



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Die Statik im Stahlbetonbau**

**Beyer, Kurt**

**Berlin [u.a.], 1956**

Die Form der Matrix

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

Anteil  $a_{cb}$  der virtuellen Arbeit der Anschlußmomente aus  $\psi_b = 1$  mit den Drehwinkeln  $\vartheta_{hb}$ :

$$a_{cb} = -i_c \sum_c \left( \frac{12\vartheta_{hb}}{l_h} v_{hc} + \frac{3\vartheta_{gb}}{l_g} v_{gc} \right). \quad (538)$$

Anteil  $a_{cJ}$  der virtuellen Arbeit der Anschlußmomente aus  $\varphi_J = 1$ :

$$a_{cJ} = i_c \sum_c [(M_{J0}^{(h)} + M_{KJ}^{(h)}) v_{hc} + M_{J0}^{(g)} v_{gc}] = i_c \sum_c \left( \frac{6}{l_h} v_{hc} + \frac{3}{l_g} v_{gc} \right). \quad (539)$$

Anteil  $a_{c0}$  der virtuellen Arbeit der Belastung  $\mathfrak{P}_h$ , der Anschlußmomente aus Belastung  $\mathfrak{P}_h$ , Temperaturänderung  $t, \Delta t$  und Stützenverschiebungen: Knotenlasten  $\mathfrak{P}_J$  werden einem der anschließenden Stäbe zugewiesen. Die Biegemomente  $M_{J0}^{(h)}, M_{J0}^{(g)}$  aus der Belastung  $\mathfrak{P}_h$  und den Stabdrehwinkeln  $\vartheta_{h0} \equiv \vartheta_{ht}, \vartheta_{hs}$  des Hauptsystems sind auf S. 307 erörtert worden.  $M_{h,c}$  ist das Moment der Belastung  $\mathfrak{P}_h$  des Stabes  $h = \overline{JK}$  in bezug auf den Pol  $O_{hc}$ ;  $M_0^{(h)} = M_{J0}^{(h)} + M_{K0}^{(h)}$

$$a_{c0} = i_c \sum_c \left[ \left( M_0^{(h)} - \frac{12\vartheta_{h0}}{l_h} + M_{h,c} \right) v_{hc} + \left( M_{J0}^{(g)} - \frac{3\vartheta_{g0}}{l_g} + M_{g,c} \right) v_{gc} \right]. \quad (540)$$

**Die Form der Matrix.** Die Winkelgeschwindigkeiten  $v_{hc}$  stimmen bis auf die Dimension mit den Stabdrehwinkeln überein, so daß

$$a_{Ac} = a_{cA}, \quad a_{bc} = a_{cb}.$$

Das Ergebnis kann auch allgemein aus dem Gesetz über die Gegenseitigkeit der Wirkung von A. J. Maxwell bewiesen werden. In Anlehnung an (166) ist für zwei voneinander unabhängige, geometrisch verträgliche Verschiebungszustände eines Stabwerks

$$\sum \vartheta_I \mathfrak{M}_{II} = \sum \vartheta_{II} \mathfrak{M}_{II}. \quad (541)$$

Die Matrix der  $(r + f)$  linearen Gleichungen  $\delta A_J = 0, \delta A_b = 0$  ist daher zur Hauptdiagonale symmetrisch.

Polpläne zweier Stabketten mit einer unabhängigen Komponente. Zwangsläufige Kette  $I_1$  mit  $\psi_1 = 1$ .

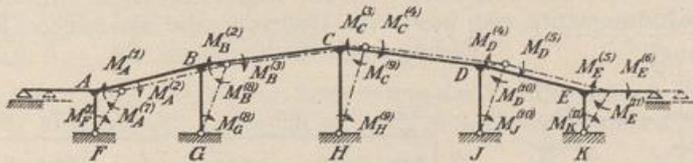


Abb. 297. (Riegelstäbe 1 bis 6, Pfosten 7 bis 11)  
 $\vartheta_3 = \psi_1 = 1: r_{01} \dots r_{06} = 0, r_{71} = l_3/l_7, r_{81} = l_3/l_8.$

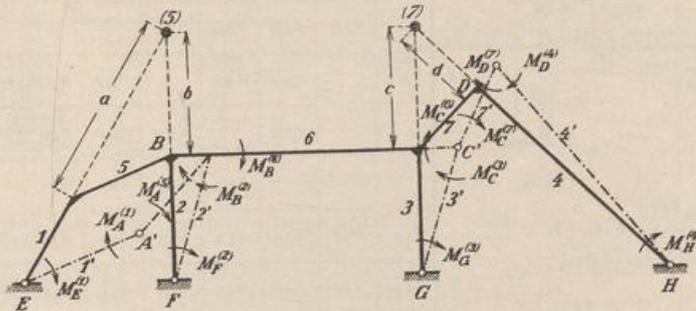


Abb. 298.  $\vartheta_3 = \psi_1 = 1: r_{21} = 1, r_{51} = -l_3/b, r_{11} = +l_3/b \cdot a/l_1,$   
 $r_{71} = -l_3/c, r_{41} = +l_3/c \cdot d/l_4.$

Die Vorzahlen  $a_{Jc}$ ,  $a_{bc}$  sind in der Regel von Null verschieden, dagegen sind alle Vorzahlen  $a_{JH}$  Null, wenn der Knoten  $H$  nicht mit dem Stabknoten  $J$  durch einen Stab verbunden ist. Die unabhängigen Komponenten  $\varphi_J$  des Verschiebungszustandes der Knotenkette sind daher nur zum Teil in den statischen Bedingungen  $\delta A_J = 0$  enthalten. Die Matrix besteht dann aus zwei Teilen, von denen der eine voll, der andere je nach der Struktur des Hauptsystems nur teilweise besetzt ist (s. u.).

Die formale Entwicklung der Matrix wird an einem Silorahmen Abb. 299 gezeigt. Der Verschiebungszustand der Knotenkette ist durch  $r + f = 6 + 3$  unabhängige Komponenten bestimmt. Sie werden aus neun statischen Bedingungen berechnet:

$$\delta A_J = 0, \quad J = B \dots H; \quad \delta A_c = 0, \quad c = 1 \dots 3.$$

Als Komponenten  $\psi_c$  der Knotenkette dienen

$$\psi_1 = \vartheta_5, \quad \psi_2 = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2}, \quad \psi_3 = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{2}.$$

Demnach sind die statischen Bedingungen für die zwangsläufigen Gebilde  $\Gamma_1 \dots \Gamma_3$  notwendig. Die Stabdrehwinkel  $\vartheta_{hc}$  und die Winkelgeschwindigkeiten  $v_{hc}$  werden

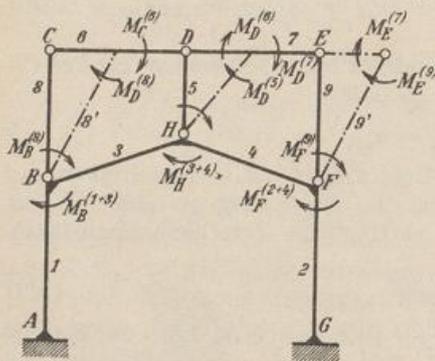


Abb. 299a.  
Kette  $\Gamma_1$ :  $\dot{\psi}_1 = v_{11} = 1, \quad v_{12} = l_2/l_8,$   
 $v_{13} = l_3/l_8, \quad v_{14} = v_{15} = l_5.$

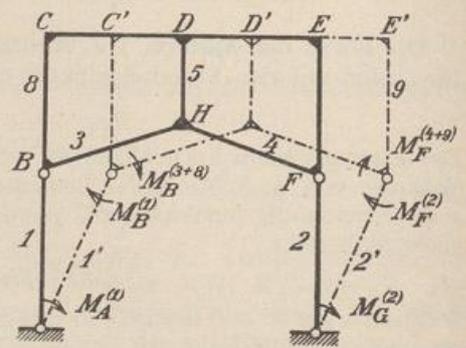


Abb. 299b.  
Kette  $\Gamma_2$ :  $\dot{\psi}_2 = v_{22} = 1 = v_{12},$   
 $v_{23} = v_{24} = \dots = v_{29} = l_2.$

durch Rechnung aus den Polplänen Abb. 299 abgeleitet. Diese enthalten auch diejenigen Stabendmomente mit positivem Drehsinn, die als äußere Kräfte in die Gleichgewichtsbedingungen  $\delta A_c = 0$  usw. eingehen.

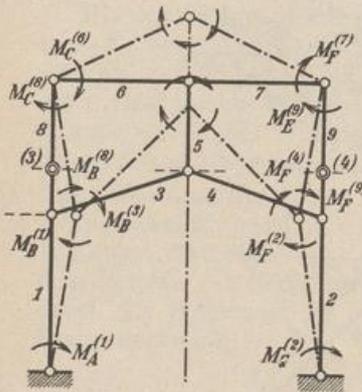


Abb. 299c.  
Kette  $\Gamma_3$ :  $\dot{\psi}_3 = v_{33} = -v_{23} = 1,$   
 $-v_{34} = +v_{35} = \frac{l_1}{l_8},$   
 $-v_{36} = +v_{37} = -\frac{l_1}{l_8 - l_5},$   
 $v_{38} = \frac{l_1}{l_8 - l_5} l_8.$

	$\varphi_B$	$\varphi_C$	$\varphi_D$	$\varphi_H$	$\varphi_E$	$\varphi_F$	$\psi_1$	$\psi_2$	$\psi_3$	
B	$a_{BB}$	$a_{BC}$		$a_{BH}$			$a_{B1}$	$a_{B2}$	$a_{B3}$	$a_{B0}$
C	$a_{CB}$	$a_{CC}$	$a_{CD}$				$a_{C1}$	$a_{C2}$	$a_{C3}$	$a_{C0}$
D		$a_{DC}$	$a_{DD}$	$a_{DH}$	$a_{DE}$		$a_{D1}$	$a_{D2}$	$a_{D3}$	$a_{D0}$
H	$a_{HB}$		$a_{HD}$	$a_{HH}$		$a_{HF}$	$a_{H1}$	$a_{H2}$	$a_{H3}$	$a_{H0}$
E			$a_{ED}$		$a_{EE}$	$a_{EF}$	$a_{E1}$	$a_{E2}$	$a_{E3}$	$a_{E0}$
F				$a_{FH}$	$a_{FE}$	$a_{FF}$	$a_{F1}$	$a_{F2}$	$a_{F3}$	$a_{F0}$
1	$a_{1B}$	$a_{1C}$	$a_{1D}$	$a_{1H}$	$a_{1E}$	$a_{1F}$	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$	$a_{10}$
2	$a_{2B}$	$a_{2C}$	$a_{2D}$	$a_{2H}$	$a_{2E}$	$a_{2F}$	$a_{21}$	$a_{22}$	$a_{23}$	$a_{20}$
3	$a_{3B}$	$a_{3C}$	$a_{3D}$	$a_{3H}$	$a_{3E}$	$a_{3F}$	$a_{31}$	$a_{32}$	$a_{33}$	$a_{30}$