, & M_J^{(g)} &= -\vartheta_{gc} \cdot 3/l'_g, \\ a_{Jc} &= -\dot{1}_J \sum (M_J^{(h)} + M_J^{(g)}) = +\dot{1}_J \sum \left(\frac{6\vartheta_{hc}}{l'_h} + \frac{3\vartheta_{gc}}{l'_g} \right). \end{aligned} \quad (535)$$

Anteil a_{J0} der virtuellen Arbeit aus der Belastung M_J, \mathfrak{P}_h , Temperaturänderung $t, \Delta t$ und Stützenverschiebung: Die Anschlußmomente $M_J^{(h)}, M_J^{(g)}$ aus der Belastung \mathfrak{P}_h der Stäbe und aus ungleichförmiger Temperaturänderung Δt sind in den Tabellen 25 und 26 enthalten. Die Anschlußmomente aus gleichförmiger Temperaturänderung und Stützenverschiebung werden nach (530) aus den Stabdrehwinkeln $\vartheta_{h0} \equiv \vartheta_{ht}, \vartheta_{hs}$ des Hauptsystems berechnet.

$$a_{J0} = -\dot{1}_J \left[\sum (M_J^{(h)} + M_J^{(g)}) - \sum \left(\frac{6\vartheta_{h0}}{l'_h} + \frac{3\vartheta_{g0}}{l'_g} \right) - M_J \right]. \quad (536)$$

Die statischen Bedingungen $\delta A_c = 0$ ($c = 1 \dots f$). Das zwangläufige Gebilde Γ_c mit $\psi_c \neq 0$ (Abb. 292e) ist eine Knotenkette. Sie besteht aus den Knotenscheiben und einzelnen Stäben oder Stabgruppen, da die Bewegung in der Regel auf einen Abschnitt der Knotenkette beschränkt bleibt. Dabei können sich die abhängigen Komponenten des Verschiebungszustandes des Hauptsystems (S. 311) ändern, dagegen sind alle unabhängigen Komponenten φ_J, ψ_b außer ψ_c Null. Der Geschwindigkeitszustand der Kette ist durch $\dot{\psi}_c = \dot{1}_c$ bestimmt. Dabei verschieben sich die Knotenscheiben parallel, während sich die Kettenstäbe (h) um die Pole O_{hc} mit den Winkelgeschwindigkeiten v_{hc} drehen (Abb. 294). Diese werden nach Abschn. 13 aus dem Polplan der Kette berechnet. Bei dieser Bewegung entsteht virtuelle Arbeit durch die Belastung \mathfrak{P}_h und durch die Anschlußmomente an den Stäben oder Stabgruppen (h).

$$\delta A_c = \psi_c a_{cc} + \sum \psi_b a_{cb} + \sum \varphi_J a_{cJ} + a_{c0} = 0.$$

Anteil a_{cc} der virtuellen Arbeit der Anschlußmomente aus $\psi_c = 1$ mit den Drehwinkeln ϑ_{hc} nach S. 312 und (530):

$$\begin{aligned} M_J^{(h)} &= M_{Kc}^{(h)} = -6\vartheta_{hc}/l'_h, & M_J^{(g)} &= -3\vartheta_{gc}/l'_g, \\ a_{cc} &= \dot{1}_c \sum_c [v_{hc}(M_J^{(h)} + M_{Kc}^{(h)}) + v_{gc}M_J^{(g)}] = -\dot{1}_c \sum_c \left(\frac{12\vartheta_{hc}}{l'_h} v_{hc} + \frac{3\vartheta_{gc}}{l'_g} v_{gc} \right). \end{aligned} \quad (537)$$

Anteil a_{cb} der virtuellen Arbeit der Anschlußmomente aus $\psi_b = 1$ mit den Drehwinkeln ϑ_{hb} :

$$a_{cb} = -i_c \sum_c \left(\frac{12\vartheta_{hb}}{l_h} v_{hc} + \frac{3\vartheta_{gb}}{l_g} v_{gc} \right). \quad (538)$$

Anteil a_{cJ} der virtuellen Arbeit der Anschlußmomente aus $\varphi_J = 1$:

$$a_{cJ} = i_c \sum_c [(M_{J0}^{(h)} + M_{KJ}^{(h)}) v_{hc} + M_{J0}^{(g)} v_{gc}] = i_c \sum_c \left(\frac{6}{l_h} v_{hc} + \frac{3}{l_g} v_{gc} \right). \quad (539)$$

Anteil a_{c0} der virtuellen Arbeit der Belastung \mathfrak{P}_h , der Anschlußmomente aus Belastung \mathfrak{P}_h , Temperaturänderung $t, \Delta t$ und Stützenverschiebungen: Knotenlasten \mathfrak{P}_J werden einem der anschließenden Stäbe zugewiesen. Die Biegemomente $M_{J0}^{(h)}, M_{J0}^{(g)}$ aus der Belastung \mathfrak{P}_h und den Stabdrehwinkeln $\vartheta_{h0} \equiv \vartheta_{ht}, \vartheta_{hs}$ des Hauptsystems sind auf S. 307 erörtert worden. $M_{h,c}$ ist das Moment der Belastung \mathfrak{P}_h des Stabes $h = \overline{JK}$ in bezug auf den Pol O_{hc} ; $M_0^{(h)} = M_{J0}^{(h)} + M_{K0}^{(h)}$

$$a_{c0} = i_c \sum_c \left[\left(M_0^{(h)} - \frac{12\vartheta_{h0}}{l_h} + M_{h,c} \right) v_{hc} + \left(M_{J0}^{(g)} - \frac{3\vartheta_{g0}}{l_g} + M_{g,c} \right) v_{gc} \right]. \quad (540)$$

Die Form der Matrix. Die Winkelgeschwindigkeiten v_{hc} stimmen bis auf die Dimension mit den Stabdrehwinkeln überein, so daß

$$a_{Ac} = a_{cA}, \quad a_{bc} = a_{cb}.$$

Das Ergebnis kann auch allgemein aus dem Gesetz über die Gegenseitigkeit der Wirkung von A. J. Maxwell bewiesen werden. In Anlehnung an (166) ist für zwei voneinander unabhängige, geometrisch verträgliche Verschiebungszustände eines Stabwerks

$$\sum \vartheta_I \mathfrak{M}_{II} = \sum \vartheta_{II} \mathfrak{M}_{II}. \quad (541)$$

Die Matrix der $(r + f)$ linearen Gleichungen $\delta A_J = 0, \delta A_b = 0$ ist daher zur Hauptdiagonale symmetrisch.

Polpläne zweier Stabketten mit einer unabhängigen Komponente. Zwangläufige Kette I_1 mit $\psi_1 = 1$.

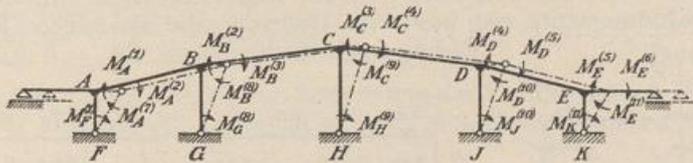


Abb. 297. (Riegelstäbe 1 bis 6, Pfosten 7 bis 11)
 $\vartheta_3 = \psi_1 = 1: r_{01} \dots r_{06} = 0, r_{71} = l_3/l_7, r_{81} = l_3/l_8.$

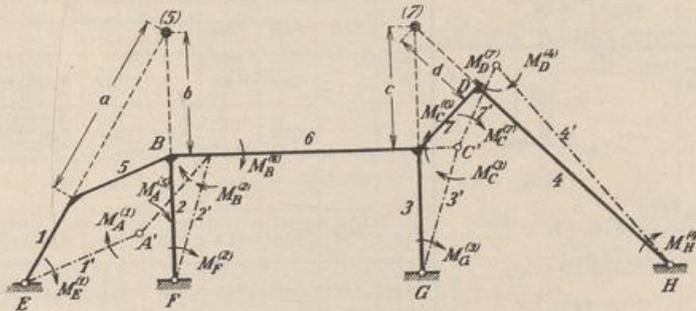


Abb. 298. $\vartheta_3 = \psi_1 = 1: r_{21} = 1, r_{51} = -l_3/b, r_{11} = +l_3/b \cdot a/l_1,$
 $r_{71} = -l_3/c, r_{41} = +l_3/c \cdot d/l_4.$