



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

40. Die Auflösung des Ansatzes

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

$$\begin{aligned}
 M_A^{(1)} &= M_{A0}^{(1)} + \frac{3}{l_1} \varphi_A = +44,362; & M_A^{(2)} &= \frac{3}{l_2} \varphi_A = -11,806. \\
 M_A^{(3)} &= M_{A0}^{(3)} + \frac{2}{l_3} (2\varphi_A + \varphi_B) = -32,556; & M_B^{(4)} &= \frac{3}{l_4} \varphi_B = +1,405. \\
 M_B^{(5)} &= M_{B0}^{(5)} + \frac{2}{l_5} (2\varphi_B + \varphi_A) = +23,403; & M_C^{(6)} &= \frac{3}{l_6} \varphi_C = +1,399. \\
 M_B^{(8)} &= M_{B0}^{(8)} + \frac{2}{l_8} (2\varphi_B + \varphi_C) = -24,808; & M_D^{(9)} &= \frac{3}{l_9} \varphi_D = -11,770. \\
 M_C^{(5)} &= M_{C0}^{(5)} + \frac{2}{l_5} (2\varphi_C + \varphi_B) = +27,275; & M_D^{(9)} &= \frac{3}{l_9} \varphi_D = -7,776. \\
 M_C^{(7)} &= M_{C0}^{(7)} + \frac{2}{l_7} (2\varphi_C + \varphi_D) = -28,674. \\
 M_D^{(7)} &= M_{D0}^{(7)} + \frac{2}{l_7} (2\varphi_D + \varphi_C) = +19,547 \text{ mt.}
 \end{aligned}$$

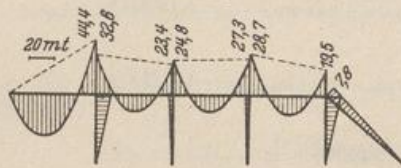
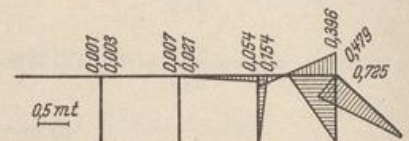
a) Biegemomente infolge $g = 2 \text{ t/m}$.b) Biegemomente infolge $W = 1 \text{ t}$.

Abb. 307.

5. Belastung durch eine waagerechte Kraft W in 1,6 m Höhe über dem Knoten D (Abb. 307 b).

$$\begin{aligned}
 M_D &= 1,6 W & a_{D0} &= 1,6 W \\
 \varphi_A &= -0,003731 W & \varphi_C &= -0,182787 W \\
 \varphi_B &= +0,025174 W & \varphi_D &= +1,329114 W \\
 M_A^{(1)} &= -0,000799 W & M_C^{(5)} &= -0,054464 W \\
 M_A^{(2)} &= -0,002035 W & M_C^{(6)} &= -0,099702 W \\
 M_A^{(3)} &= +0,002833 W & M_C^{(7)} &= +0,154166 W \\
 M_B^{(3)} &= +0,007459 W & M_D^{(7)} &= +0,396071 W \\
 M_B^{(4)} &= +0,013731 W & M_D^{(8)} &= +0,724971 W \\
 M_B^{(5)} &= -0,021190 W & M_D^{(9)} &= +0,478960 W \text{ mt.}
 \end{aligned}$$

40. Die Auflösung des Ansatzes.

Geometrisch bestimmtes Hauptsystem. Die $(r + f)$ linearen Gleichungen des Ansatzes $\delta A_J = 0, \delta A_c = 0$ werden mit dem Gaußschen Algorithmus (Abschnitt 29) aufgelöst. Die Rechnung ist formal einfach, aber bei einer größeren Anzahl von Unbekannten zeitraubend und durch ungünstige Fehlerfortpflanzung unter Umständen schwierig. Die Wurzeln des Ansatzes werden daher bei einzelnen Belastungsfällen oft schneller und zuverlässiger durch Iteration bestimmt (Abschnitt 30).

Um die Unbekannten auch bei zahlreichen Belastungsfällen in einfacher Weise anzugeben oder Einflußlinien der unbekannteten Verschiebungen und Anschlußkräfte aufzuzeichnen, werden die Vorzahlen β_{JH}, β_{cb} der zu a_{JH}, a_{cb} konjugierten Matrix berechnet (Abschn. 25). Damit ist

$$\left. \begin{aligned}
 -\varphi_J &= \sum \beta_{JH} a_{H0} + \sum \beta_{Jb} a_{b0}, & (H = 1 \dots N, \quad b = 1 \dots f), \\
 -\psi_c &= \sum \beta_{cH} a_{H0} + \sum \beta_{cb} a_{b0}, & (H = 1 \dots N, \quad b = 1 \dots f).
 \end{aligned} \right\} \quad (542)$$

Die Belastungsglieder a_{H0}, a_{b0} bedeuten nach S. 320 die virtuellen Arbeiten der Belastung \mathfrak{P} und der Anschlußkräfte $M_{J0}^{(h)}$ des geometrisch bestimmten Hauptsystems. Die Vorzahlen β_{JH}, β_{Jb} usw. sind durch die elastischen und kinematischen Eigenschaften des Systems bestimmt und unabhängig von der Belastung.

Berechnung und Nachprüfung der Schnittkräfte. Die Komponenten u_J, ϑ_h des Verschiebungszustandes des Stabwerks werden nach (521) aus den $(r + f)$ unabhängigen Unbekannten φ_J, ψ_c des Ansatzes durch Superposition berechnet. φ_J und ϑ_h bilden nach (500) die Grundlage zur Berechnung der statisch unbestimmten Anschlußkräfte $M_J^{(h)}, M_K^{(h)}, N_K^{(h)}$ der Stäbe (h). Mit diesen sind die übrigen Schnittkräfte des Stabwerks statisch bestimmt.

Die statisch unbestimmten Anschlußkräfte sind nach S. 311 für einen geometrisch verträglichen Verschiebungszustand berechnet worden. Die Ergebnisse lassen sich daher nur durch statische Bedingungen nachprüfen. Jede beliebige Gruppe von inneren Kräften, welche durch die Abtrennung irgend eines Teiles des Stabwerks die Eigenschaft von äußeren Kräften erhalten, ist mit den Lasten und Schnittkräften des Abschnitts im Gleichgewicht und damit den Bedingungen (81) unterworfen. Ebenso ist die virtuelle Arbeit der Belastung und einer beliebigen Gruppe von Schnittkräften des Stabwerks, die als äußere Kräfte an der zugeordneten zwangläufigen Kette angreifen, gleich Null. Diese kann zur Nachprüfung des Spannungszustandes aus dem Stabwerk (S. 315) in beliebiger Weise abgeleitet werden. Die statischen Bedingungen $\delta A_c = 0$ enthalten dann neben der Belastung als äußere Kräfte nur Biegemomente des Stabwerks und können leicht angeschrieben werden. In der Regel begnügt man sich, das Gleichgewicht der Anschlußmomente an jedem Stabknoten nachzuweisen und damit die Lösung des Ansatzes numerisch zu prüfen.

Einflußlinien. Die Ordinaten der Einflußlinien der Komponenten φ_J, ψ_c können für ausgezeichnete Stellungen einer Einzellast $P_m = 1$ ebenso wie für eine ruhende Belastung angeschrieben werden. Jede Stellung liefert eine Gruppe von Belastungsgliedern a_{Jm}, a_{cm} und mit den Vorzahlen β_{JH}, β_{cH} der konjugierten Matrix die zugeordneten Komponenten φ_{Jm}, ψ_{cm} . Die Entwicklung der Belastungsglieder a_{Jm}, a_{cm} als stetige Funktion der Abszissen der Laststellung P_m ist ebenfalls denkbar, so daß die Einflußlinien φ_{Jm}, ψ_{cm} nach (542) durch Superposition einzelner mit Beiwerten erweiterter Funktionen angegeben werden können.

Die Lösung der Aufgabe wird durch das Maxwellsche Gesetz über die Gegenseitigkeit der Formänderung wesentlich vereinfacht. Nach diesem ist die virtuelle Arbeit eines Kräftepaars $M_J = 1$ mt am Stabknoten J bei der Winkeldrehung φ_J infolge der wandernden Einzellast $P_m = 1$ t gleich der virtuellen Arbeit dieser Einzellast bei der Verschiebung w_{mJ} des Punktes m des Lastgurtes infolge des Kräftepaars 1 mt in J :

$$1_J \varphi_{Jm} = 1_m w_{mJ}. \quad (543)$$

Die Einflußlinie φ_{Jm} wird daher als Biegelinie w_{mJ} des Lastgurtes des Stabwerks für $M_J = 1$ mt aufgezeichnet. Die Belastung $M_J = 1$ mt liefert außer $a_{J0} = 1$ keine Belastungsglieder, so daß die zugeordneten Komponenten des Verschiebungszustandes φ_{HJ}, ψ_{cJ} mit den negativen Vorzahlen der konjugierten Matrix übereinstimmen ($\varphi_{HJ} = -\beta_{HJ}, \psi_{cJ} = -\beta_{cJ}$).

Dasselbe gilt für die Einflußlinie ψ_{cm} , da die virtuelle Arbeit der Belastungseinheit des Punktes, der Geraden, des Punkte- oder Geradenpaares 1_c in t oder mt bei der Verschiebung der Knotenkette ψ_{cm} durch die wandernde Last $P_m = 1$ t gleich der virtuellen Arbeit dieser Last bei den Verschiebungen w_{mc} der Punkte m des Lastgurtes durch die Belastungseinheit 1_c ist:

$$1_c \psi_{cm} = 1_m w_{mc}. \quad (544)$$

Die Einflußlinie ψ_{cm} wird demnach als Biegelinie w_{mc} des Lastgurtes für den Belastungszustand 1_c , der Einheit des Punktes, der Geraden usw. mit dem Belastungsglied $a_{c0} = 1$ gefunden. Die Komponenten φ_{Jc} , ψ_{bc} sind demnach die negativen Vorzahlen β_{Jc} , β_{bc} usw. der konjugierten Matrix.

In derselben Weise wird auch die Einflußlinie eines Stabdrehwinkels ϑ_h erhalten, denn

$$1_h \vartheta_{hm} = 1_m w_{mh}. \quad (545)$$

Die Einflußlinie ϑ_{hm} wird demnach als Biegelinie w_{mh} des Lastgurtes gefunden, die für die Belastungseinheit 1_h , also für das Kräftepaar $1/l_h$ an den Stabenden (h) berechnet wird. In diesem Falle sind alle Belastungsglieder a_{c0} von Null verschieden, welche aus Stabketten mit $\vartheta_{hc} \neq 0$ hervorgegangen sind.

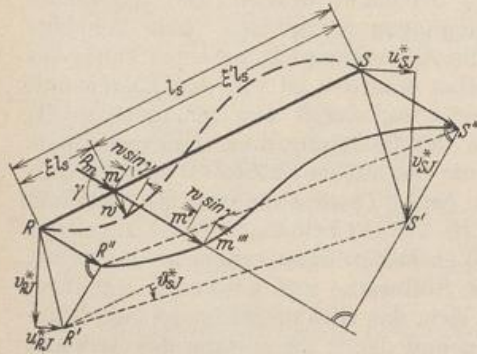


Abb. 308.

Die Biegelinie des Lastgurtes in Richtung der wandernden Einzellast ist bei einem Belastungszustand 1_J , 1_c durch die geometrischen Randbedingungen φ_{RJ}^* , ϑ_{sJ}^* und φ_{Rc}^* , ϑ_{sc}^* eines jeden Stabes $RS \equiv l_s$ bestimmt. Die Stabdrehwinkel ϑ_{sJ}^* , ϑ_{sc}^* liefern den Geradenzug $R'S'$ (Abb. 308) mit den Verschiebungen u_{RJ}^* , v_{RJ}^* und u_{Rc}^* , v_{Rc}^* und damit den Verschiebungsplan der Knotenkette, aus dem die Verschiebungen RR'' , SS'' , mm'' durch Projektion auf die Krafttrichtung entstehen. Sie ergeben den Geradenzug $R''S''$, von welchem die Kom-

ponenten $w \sin \gamma$ der Stabverbiegung aufgetragen werden. Die Ordinaten w , senkrecht zu RS gemessen, erhalten folgende Größe:

a) Der Stab (s) ist mit den Knoten R und S steif verbunden:

$$w = \frac{l_s l_s'}{6} (M_{RJ}^{(s)} \omega_D' - M_{SJ}^{(s)} \omega_D)$$

oder mit

$$\begin{aligned} M_{RJ}^{(s)} &= \frac{2}{l_s'} (2\varphi_{RJ}^* + \varphi_{SJ}^* - 3\vartheta_{sJ}^*), & M_{SJ}^{(s)} &= \frac{2}{l_s'} (\varphi_{RJ}^* + 2\varphi_{SJ}^* - 3\vartheta_{sJ}^*), \\ w &= \frac{l_s}{3} [(2\varphi_{RJ}^* + \varphi_{SJ}^* - 3\vartheta_{sJ}^*) \omega_D' - (\varphi_{RJ}^* + 2\varphi_{SJ}^* - 3\vartheta_{sJ}^*) \omega_D] \\ &= l_s (\varphi_{RJ}^* \omega_D' - \varphi_{SJ}^* \omega_D + \vartheta_{sJ}^* \omega_D'). \end{aligned} \quad (546)$$

Der erste Ansatz wird für Stäbe (s) mit $\vartheta_{sJ}^* \neq 0$, der zweite für Stäbe (s) mit $\vartheta_{sJ}^* = 0$ verwendet. Beide gelten ebenso für die Ursache c wie für J .

b) Der Stab (s) ist mit dem Knoten R steif, mit dem Knoten S frei drehbar verbunden:

$$w = \frac{l_s l_s'}{6} M_{RJ}^{(s)} \omega_D' \quad \text{oder mit} \quad M_{RJ}^{(s)} = \frac{3}{l_s'} (\varphi_{RJ}^* - \vartheta_{sJ}^*),$$

$$w = \frac{l_s}{2} (\varphi_{RJ}^* - \vartheta_{sJ}^*) \omega_D'. \quad (547)$$

Die gesuchte Verschiebung $\overrightarrow{mm''}$ des Punktes m in Richtung der wandernden Kraft P entsteht durch Addition der gerichteten Strecken $\overrightarrow{mm''}$ und $w \sin \gamma$. Die Lösung ist bei senkrechter Belastung eines waagerechten Stabes einfacher und durch Abb. 309 beschrieben.

Einflußlinien der Anschlußmomente $M^{(h)}$.

a) Der Stab $l_h = \overline{JK}$ ist mit den Stabknoten J und K steif verbunden (Abb. 310a). Anschlußmomente nach (530)

$$\left. \begin{aligned} M_J^{(h)} &= M_{J_0}^{(h)} + \frac{2}{l_h} (2\varphi_J + \varphi_K - 3\vartheta_h) = M_{J_0}^{(h)} + M_{J_*}^{(h)}, \\ M_K^{(h)} &= M_{K_0}^{(h)} + \frac{2}{l_h} (\varphi_J + 2\varphi_K - 3\vartheta_h) = M_{K_0}^{(h)} + M_{K_*}^{(h)}. \end{aligned} \right\} \quad (548)$$

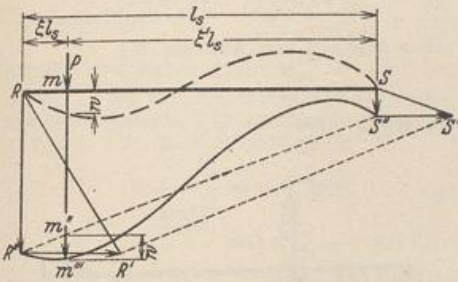


Abb. 309.

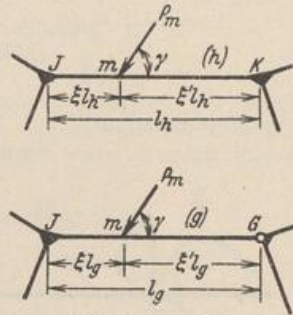


Abb. 310 a und b.

Die Einflußlinien bestehen daher im Bereich des Stabes (h) aus den Ordinaten $M_{J_0}^{(h)}$, $M_{K_0}^{(h)}$ des beiderseits starr eingespannten Stabes (h) und aus den Einflußgrößen $M_{J_*}^{(h)}$, $M_{K_*}^{(h)}$, die sich aus den Einflußlinien φ_J , φ_K , ϑ_h zusammensetzen. Dieser Anteil ist außerhalb des Abschnitts (h) des Lastgurtes allein vorhanden.

$$M_{J_0}^{(h)} = -1 \sin \gamma \cdot l_h \omega_R \xi' = -l_h \sin \gamma \omega'_r, \quad M_{K_0}^{(h)} = +l_h \sin \gamma \omega_r. \quad (549)$$

Die Einflußlinien $M_{J_*}^{(h)}$, $M_{K_*}^{(h)}$ werden nach S. 331 als Biegelinien des Lastgurtes für die äußeren Kräfte

$$M_J = 4/l_h, \quad M_K = 2/l_h, \quad M_h = -6/l_h$$

und für

$$M_J = 2/l_h, \quad M_K = 4/l_h, \quad M_h = -6/l_h$$

gewonnen. Die erste liefert die Belastungsglieder $a_{J_0} = 4/l_h$, $a_{K_0} = 2/l_h$ und die Belastungsglieder $a_{c_0} = -\vartheta_{hc} \cdot 6/l_h$ nach den Angaben auf S. 321. Ähnliches gilt für die Biegelinie $M_{K_*}^{(h)}$.

Die Knoten- und Stabdrehwinkel $\varphi_{R,Jh}^*$, $\varphi_{S,Jh}^*$, $\vartheta_{s,Jh}^*$ des Anteils $M_{J_*}^{(h)}$ und $\varphi_{R,Kh}^*$, $\varphi_{S,Kh}^*$, $\vartheta_{s,Kh}^*$ des Anteils $M_{K_*}^{(h)}$ eines Stabes (s) werden aus der konjugierten Matrix der statischen Bedingungen $\delta A_J = 0$, $\delta A_c = 0$ berechnet. Die Stabdrehwinkel $\vartheta_{s,Jh}^*$, $\vartheta_{s,Kh}^*$ bestimmen den Geradenzug $R'S'$ und die Ordinaten mm'' , welche durch die Ordinaten $w \sin \gamma$ nach S. 332 zu mm''' ergänzt werden (Abb. 308).

b) Der Stab (g) ist am Stabknoten J steif, am Stabknoten G frei drehbar angeschlossen (Abb. 310b). Anschlußmoment nach (532):

$$\left. \begin{aligned} M_J^{(g)} &= M_{J_0}^{(g)} + \frac{3}{l_g} (\varphi_J - \vartheta_g) = M_{J_0}^{(g)} + M_{J_*}^{(g)}, \\ M_G^{(g)} &= -\frac{l_g}{2} \omega'_D. \end{aligned} \right\} \quad (550)$$

Die Einflußlinien $M_{J_*}^{(g)}$ werden nach S. 331 als die Biegelinien des Lastabzuges für die äußeren Kräfte $M_J = 3/l_g$, $M_h = -3/l_g$ angegeben. Dabei entstehen das Belastungsglied $a_{J_0} = 3/l_g$ und die Belastungsglieder $a_{c_0} = -\vartheta_{gc} \cdot 3/l_g$, die in Verbindung mit der konjugierten Matrix der Bedingungsgleichungen $\delta A_J = 0$, $\delta A_c = 0$ wiederum Komponenten $\varphi_{R,Jg}^*$, $\varphi_{S,Jg}^*$, $\vartheta_{s,Jg}^*$ liefern. Damit ist der Verschiebungsplan $R'S'$ bestimmt, aus dem sich wieder die Ordinaten mm''' der Funktion $M_{J_*}^{(g)}$ nach S. 332 ergeben (Abb. 308).

Die Einflußlinien an den Stabwerken Abb. 300 und 303 für senkrechte Lasten im Bereich der Stäbe (1), (2), (5) und für waagerechte Lasten im Bereich der Stäbe (3), (4).

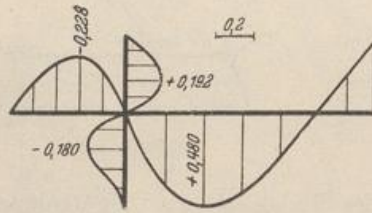
1. System a (Abb. 300a).

a) Einflußlinie φ_J . Die Einflußlinie φ_{Jm} wird als Biegelinie w_{mJ} der Stäbe (1) bis (5) infolge der Belastung $M_J = 1$ mt aufgezeichnet (Abb. 311a).

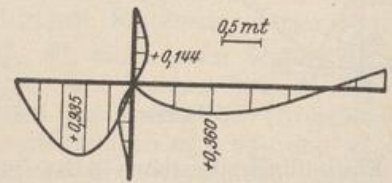
$$\begin{aligned} a_{J0} &= +\dot{1}_J M_J = +1; & \varphi_{JJ}^* &= -a_{J0}/a_{JJ} = +0,250, \\ w_1 &= \frac{l_1}{2} \varphi_{JJ}^* \omega_D = -0,750 \omega_D, & w_2 &= +\frac{l_2}{2} \varphi_{JJ}^* \omega_D' = +1,250 \omega_D', \\ w_3 &= +\frac{l_3}{2} \varphi_{JJ}^* \omega_D = +0,500 \omega_D, & w_4 &= -l_4 \varphi_{JJ}^* \omega_4' = -1,250 \omega_4', \\ w_5 &= +\varphi_{BJ}^* z - \frac{\varphi_{JJ}^*}{2} z = -0,125 z, \quad (z = \text{Abstand von Auflager B.}) \end{aligned}$$

b) Einflußlinie $M_J^{(1)}$.

$$M_J^{(1)} = M_{J0}^{(1)} + 3/l_1 \cdot \varphi_J = M_{J0}^{(1)} + M_{J*}^{(1)}.$$



a) Einflußlinie φ_J .



b) Einflußlinie $M_J^{(1)}$.

Abb. 311.

Im Bereich des Stabes (1) ist $M_{J0}^{(1)} = l_1/2 \cdot \omega_D$, im Bereich der übrigen Stäbe jedoch nicht vorhanden. Der zweite Anteil $M_{J*}^{(1)}$, die mit $3/l_1$ erweiterte Einflußlinie φ_J , wird als Biegelinie infolge $M_J = 3/l_1$ dargestellt (Abb. 311b).

$$\begin{aligned} \text{Stab 1: } M_J^{(1)} &= \frac{l_1}{2} \omega_D + \frac{3}{l_1} \varphi_J = +2,4375 \omega_D, & \text{Stab 2: } M_J^{(1)} &= \frac{3}{l_1} \varphi_J = +0,9375 \omega_D', \\ \text{Stab 3: } M_J^{(1)} &= \frac{3}{l_1} \varphi_J = +0,375 \omega_D, & \text{Stab 4: } M_J^{(1)} &= \frac{3}{l_1} \varphi_J = -0,9375 \omega_4', \\ \text{Stab 5: } M_J^{(1)} &= \frac{3}{l_1} \varphi_J = -0,094 z. \end{aligned}$$

2. System b (Abb. 303).

a) Die Einflußlinie φ_J wird als Biegelinie infolge $M_J = 1$ mt aufgezeichnet (Abb. 312a)

$$\begin{aligned} a_{J0} &= +\dot{1}_J \cdot 1 = 1, & a_{10} &= 0, \\ \varphi_{JJ}^* &= -\beta_{JJ} = 0,2550, & \varphi_{1J}^* &= -\beta_{1J} = 0,0344, \\ \vartheta_{1J}^* &= \vartheta_{2J}^* = 0, & \vartheta_{3J}^* &= \vartheta_{31} \varphi_{1J}^* = -0,0430, & \vartheta_{4J}^* &= \vartheta_{41} \varphi_{1J}^* = +0,0344. \end{aligned}$$

Randbedingungen der Biegelinien: die lotrechten Verschiebungen der Knoten A, J, B und die waagerechten Verschiebungen u_{0J}^* , $u_{D,J}^*$ sind Null; $u_{JJ}^* = l_4 \vartheta_{4J}^* = +0,1720$.

$$w_1 = -\frac{l_1}{2} \varphi_{JJ}^* \omega_D = -0,7644 \omega_D, \quad w_2 = +\frac{l_2}{2} \varphi_{JJ}^* \omega_D' = +1,2743 \omega_D',$$

$$w_3 = +0,1720 \xi + \frac{l_3}{2} (\varphi_{JJ}^* - \vartheta_{3J}^*) \omega_D = 0,1720 \xi + 0,5957 \omega_D,$$

$$w_4 = +0,1720 \xi' - l_4 (\varphi_{JJ}^* \omega_4' + \vartheta_{4J}^* \omega_D') = 0,1720 \xi' - 1,2750 \omega_4' - 0,1720 \omega_D'',$$

$$w_5 = +\varphi_{BJ}^* z - \frac{\varphi_{JJ}^*}{2} z = -0,1275 z.$$

b) Die Einflußlinie φ_1 wird als Biegelinie der Stäbe (1) bis (5) infolge eines Kräftepaarses $M_4 = 1$ mt am Stab (4) aufgezeichnet (Abb. 312b).

$$\begin{aligned} a_{J0} &= 0, & a_{10} &= 1, \\ \varphi_{J1}^* &= -\beta_{J1} = +0,0344, & \varphi_{11}^* &= -\beta_{11} = +0,2445, \\ \vartheta_{11}^* &= \vartheta_{21}^* = 0, & \vartheta_{31}^* &= \vartheta_{31} \varphi_{11}^* = -0,3056, & \vartheta_{41}^* &= +0,2445. \end{aligned}$$

Waagerechte Verschiebung des Knotens J : $u_{J1}^* = l_4 \vartheta_{41}^* = 1,2225$

$$w_1 = -\frac{l_1}{2} \varphi_{J1}^* \omega_D = -0,1032 \omega_D, \quad w_2 = +\frac{l_2}{2} \varphi_{J1}^* \omega_D = +0,1720 \omega_D,$$

$$w_3 = +1,2225 \xi + \frac{l_3}{2} (\varphi_{J1}^* - \vartheta_{31}^*) \omega_D = 1,2225 \xi + 0,6800 \omega_D,$$

$$w_4 = +1,2225 \xi' - l_4 (\varphi_{J1}^* \omega'_\tau + \vartheta_{41}^* \omega''_D) = 1,2225 \xi' - 0,1720 \omega'_\tau - 1,2225 \omega''_D,$$

$$w_5 = \varphi_{B1}^* z = -\frac{\varphi_{J1}^*}{2} z = -0,0172 z.$$

c) Einflußlinie $M_J^{(3)}$. $M_J^{(3)} = M_{J0}^{(3)} + \frac{3}{l_3} (\varphi_J - \vartheta_3) = M_{J0}^{(3)} + M_{J*}^{(3)}$.

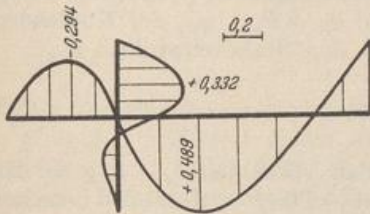
Im Bereich des Stabes (3) ist $M_{J0}^{(3)} = -l_3/2 \cdot \omega_D$, im Bereich der übrigen Stäbe Null. Der zweite Anteil $M_{J*}^{(3)}$, die mit $3/l_3$ erweiterte Differenz der Einflußlinien φ_J und ϑ_3 , wird als Biegelinie infolge des Momentes $3/l_3$ am Knoten J und des Kräftepaars $-3/l_3$ am Stabe (3) aufgezeichnet (Abb. 312c). Für diese Belastung ist

$$a_{J0} = \frac{3}{l_3} = +0,7500, \quad a_{10} = \left(-1 \frac{l_4}{l_2}\right) \left(-\frac{3}{l_2}\right) = +0,9375,$$

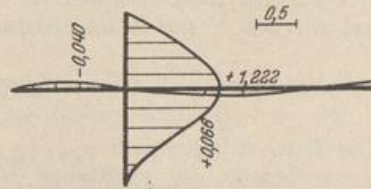
$$-\varphi_{J,J3}^* = a_{J0} \beta_{JJ} + a_{10} \beta_{J1} = -0,2235,$$

$$-\psi_{1,J3}^* = a_{J0} \beta_{1J} + a_{10} \beta_{11} = -0,2550,$$

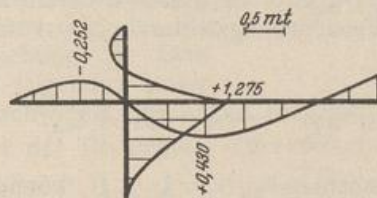
$$\vartheta_{1,J3}^* = \vartheta_{2,J3}^* = 0, \quad \vartheta_{3,J3}^* = \vartheta_{31} \psi_{1,J3}^* = -0,3188, \quad \vartheta_{4,J3}^* = +0,2550.$$



a) Einflußlinie φ_J .



b) Einflußlinie ψ_1 .



c) Einflußlinie $M_J^{(3)}$.

Abb. 312.

Waagerechte Verschiebung des Knotens J : $u_{J,J3}^* = l_4 \vartheta_{4,J3}^* = +1,2750$,

Stab 1: $M_J^{(3)} = -\frac{l_1}{2} \varphi_{J,J3}^* \omega_D = -0,6708 \omega_D$,

Stab 2: $M_J^{(3)} = +\frac{l_2}{2} \varphi_{J,J3}^* \omega_D = +1,1175 \omega_D$,

Stab 3: $M_J^{(3)} = -\frac{l_3}{2} \omega_D + u_{J,J3}^* \xi + \frac{l_3}{2} (\varphi_{J,J3}^* - \vartheta_{3,J3}^*) \omega_D = 1,2750 \xi - 2,0630 \omega_D$,

Stab 4: $M_J^{(3)} = +u_{J,J3}^* \xi' - l_4 (\varphi_{J,J3}^* \omega'_\tau + \vartheta_{4,J3}^* \omega''_D) = 1,2750 \xi' - 1,1175 \omega'_\tau - 1,2750 \omega''_D$,

Stab 5: $M_J^{(3)} = +\varphi_{B,J3}^* z = -\frac{\varphi_{J,J3}^*}{2} z = -0,1117 z$.

Teilung der Matrix und geometrisch unbestimmtes Hauptsystem. Die unabhängigen Komponenten ψ_0 des Ansatzes sind bei ausgezeichneten Belastungen

oft klein, so daß die r Knotendrehwinkel φ_J zur Beschreibung des Verschiebungs- und Spannungszustandes ausreichen. Der Ansatz besteht dann nur aus den r statischen Bedingungen $\delta A_J = 0$ mit $\psi_c = 0$, deren Wurzeln an Stelle von φ_J mit φ_{J0} bezeichnet werden. Diese lassen sich, falls die nachträgliche Auflösung der $(r+f)$ Gleichungen des vollständigen Ansatzes notwendig oder erwünscht erscheint, mit $\psi_c = 0$ nach Abschn. 30 als Anfangswerte einer Iteration der Lösung des allgemeinen Ansatzes $\delta A_J = 0$, $\delta A_c = 0$ verwenden. Das Ergebnis φ_J , ψ_c ist dann in zwei Stufen gewonnen.

Die Lösung in zwei Stufen kann auch zur vollständigen algebraischen Rechenvorschrift ausgebildet werden. Dabei treten die f Summanden mit den unbekannt Komponenten ψ_c der vollständigen Gleichungen $\delta A_J = 0$ zunächst zu den Belastungsgliedern des Ansatzes,

$$\varphi_J a_{JJ} + \sum_K \varphi_K a_{JK} = -a_{J0} - \sum_1^f \psi_c a_{Jc}, \quad (551)$$

so daß die Wurzeln φ_J nach dem Superpositionsgesetz als linearer Ansatz angeschrieben werden können.

$$\varphi_J = \varphi_{J0} + \sum_1^f \varphi_{Jc} \psi_c. \quad (552)$$

Dabei ist φ_{J0} der Knotendrehwinkel aus den äußeren Ursachen (Belastung, Temperaturbewegung, Stützenbewegung mit $\psi_c = 0$ und $\vartheta_h = \vartheta_{h0}$), φ_{Jc} der Knotendrehwinkel für den Verschiebungszustand $\psi_c = 1$ mit den Stabdrehwinkeln ϑ_{hc} .

$$\vartheta_h = \vartheta_{h0} + \sum_1^f \vartheta_{hc} \psi_c. \quad (553)$$

Die Knotendrehwinkel φ_{J0} , φ_{Jc} werden aus den Vorzahlen β_{JJ} , β_{JK} der konjugierten Matrix der statischen Bedingungen $\delta A_J = 0$ ($J = A \dots N$) berechnet, die oft in regelmäßiger Gliederung drei und fünf Unbekannte enthalten und nach Abschn. 29 gelöst werden. Die äußeren Ursachen liefern Belastungsglieder a_{J0} , der geometrisch bestimmte Verschiebungszustand $\psi_c = 1$ der Knotenkette die Belastungsglieder a_{Jc} .

$$-\varphi_{J0} = \sum_A^N \beta_{JH} a_{H0}, \quad -\varphi_{Jc} = \sum_A^N \beta_{JH} a_{Hc}; \quad c = 1 \dots f. \quad (554)$$

Die unbekannt Komponenten ψ_c ($c = 1 \dots f$) können unabhängig von den Knotendrehwinkeln aus den f Gleichungen $\delta A_c = 0$ der zweiten Stufe berechnet werden. Die statische Bedingung für die zwangläufige Kette Γ_b erhält dabei nach Einführung von (552) folgende Form:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{J=A}^N \varphi_J a_{bJ} + \sum_{c=1}^f \psi_c a_{bc} + a_{b0} &= 0; \quad b = 1 \dots f. \\ \sum_1^f \psi_c (a_{bc} + \sum_A^N \varphi_{Jc} a_{bJ}) + (a_{b0} + \sum_A^N a_{bJ} \varphi_{J0}) &= 0, \\ \sum \psi_c a_{bc}^{(r)} + a_{b0}^{(r)} &= \delta A_b^{(r)} = 0, \\ r &= \text{Anzahl der Knoten } A \dots N. \end{aligned} \right\} \quad (555)$$

Die algebraische Auflösung des Ansatzes $\delta A_J = 0$, $\delta A_c = 0$ in zwei Stufen bedeutet mechanisch die Berechnung der Komponenten ψ_c in einem geometrisch r fach unbestimmten Hauptsystem, dessen Komponenten φ_{J0} , φ_{Jc} mit den zugeordneten Anschlußkräften $M_{J0}^{(r)}$, $M_{Jc}^{(r)}$ bekannt sind. Die Belastungszahlen $\bar{u}_{b0}^{(r)}$

sind der Ausdruck für die virtuelle Arbeit der Belastung \mathfrak{P} und der Anschlußkräfte $M_{J_0}^{(a,r)}$ des geometrisch unbestimmten Hauptsystems aus allen äußeren Ursachen ($\mathfrak{P}, t, \Delta t$) an einer mit $\psi_b = 1$ angetriebenen Kette Γ_b . Die Vorzahlen $a_{b_c}^{(r)}$ sind der Ausdruck für die virtuelle Arbeit der Anschlußkräfte $M_{J_c}^{(a,r)}$ des geometrisch unbestimmten Hauptsystems aus $\psi_c = 1$ an einer mit $\psi_b = 1$ angetriebenen Kette Γ_b . Die Knoten- und Stabdrehwinkel φ_J, ϑ_h ergeben sich aus ψ_c durch Superposition nach (552), (553).

Rahmenstellung mit waagerechtem Riegel und senkrechten Pfosten.

Die Pfosten des Riegels zweigen je nach der Verwendung des Tragwerks nach einer oder auch nach beiden Seiten ab. Die Enden sind frei drehbar gelagert oder starr eingespannt. Die Rahmenstellung mit horizontaler Abstützung des Riegels wird als durchgehender Träger mit elastisch drehbaren Pfosten bezeichnet.

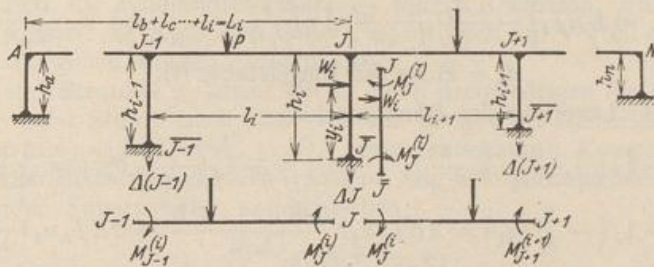


Abb. 313

Der Verschiebungszustand der Rahmenstellung ist durch r Knotendrehwinkel φ_J ($J = A \dots N$) und durch eine unabhängige Komponente $\psi_c = \psi_1$ der Stabkette bestimmt (Abb. 313). Hierfür kann einer der Pfostendrehwinkel oder die horizontale Verschiebung des Riegels gewählt werden. Bei Symmetrie des Tragwerks ist ψ_1 der Drehwinkel des mittleren Pfostens oder die waagerechte Verschiebung des Symmetriepunktes. In der folgenden Untersuchung wird der Stabdrehwinkel des linken Endpfostens h_a als ψ_1 angenommen (Abb. 314). Demnach ist der Drehwinkel einer Zwischenstütze (i)

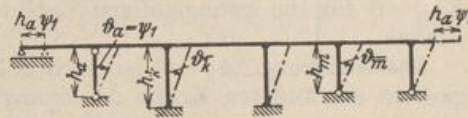


Abb. 314.

$$\vartheta_i = \vartheta_{i0} + \psi_1 \frac{h_a}{h_i}$$

Die Stabdrehwinkel ϑ_{h1} der Riegelstäbe sind bei senkrechten Pfosten Null.

Zur Berechnung der $(r + 1)$ unbekannt Komponenten φ_J, ψ_1 werden r statische Bedingungen $\delta A_J = 0$ ($J = A \dots N$) und eine statische Bedingung $\delta A_1 = 0$ nach S. 320 verwendet. Jede mittlere Bedingungsgleichung $\delta A_J = 0$ verknüpft drei Knotendrehwinkel $\varphi_{J-1}, \varphi_J, \varphi_{J+1}$ mit ψ_1 . Sie ist der Ausdruck für die virtuelle Arbeit der äußeren Kräfte eines mit $\varphi_J = 1$ angetriebenen zwangläufigen Gebildes Γ_J .

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{J-1} a_{J(J-1)} + \varphi_J a_{JJ} + \varphi_{J+1} a_{J(J+1)} + a_{J1} \psi_1 + a_{J\otimes} &= 0, \\ a_{J\otimes} &= a_{J0} + a_{Jt} + a_{J\Delta t} + a_{Js}. \end{aligned} \right\} \quad (556)$$

Das absolute Glied $a_{J\otimes}$ des Ansatzes ist die virtuelle Arbeit der Anschlußkräfte des geometrisch bestimmten Systems aus dessen Belastung \mathfrak{P} , der gleichförmigen und ungleichförmigen Temperaturänderung $t, \Delta t$ der Stäbe und aus den Stützenverschiebungen Δ_J . Die Vorzahlen und Belastungszahlen werden nach (533) ff. entwickelt und für konstanten Querschnitt im Bereiche jedes Stabes angegeben.

Beyer, Baustatik, 2. Aufl., 2. Neudruck.

a) Starre Einspannung der Pfostenenden (Abb. 313).

$$\left. \begin{aligned}
 a_{J(J-1)} &= -\dot{i}_J \frac{2}{l'_i}, & a_{JJ} &= -\dot{i}_J \left(\frac{4}{l'_i} + \frac{4}{h'_i} + \frac{4}{l'_{i+1}} \right), & a_{J(J+1)} &= -\dot{i}_J \frac{2}{l'_{i+1}}, \\
 a_J &= -\dot{i}_J \left(-\frac{6}{h'_i} \vartheta_{i1} \right) = \frac{6}{h'_i} \frac{h_a}{h_i}, \\
 a_{J0} &= -\dot{i}_J (M_{J0}^{(j)} + M_{J0}^{(j)} + M_{J0}^{(j+1)}), & a_{JAt} &= E \alpha_t \Delta t \left(\frac{1}{d_i} J_i - \frac{1}{d_{i+1}} J_{i+1} \right), \\
 a_{Jt} &= -\dot{i}_J \left(-\frac{6}{h'_i} \vartheta_{it} \right) = 6 E J_c \alpha_t t \frac{l_b + l_c \dots + l_i}{h_i h'_i} = 6 E J_c \alpha_t t \frac{L_i}{h_i h'_i}, \\
 a_{Js} &= -\dot{i}_J \left(-\frac{6}{l'_i} \vartheta_{is} - \frac{6}{l'_{i+1}} \vartheta_{(i+1)s} \right) \\
 &= 6 E J_c \left[-\frac{\Delta_{J-1}}{l_i l'_i} + \Delta_J \left(\frac{1}{l_i l'_i} - \frac{1}{l_{i+1} l'_{i+1}} \right) + \frac{\Delta_{J+1}}{l_{i+1} l'_{i+1}} \right].
 \end{aligned} \right\} (557a)$$

$d_i = \text{Höhe des Riegelstabes } (i).$

b) Gelenkige Lagerung der Pfostenenden.

$$\left. \begin{aligned}
 a_{JJ} &= -\dot{i}_J \left(\frac{4}{l'_i} + \frac{3}{h'_i} + \frac{4}{l'_{i+1}} \right), & a_{J1} &= -\dot{i}_J \left(-\frac{3}{h'_i} \vartheta_{i1} \right) = \frac{3}{h'_i} \frac{h_a}{h_i}, \\
 a_{Jt} &= -\dot{i}_J \left(-\frac{3}{h'_i} \vartheta_{it} \right) = 3 E J_c \alpha_t t \frac{l_b + l_c \dots + l_i}{h_i h'_i} = 3 E J_c \alpha_t t \frac{L_i}{h_i h'_i}.
 \end{aligned} \right\} (557b)$$

Die übrigen Angaben bleiben unverändert.

Die Anschlußkräfte $M_{J0}^{(j)}$, $M_{J0}^{(j)}$, $M_{J0}^{(j+1)}$ des beiderseits eingespannten Stabes werden aus der Tabelle 25, die Schnittkraft $M_{J0}^{(j)}$ des Pfostens (i) bei frei drehbarer Lagerung des Fußes aus Tabelle 26 entnommen. Die Bedingungsgleichungen $\delta A_A = 0$, $\delta A_N = 0$ für die zwangsläufigen Gebilde Γ_A , Γ_N enthalten nur zwei Knotendrehwinkel.

Die Gleichung $\delta A_1 = 0$ ist nach S. 320 die statische Bedingung für das Gleichgewicht der äußeren Kräfte der zwangsläufigen Kette Γ_1 mit $\dot{\varphi}_J = 0$, $\dot{\psi}_1 \neq 0$. Die Winkelgeschwindigkeiten der Pfosten sind $\dot{\psi}_1 = 1$, $v_{i1} = \dot{i} h_a / h_i$, diejenigen der Riegelstäbe Null. Diese bewegen sich parallel mit der waagerechten Geschwindigkeit $\dot{i} h_a$. Die Bedingungsgleichung $\delta A_1 = 0$ enthält alle unabhängigen Komponenten des Verschiebungszustandes.

$$\delta A_1 = \sum_A^N \varphi_J a_{1J} + \psi_1 a_{11} + a_{1\otimes} = 0. \quad (558)$$

Die virtuellen Arbeiten a_{1J} , a_{11} , $a_{1\otimes}$ entstehen bei der Bewegung der zwangsläufigen Kette $\dot{\psi}_1 = 1$ durch die Anschlußkräfte des Stabwerks infolge von $\varphi_J = 1$, $\psi_1 = 1$ oder der äußeren Ursachen (Belastung, Temperaturänderung, Stützenverschiebungen).

$$a_{1\otimes} = a_{10} + a_{1t} + a_{1At} + a_{1s}. \quad (559)$$

Die Summe der Anschlußmomente eines Pfostens i aus $\psi_c = 1$ ist bei starrer Einspannung $M_1^{(j)} = -12 h_a / h_i h'_i$, bei frei drehbarer Lagerung $M_1^{(j)} = -3 h_a / h_i h'_i$, so daß bei konstantem Querschnitt des einzelnen Stabes folgende Angaben verwendet werden:

a) Starre Einspannung der Pfostenenden:

$$\left. \begin{aligned}
 a_{1J} = a_{J1} &= \frac{6 h_a}{h_i h'_i}, & a_{11} &= -12 \sum_a^n \frac{h_a^2}{h_i^2 h'_i}, \\
 a_{1\otimes} &= \sum (W_i y_i + M_0^{(j)} + M_{At}^{(j)}) \frac{h_a}{h_i} - \sum E J_c \frac{12 \alpha_t t L_i}{h_i} \frac{h_a}{h_i}.
 \end{aligned} \right\} (560a)$$

b) Frei drehbare Auflagerung der Pfostenenden:

$$\left. \begin{aligned} a_{1J} = a_{J1} &= \frac{3h_a}{h_i h_i'}, & a_{11} &= -3 \sum_a^n \frac{h_a^2}{h_i^2 h_i'} \\ a_{1\otimes} &= \sum (W_i \gamma_i + M_{J0}^{\bar{0}} + M_{J\Delta i}^{\bar{0}}) \frac{h_a}{h_i} - \sum EJ_c \frac{3}{h_i'} \frac{\alpha_i t L_i}{h_i} \frac{h_a}{h_i}. \end{aligned} \right\} \quad (560b)$$

Die $(r + 1)$ Gleichungen (556) und (558) mit drei, vier und allen $(r + 1)$ unbekannt Komponenten werden nach dem Gaußschen Algorithmus aufgelöst. Dabei wird zunächst die konjugierte Matrix β_{JK} gebildet und jede Unbekannte φ_J, ψ_1 nach (542) durch Superposition der Belastungszahlen $a_{J\otimes}, a_{1\otimes}$ erhalten. Die Vorwärtselimination des Ansatzes liefert unter Einbeziehung der Belastungszahlen ψ_1 aus $a_{1\otimes}^{(r)}$ und die Knotendrehwinkel φ_J durch Rekursion. Für einzelne Belastungsfälle können die Komponenten φ_J, ψ_1 oft auch mit Vorteil durch Iteration der Lösung angegeben werden (Abschn. 30).

Die Knotendrehwinkel φ_J allein bilden einen dreigliedrigen Ansatz, so daß die Auflösung in zwei Stufen nach (552) Vorteile verspricht. Die erste Stufe enthält r Gleichungen $\delta A_J = 0$ ($J = A \dots N$), deren unbekannt Komponente ψ_1 nach S. 336 unter den Belastungsgliedern erscheint. Die Knotendrehwinkel werden daher in der folgenden Superposition angeschrieben:

$$\varphi_J = \varphi_{J\otimes} + \varphi_{J1} \psi_1. \quad (561)$$

$\varphi_{J\otimes}$ ist der Anteil aus den äußeren Ursachen bei $\psi_1 = 0$, φ_{J1} der Anteil aus dem vorgeschriebenen Betrag $\psi_1 = 1$.

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{(J-1)\otimes} a_{J(J-1)} + \varphi_{J\otimes} a_{JJ} + \varphi_{(J+1)\otimes} a_{J(J+1)} + a_{J\otimes} &= 0, \\ \varphi_{(J-1)1} a_{J(J-1)} + \varphi_{J1} a_{JJ} + \varphi_{(J+1)1} a_{J(J+1)} + a_{J1} &= 0, \\ J &= A \dots N. \end{aligned} \right\} \quad (562)$$

Die zweite Stufe der Lösung besteht aus der Gleichung

$$\left. \begin{aligned} \delta A_1 &= \sum_A^N \varphi_J a_{1J} + \psi_1 a_{11} + a_{1\otimes} = 0 \\ \text{oder mit (561)} & \\ \psi_1 (a_{11} + \sum_A^N \varphi_{J1} a_{1J}) + (a_{1\otimes} + \sum_A^N \varphi_{J\otimes} a_{1J}) &= 0, \\ \psi_1 a_{11}^{(r)} + a_{1\otimes}^{(r)} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (563)$$

Die Vorzahlen bedeuten die virtuellen Arbeiten der Belastung des Stabwerks und der Anschlußmomente

$$[M_{J\otimes}^{\bar{0}} + 4/h_i' \cdot \varphi_{J\otimes}], \quad [M_{J\otimes}^{\bar{0}} + 2/h_i' \cdot \varphi_{J\otimes}], \quad [M_{J\otimes}^{\bar{0}} + 2/l_i' \cdot (\varphi_{(J-1)\otimes} + 2\varphi_{J\otimes})]$$

eines r fach geometrisch unbestimmten Hauptsystems beim Antrieb der zwangläufigen Kette Γ_1 mit $\psi_1 = 1$.

a) Starre Einspannung der Pfostenenden.

$$\left. \begin{aligned} a_{11}^{(r)} &= -6 \sum_a^n \frac{h_a}{h_i h_i'} \left(2 \frac{h_a}{h_i} - \varphi_{J1} \right), & \vartheta_{it} &= \frac{EJ_c}{h_i} \alpha_i t L_i, \\ a_{1\otimes}^{(r)} &= \sum_a^n W_i \gamma_i \frac{h_a}{h_i} + \sum_a^n \left(M_0^{\bar{0}} + M_{\Delta i}^{\bar{0}} + \frac{6}{h_i'} \varphi_{J\otimes} - \frac{12}{h_i'} \vartheta_{it} \right) \frac{h_a}{h_i}. \end{aligned} \right\} \quad (564)$$

22*

b) Frei drehbare Lagerung der Pfostenenden.

$$\left. \begin{aligned} a_{11}^{(r)} &= -3 \sum_a^n \frac{h_a}{h_i h_i'} \left(\frac{h_a}{h_i} - \varphi_{J1} \right), & \vartheta_{it} &= \frac{E J_c}{h_i} \alpha_t t L_i, \\ a_{1\otimes}^{(r)} &= \sum_a^n W_i \gamma_i \frac{h_a}{h_i} + \sum_a^n \left(M_{J0}^{(\bar{i})} + M_{JA}^{(\bar{i})} + \frac{3}{h_i'} \varphi_{J\otimes} - \frac{3}{h_i'} \vartheta_{it} \right) \frac{h_a}{h_i}, \end{aligned} \right\} \quad (565)$$

$$\psi_1 = -\frac{a_{10}^{(r)}}{a_{11}^{(r)}}, \quad (566)$$

$$\varphi_J = \varphi_{J\otimes} + \psi_1 \varphi_{J1}, \quad \vartheta_h = \vartheta_{h\otimes} + \psi_1 \vartheta_{h1}. \quad (567)$$

Anschlußmomente des Riegelstabes (i):

$$M_{(J-1)}^{(i)} = M_{(J-1)0}^{(i)} + \frac{2}{l_i'} (2\varphi_{J-1} + \varphi_J), \quad M_J^{(i)} = M_{J0}^{(i)} + \frac{2}{l_i'} (\varphi_{J-1} + 2\varphi_J). \quad (568)$$

Anschlußmomente des Pfostens (\bar{i}) bei starrer Einspannung in \bar{J} :

$$M_J^{(\bar{i})} = M_{J0}^{(\bar{i})} + \frac{2}{h_i'} (2\varphi_J - 3\vartheta_{\bar{i}}), \quad M_{\bar{J}}^{(\bar{i})} = M_{\bar{J}0}^{(\bar{i})} + \frac{2}{h_i'} (\varphi_J - 3\vartheta_{\bar{i}}). \quad (569)$$

Anschlußmoment des Pfostens bei frei drehbarer Lagerung von \bar{J} :

$$M_J^{(\bar{i})} = M_{J0}^{(\bar{i})} + \frac{3}{h_i'} (\varphi_J - \vartheta_{\bar{i}}), \quad M_{\bar{J}}^{(\bar{i})} = 0. \quad (570)$$

Einflußlinien. Die Einflußlinie von φ_J ist nach S. 331 die Biegelinie $w_{m,J}^*$ des Riegels aus einem Kräftepaar $M_J = 1_J$ mit am Knoten J . Sie hat für die statische Untersuchung des Tragwerks keine wesentliche Bedeutung.

Die Einflußlinie ψ_1 ist nach S. 331 die Biegelinie $w_{m,a}^*$ des Riegels aus dem Kräftepaar $M_a = 1_a$ mit am Pfosten h_a . Sie wird mit $\psi_{1,a}^*$ und den Knotendrehwinkeln $\varphi_{J,a}^*$ aufgezeichnet. Dies sind die Wurzeln des Ansatzes (556), (558) mit $a_{J0} = 0$ ($J = A \dots N$), $a_{10} = 1$. Sie werden in zwei Stufen berechnet. Die erste enthält allein die r Gleichungen $\delta A_J = 0$ mit den Wurzeln $\varphi_{J0,a}^*$ oder φ_{J1} . Mit $a_{J0,a} = 0$ sind alle Wurzeln $\varphi_{J0,a}^*$ ebenfalls Null. Die Wurzeln φ_{J1} werden ebenso wie auf S. 339 für $\psi_1 = 1$ berechnet. Die zweite Stufe besteht allein aus der Gleichung $\delta A_1 = 0$ mit

$$\begin{aligned} \psi_{1,a}^* a_{11}^{(r)} + a_{10,a}^{(r)} &= 0, & a_{10,a}^{(r)} &= a_{10,a} = 1_a \text{ und } \psi_{1,a}^* = -1/a_{11}^{(r)}, & (571) \\ \varphi_{J,a}^* &= \psi_{1,a}^* \varphi_{J1}, & \vartheta_{h,a}^* &= \vartheta_{h0} + \psi_{1,a}^* \vartheta_{h1}. \end{aligned}$$

Die Stabdrehwinkel der Riegel sind Null. Die Gleichung der Biegelinie des Abschnitts $l_h \equiv (H-1)$, H kann daher für die Belastung $M_a = 1_a$ am Pfosten h_a folgendermaßen nach (546) angeschrieben werden:

$$w_{m,a}^* = l_h (\varphi_{(H-1),a}^* \omega'_t - \varphi_{H,a}^* \omega_t) = \psi_{1m}. \quad (572)$$

Die Einflußlinien der Anschlußmomente $M_J^{(i)}$ der Träger l_i werden aus (568) entwickelt.

$$M_J^{(i)} = M_{J0}^{(i)} + \frac{2}{l_i'} (2\varphi_J + \varphi_{J-1}) = M_{J0}^{(i)} + M_{J*}^{(i)}. \quad (573)$$

Der Anteil $M_{J0}^{(i)}$ des beiderseits starr eingespannten Stabes ist nur im Bereich des Abschnitts $(J-1)$, $J \equiv l_i$ des Riegels vorhanden und durch Tabelle 25 bestimmt. Der Anteil $M_{J*}^{(i)}$ wird als Biegelinie des Riegels für die Belastung (J) mit $M_J = 4/l_i'$, $M_{J-1} = 2/l_i'$ aufgezeichnet. Er ist in jedem Abschnitt $(H-1)$, $H \equiv l_h$ des Riegels vorhanden und durch die Knotendrehwinkel $\varphi_{(H-1),J}^*$, $\varphi_{H,J}^*$ des Stabwerks bestimmt. Sie werden bei einstufiger Lösung des Ansatzes (556), (558) mit den Gliedern der konjugierten Matrix angeschrieben und bei zweistufiger Lösung nach S. 336 berechnet.

Die Einflußlinien der Anschlußmomente $M_J^{(i)}$ lassen sich auf Grund einer Zerlegung des Anteils $M_{J*}^{(i)}$ nach (552) oft noch einfacher angeben.

$$M_J^{(i)} = M_{J_0}^{(i)} + \frac{2}{l_i} (2\varphi_{J_0} + \varphi_{(J-1)0}) + \frac{2}{l_i} (2\varphi_{J1} + \varphi_{(J-1)1}) \psi_1. \quad (574)$$

Für $\psi_1 = 0$ ist

$$M_{J_0,*}^{(i)} = M_{J_0}^{(i)} + \frac{2}{l_i} (2\varphi_{J_0} + \varphi_{(J-1)0}) \quad (575)$$

das Anschlußmoment des durchgehenden Trägers mit elastisch drehbaren Stützen, dessen Einflußlinien auch in anderer Weise bestimmt werden können (S. 240). Die Ordinaten der Einflußlinie des zweiten Anteils von $M_J^{(i)}$ sind ein Vielfaches der Ordinaten der Einflußlinie von ψ_1 , die Vorzahl von ψ_1 ist das Anschlußmoment $M_{J_1}^{(i)}$ für $\psi_1 = 1$. Es ist nach (568) mit $\varphi_{J1}, \varphi_{(J-1)1}$, oft aber auch durch andere Rechnungen bekannt.

Die Einflußlinie $M_{J_0,*}^{(i)}$ kann selbstverständlich aber ebenso wie die Einflußlinie von $M_J^{(i)}$ auf S. 333 als Biegelinie einer ausgezeichneten Belastung (J_i) mit $M_J = 4/l_i, M_{J-1} = 2/l_i$ aufgetragen werden. Sie betrifft hier jedoch die Riegel $(H-1), \bar{H} \equiv l_h$ des geometrisch unbestimmten Hauptsystems ($\psi_1 = 0$). Die Belastung (J_i) erzeugt die Knotendrehwinkel $\varphi_{(H-1),J_i}^{**}, \varphi_{H,J_i}^{**}$, die unmittelbar mit den Vorzahlen der konjugierten Matrix der ersten Stufe des Ansatzes $\delta A_J = 0, \psi_1 = 0$ angeschrieben werden können.

$$\left. \begin{aligned} -\varphi_{(H-1),J_i}^{**} &= \frac{2}{l_i} (\beta_{(H-1)(J-1)} + 2\beta_{(H-1)J}^2), \\ -\varphi_{H,J_i}^{**} &= \frac{2}{l_i} (\beta_{H(J-1)} + 2\beta_{HJ}). \end{aligned} \right\} \quad (576)$$

Die Gleichung der Einflußlinie $M_{J_0,*}^{(i)}$ lautet darnach im Bereich l_h folgendermaßen:

$$M_{J_0,*}^{(i)} = l_h (\varphi_{(H-1),J_i}^{**} \omega_i - \varphi_{H,J_i}^{**} \omega_i). \quad (577)$$

Durchgehender Rahmen mit verschiedener Lagerung der Pfosten.

1. Geometrische Grundlagen.

Stablängen und Trägheitsmomente siehe Abb. 315.

Alle Größen beziehen sich auf die Einheiten t und m.

Reduzierte Stablängen ($J_c = 0,138 \text{ m}^4$):

$$\begin{aligned} l'_a &= 24,0, & l'_b &= 24,0, & l'_c &= 24,0, & l'_d &= 49,68, & l'_e &= 33,12, \\ h'_a &= 48,14, & h'_b &= 48,14, & h'_c &= 150,54, & h'_d &= 150,54. \end{aligned}$$

2. Überzählige Größen und statische Bedingungen.

$$\begin{aligned} a_{AA} &= -\left(\frac{3}{l'_a} + \frac{4}{h'_a} + \frac{4}{l'_b}\right) = -0,374758, & a_{AB} &= -\frac{2}{l'_b} = -0,083333, \\ a_{A1} &= \frac{6}{h'_a} = +0,124636, & a_{BB} &= -\left(\frac{4}{l'_b} + \frac{4}{h'_b} + \frac{4}{l'_c}\right) = -0,416424, \\ a_{B0} &= -\frac{2}{l'_c} = -0,083333, & a_{B1} &= \frac{6}{h'_b} \frac{h'_a}{h'_b} = +0,124636, \\ a_{00} &= -\left(\frac{4}{l'_c} + \frac{3}{h'_c} + \frac{4}{l'_d}\right) = -0,267110, & a_{0D} &= -\frac{2}{l'_d} = -0,040258, \\ a_{01} &= \frac{3}{h'_c} \frac{h'_a}{h'_c} = +0,049821, & a_{DD} &= -\left(\frac{4}{l'_d} + \frac{3}{h'_d} + \frac{3}{l'_e}\right) = -0,191023, \\ a_{D1} &= \frac{3}{h'_d} \frac{h'_a}{h'_d} = +0,049821, \\ a_{11} &= -12\left(\frac{1}{h'_a} + \frac{h'_a}{h'_b h'_b}\right) - 3\left(\frac{h'_a}{h'_c h'_c} + \frac{h'_a}{h'_d h'_d}\right) = -0,747649. \end{aligned}$$

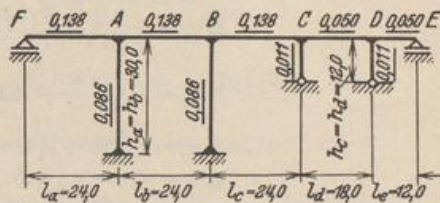


Abb. 315. Die unterstrichenen Zahlen geben die Trägheitsmomente an.

Matrix der statischen Bedingungen.

	φ_A	φ_B	φ_C	φ_D	ψ_1
A	-0,374758	-0,083333			+0,124636
B	-0,083333	-0,416424	-0,083333		+0,124636
C		-0,083333	-0,267110	-0,040258	+0,049821
D			-0,040258	-0,191023	+0,049821
I	+0,124636	+0,124636	+0,049821	+0,049821	-0,747649

A. Berechnung mit dem Gaußschen Algorithmus (Abschn. 29).

3. Vorzahlen β_{JK}

	a_{A0}	a_{B0}	a_{C0}	a_{D0}	a_{10}
φ_A	-2,920756	+0,503428	-0,226407	-0,062405	-0,422223
φ_B	+0,503428	-2,772280	+0,841600	-0,266009	-0,339870
φ_C	-0,226407	+0,841600	-4,155719	+0,845025	-0,118059
φ_D	-0,062405	-0,266009	+0,845025	-5,508394	-0,365497
ψ_1	-0,422223	-0,339870	-0,118059	-0,365497	-1,496793

4. Belastung der Felder (a) und (b) durch $p = 4$ t/m. (Abb. 316a).

$$M_{A0}^{(a)} = + \frac{p l_a^2}{8} = \frac{4 \cdot 24^2}{8} = 288, \quad M_{A0}^{(b)} = - \frac{p l_b^2}{12} = - \frac{4 \cdot 24^2}{12} = -192,$$

$$M_{B0}^{(b)} = + \frac{p l_b^2}{12} = +192 \text{ mt.}$$

$$a_{A0} = -(288 - 192) = -96, \quad a_{B0} = -(+192) = -192,$$

$$a_{C0} = a_{D0} = a_{10} = 0.$$

Berechnung der überzähligen Größen nach (542):

$$\varphi_A = -183,734, \quad \varphi_C = +139,852, \quad \psi_1 = -105,788,$$

$$\varphi_B = -483,949, \quad \varphi_D = -57,065,$$

$$\vartheta_a = \vartheta_b = \psi_1 = -105,788, \quad \vartheta_c = \vartheta_d = \frac{h_a}{h_c} \psi_1 = -264,470.$$

$$\begin{aligned} M_A^{(\bar{a})} &= \frac{2}{h'_a} (\varphi_A - 3 \vartheta_a) = + 5,552 \text{ mt}, & M_B^{(\bar{b})} &= \frac{2}{h'_b} (\varphi_B - 3 \vartheta_b) = - 6,921 \text{ mt.} \\ M_A^{(a)} &= M_{A0}^{(a)} + \frac{3}{l'_a} \varphi_A = + 265,033 \text{ mt}, & M_C^{(c)} &= \frac{2}{l'_c} (2 \varphi_C + \varphi_B) = - 17,020 \text{ mt}, \\ M_A^{(\bar{a})} &= \frac{2}{h'_a} (2 \varphi_A - 3 \vartheta_a) = - 2,082 \text{ mt}, & M_C^{(\bar{c})} &= \frac{3}{h'_c} (\varphi_C - \vartheta_c) = + 8,057 \text{ mt}, \\ M_A^{(b)} &= M_{A0}^{(b)} + \frac{2}{l'_b} (2 \varphi_A + \varphi_B) = - 262,951 \text{ mt}, & M_D^{(d)} &= \frac{2}{l'_d} (2 \varphi_C + \varphi_D) = + 8,963 \text{ mt}, \\ M_B^{(b)} &= M_{B0}^{(b)} + \frac{2}{l'_b} (2 \varphi_B + \varphi_A) = + 96,031 \text{ mt}, & M_D^{(d)} &= \frac{2}{l'_d} (2 \varphi_D + \varphi_C) = + 1,036 \text{ mt}, \\ M_B^{(\bar{b})} &= \frac{2}{h'_b} (2 \varphi_B - 3 \vartheta_b) = - 27,027 \text{ mt}, & M_D^{(\bar{d})} &= \frac{3}{h'_d} (\varphi_D - \vartheta_d) = + 4,133 \text{ mt}, \\ M_B^{(c)} &= \frac{2}{l'_c} (2 \varphi_B + \varphi_C) = - 69,004 \text{ mt}, & M_D^{(e)} &= \frac{3}{l'_c} \varphi_D = - 5,169 \text{ mt.} \end{aligned}$$

5. Temperaturerhöhung des Riegels um $t = 15^\circ$ (Abb. 316 b).

$$E J_c \alpha_t t = 2100000 \cdot 0,138 \cdot 10^{-5} \cdot 15 = 43,4700,$$

$$\vartheta_{at} = 0, \quad \vartheta_{bt} = E J_c \alpha_t t \frac{L_b}{h_b} = 43,47 \frac{24,0}{30,0} = 34,776,$$

$$\vartheta_{ct} = E J_c \alpha_t t \frac{L_c}{h_c} = 43,47 \frac{48,0}{12,0} = 173,880, \quad \vartheta_{dt} = E J_c \alpha_t t \frac{L_d}{h_d} = 43,47 \frac{66,0}{12,0} = 239,085,$$

$$a_{At} = 0; \quad a_{Bt} = 6 E J_c \alpha_t t \frac{L_b}{h_b h'_b} = +4,33436,$$

$$a_{Ot} = 3 E J_c \alpha_t t \frac{L_c}{h_c h'_c} = +3,46513, \quad a_{Dt} = 3 E J_c \alpha_t t \frac{L_d}{h_d h'_d} = +4,76455,$$

$$a_{1t} = -E J_c \alpha_t t \left(\frac{12 L_b h_a}{h'_b h_b^2} + \frac{3 L_c h_a}{h'_c h_c^2} + \frac{3 L_d h_a}{h'_d h_d^2} \right) = -29,2429.$$

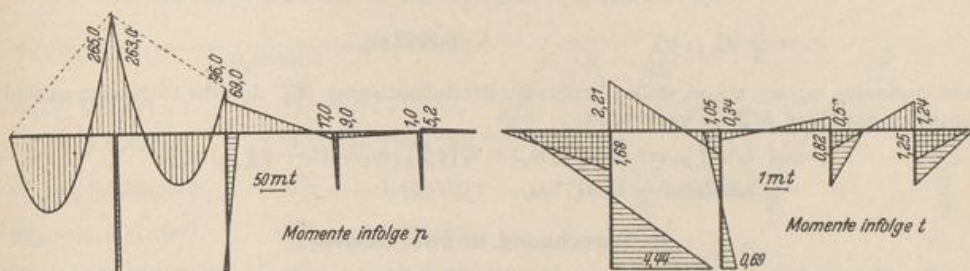


Abb. 316 a und b.

Berechnung der überzähligen Größen nach (542):

$$\varphi_A = -13,4472, \quad \varphi_O = +3,2738, \quad \psi_1 = -40,1469,$$

$$\varphi_B = +0,4284, \quad \varphi_D = +13,7817.$$

$$\vartheta_{\bar{a}} = \vartheta_{at} + \psi_1 = -40,147, \quad \vartheta_{\bar{c}} = \vartheta_{ct} + \psi_1 \frac{h_a}{h_c} = +73,513,$$

$$\vartheta_{\bar{b}} = \vartheta_{bt} + \psi_1 = -5,371, \quad \vartheta_{\bar{d}} = \vartheta_{dt} + \psi_1 \frac{h_a}{h_d} = +138,718.$$

$$M_A^{(a)} = -1,681, \quad M_B^{(b)} = -1,049, \quad M_O^{(c)} = +0,581, \quad M_D^{(d)} = +1,241 \text{ mt},$$

$$M_A^{(a)} = +3,886, \quad M_B^{(b)} = +0,705, \quad M_O^{(c)} = -1,400, \quad M_D^{(d)} = -2,490 \text{ mt},$$

$$M_A^{(b)} = -2,206, \quad M_B^{(c)} = +0,344, \quad M_O^{(d)} = +0,818, \quad M_D^{(e)} = +1,248 \text{ mt},$$

$$M_A^{(a)} = +4,445 \text{ mt},$$

$$M_B^{(b)} = +0,687 \text{ mt}.$$

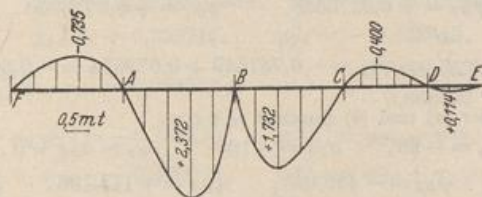


Abb. 317. Einflußlinie $M_B^{(b)}$.

6. Einflußlinie $M_B^{(b)}$ (Abb. 317).

$$M_B^{(b)} = M_{B0}^{(b)} + \frac{2}{l'_b} (2 \varphi_B + \varphi_A) = M_{B0}^{(b)} + M_{B*}^{(b)},$$

$$M_{B0}^{(b)} = l_b \omega_r \text{ im Bereich } (b), \text{ sonst ist } M_{B0}^{(b)} = 0.$$

$M_{B*}^{(b)}$ wird als Biegelinie zu der Belastung $M_B = 4/l'_b$, $M_A = 2/l'_b$ aufgezeichnet.

Belastungsglieder :

$$a_{A0} = \frac{2}{l'_b} = +0,083333, \quad a_{B0} = \frac{4}{l'_b} = +0,166667.$$

Berechnung der überzähligen Größen nach (542):

$$\varphi_{A,Bb}^* = +0,159491, \quad \varphi_{B,Bb}^* = +0,420095, \quad \varphi_{C,Bb}^* = -0,121400,$$

$$\varphi_{D,Bb}^* = +0,049535, \quad \psi_{1,Bb}^* = +0,091830.$$

$$w_a = -\frac{l_a}{2} \varphi_{A,Bb}^* \omega_D = -1,9139 \omega_D,$$

$$w_b = l_b (\varphi_{A,Bb}^* \omega'_t - \varphi_{B,Bb}^* \omega_t) = +3,8278 \omega'_t - 10,0823 \omega_t,$$

$$w_c = l_c (\varphi_{B,Bb}^* \omega'_t - \varphi_{C,Bb}^* \omega_t) = +10,0823 \omega'_t + 2,9136 \omega_t,$$

$$w_d = l_d (\varphi_{C,Bb}^* \omega'_t - \varphi_{D,Bb}^* \omega_t) = -2,1852 \omega'_t - 0,8916 \omega_t,$$

$$w_e = \frac{l_e}{2} \varphi_{D,Bb}^* \omega'_D = +0,2972 \omega'_D.$$

Die Ordinaten w_a, w_c, w_d, w_e stellen bereits die Einflußordinaten $M_B^{(b)}$ dar, die Ordinaten w_b sind noch um das Glied $M_{B0}^{(b)}$ zu vermehren:

$$l_b \omega_t + l_b (\varphi_{A,Bb}^* \omega'_t - \varphi_{B,Bb}^* \omega_t) = l_b [\varphi_{A,Bb}^* \omega'_t + (1 - \varphi_{B,Bb}^*) \omega_t]$$

$$= 3,8278 \omega'_t + 13,9177 \omega_t.$$

B. Berechnung in zwei Stufen.

Die Matrix der statischen Bedingungen für $\varphi_A \dots \varphi_D$ ist in dem allgemeinen Ansatz auf S. 342 enthalten.

3. Vorzahlen β_{JK} des dreigliedrigen Ansatzes für $\psi_1 = 0$ nach S. 230 ff.

	a_{A0}	a_{B0}	a_{C0}	a_{D0}
φ_A	-2,801651	+0,599297	-0,193102	+0,040696
φ_B	+0,599297	-2,695109	+0,868404	-0,183016
φ_C	-0,193102	+0,868404	-4,146405	+0,873853
φ_D	+0,040696	-0,183016	+0,873853	-5,419136

4. Knotendrehwinkel φ_{J1} .

Belastungsglieder: $a_{A1} = +0,124636, \quad a_{C1} = +0,049821,$
 $a_{B1} = +0,124636, \quad a_{D1} = +0,049821,$
 $\varphi_{A1} = +0,2820856, \quad \varphi_{B1} = +0,2270668, \quad \varphi_{C1} = +0,0788750, \quad \varphi_{D1} = +0,2441887,$

$$a_{11}^{(r)} = a_{11} + \sum_A^D \varphi_{J1} a_{1J} = -0,747649 + 0,079554 = -0,668095.$$

5. Belastung der Felder (a) und (b) durch $p = 4 \text{ t/m}$.

$$a_{A0} = -96, \quad a_{B0} = -192, \quad a_{C0} = a_{D0} = 0,$$

$$\varphi_{A0} = -153,893, \quad \varphi_{B0} = -459,928, \quad \varphi_{C0} = +148,196, \quad \varphi_{D0} = -31,232,$$

$$a_{10}^{(r)} = a_{10} + \sum_A^D \varphi_{J0} a_{1J} = 0 - 70,6769,$$

$$\psi_1 = -\frac{a_{10}^{(r)}}{a_{11}^{(r)}} = -\frac{-70,6769}{-0,668095} = -105,789,$$

$$\varphi_A = \varphi_{A0} + \psi_1 \varphi_{A1} = -183,735, \quad \varphi_C = \varphi_{C0} + \psi_1 \varphi_{C1} = +139,851,$$

$$\varphi_B = \varphi_{B0} + \psi_1 \varphi_{B1} = -483,947, \quad \varphi_D = \varphi_{D0} + \psi_1 \varphi_{D1} = -57,064.$$

Die Superposition verläuft wie bei A und unterbleibt daher.

6. Temperaturerhöhung des Riegels um 15° .

$$a_{A1} = 0, \quad a_{B1} = +4,33436, \quad a_{C1} = +3,46513, \quad a_{D1} = +4,76455,$$

$$\varphi_{A1} = -2,122345, \quad \varphi_{B1} = +9,544428, \quad \varphi_{C1} = +6,440343, \quad \varphi_{D1} = +23,584985.$$

$$a_{11}^{(r)} = a_{11} + \sum_A^D \varphi_{J1} a_{1J} = -29,2429 + 2,420951 = -26,8219,$$

$$\psi_1 = -\frac{a_{11}^{(r)}}{a_{11}^{(r)}} = -\frac{-26,8219}{-0,668095} = -40,1468,$$

$$\varphi_A = \varphi_{A1} + \psi_1 \varphi_{A1} = -13,4472, \quad \varphi_C = \varphi_{C1} + \psi_1 \varphi_{C1} = +3,2737,$$

$$\varphi_B = \varphi_{B1} + \psi_1 \varphi_{B1} = +0,4284, \quad \varphi_D = \varphi_{D1} + \psi_1 \varphi_{D1} = +13,7816.$$

7. Einflußlinie ψ_1 (Abb. 318).

Die Belastung $M_a = 1$ mt am Pfosten h_a (Abb. 314) führt zu

$$\psi_{1,a}^* = -\frac{1}{a_{11}^{(r)}} = -\frac{1}{-0,668095} = +1,496793.$$

$$\varphi_{J,a}^* = \psi_{1,a}^* \varphi_{J1}, \quad \vartheta_{h,a}^* = \psi_{1,a}^* \vartheta_{h1},$$

$$\varphi_{A,a}^* = +0,422224, \quad \vartheta_{a,a}^* = +1,496793,$$

$$\varphi_{B,a}^* = +0,339872, \quad \vartheta_{b,a}^* = +1,496793,$$

$$\varphi_{C,a}^* = +0,118060, \quad \vartheta_{c,a}^* = +3,741983,$$

$$\varphi_{D,a}^* = +0,365500, \quad \vartheta_{d,a}^* = +3,741983.$$

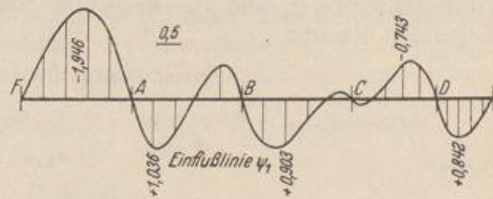


Abb. 318.

$$\text{Feld a: } \psi_1 = -\frac{l_a}{2} \varphi_{A,a}^* \omega_D = -5,0667 \omega_D,$$

$$\text{Feld b: } \psi_1 = l_b (\varphi_{A,a}^* \omega'_r - \varphi_{B,a}^* \omega_r) = +10,1334 \omega'_r - 8,1569 \omega_r,$$

$$\text{Feld c: } \psi_1 = l_c (\varphi_{B,a}^* \omega'_r - \varphi_{C,a}^* \omega_r) = +8,1569 \omega'_r - 2,8334 \omega_r,$$

$$\text{Feld d: } \psi_1 = l_d (\varphi_{C,a}^* \omega'_r - \varphi_{D,a}^* \omega_r) = +2,1251 \omega'_r - 6,5790 \omega_r,$$

$$\text{Feld e: } \psi_1 = \frac{l_e}{2} \varphi_{D,a}^* \omega'_D = +2,1930 \omega'_D.$$

8. Einflußlinie $M_B^{(b)}$.

$$M_B^{(b)} = M_{B0}^{(b)} + \frac{2}{l'_b} (2\varphi_B + \varphi_A) = M_{B0}^{(b)} + M_{B*}^{(b)},$$

$$M_{B*}^{(b)} = \text{Biegelinie infolge } M_A = 2/l'_b, \quad M_B = 4/l'_b.$$

$$\text{Belastungsglieder: } a_{A0} = 2/l'_b = 0,083333, \quad a_{B0} = 4/l'_b = 0,166667,$$

$$\varphi_{A0} = +0,133587, \quad \varphi_{B0} = +0,399245, \quad \varphi_{C0} = -0,128643, \quad \varphi_{D0} = +0,027111,$$

$$a_{10}^{(r)} = a_{10} + \sum \varphi_{J0} a_{1J} = 0,061352, \quad \psi_1 = -\frac{+0,061352}{-0,668095} = +0,091831,$$

$$\varphi_{A,Bb}^* = \varphi_{A0} + \psi_1 \varphi_{A1} = +0,159490, \quad \varphi_{C,Bb}^* = \varphi_{C0} + \psi_1 \varphi_{C1} = -0,121400,$$

$$\varphi_{B,Bb}^* = \varphi_{B0} + \psi_1 \varphi_{B1} = +0,420097, \quad \varphi_{D,Bb}^* = \varphi_{D0} + \psi_1 \varphi_{D1} = +0,049535.$$

Allgemeiner Ansatz zur Untersuchung des Stockwerkrahmens. Der Verschiebungszustand eines Stockwerkrahmens mit n Pfosten und v durchgehenden Riegelstäben (Abb. 319) wird durch $v \cdot n$ Knotendrehwinkel φ_J und $f = v$ unabhängige Komponenten ψ_c beschrieben. Hierfür eignen sich die waagerechten Verschiebungen $u_1 \dots u_v$ der Riegel und die Drehwinkel $\vartheta_1 \dots \vartheta_v$ der Abschnitte eines aufgehenden Pfostens. Die Pfostendrehwinkel eines Stockwerks sind bei waagerechten Riegelzügen mit $\varepsilon_{h0} = 0$ und senkrechten Pfosten gleich groß, die Drehwinkel der Riegel Null.

Um Unbekannte gleicher Dimension und Größenordnung zu erhalten, werden neben den Knotendrehwinkeln φ_J die Drehwinkel ϑ_s ($s = 1 \dots v$) der Abschnitte s eines ausgezeichneten Pfostens als Unbekannte ψ_c bestimmt. Für die übrigen ist bei Riegelstäben mit $\varepsilon_h \neq 0$ nach dem Superpositionsgesetz

$$\vartheta_s = \vartheta_{s0} + \psi_1.$$

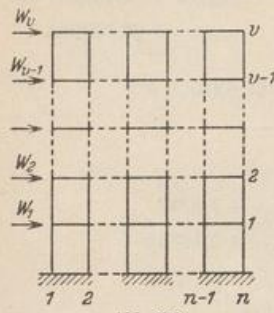


Abb. 319.

Die Komponenten φ_J, ψ_c sind die Wurzeln von $n \cdot v$ statischen Bedingungen $\delta A_J = 0$ und von v statischen Bedingungen $\delta A_c = 0$. Die Gleichungen $\delta A_J = 0$ enthalten als Unbekannte außer dem Drehwinkel φ_J des Knotens J die Drehwinkel der zwei, drei oder vier angeschlossenen Knoten K und die Stabdrehwinkel ψ der beiden anschließenden Geschosse, die Gleichungen $\delta A_c = 0$ den Stabdrehwinkel ψ_c und die Drehwinkel aller oberhalb und unterhalb vom Geschoß c liegenden Knoten.

Gleichung $\delta A_J = 0$ (Abb. 320):

$$a_{J(J-n)} \varphi_{J-n} + a_{J(J-1)} \varphi_{J-1} + a_{JJ} \varphi_J + a_{J(J+1)} \varphi_{J+1} + a_{J(J+n)} \varphi_{J+n} + a_{Jc} \psi_c + a_{J(c+1)} \psi_{c+1} + a_{J\otimes} = 0.$$

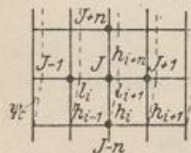


Abb. 320.

$$a_{J(J-n)} = -i_J \frac{2}{h_i'}, \quad a_{J(J-1)} = -i_J \frac{2}{l_i'},$$

$$a_{JJ} = -i_J \left(\frac{4}{h_i'} + \frac{4}{l_i'} + \frac{4}{l_{i+1}'} + \frac{4}{h_{i+n}'} \right),$$

$$a_{J(J+1)} = -i_J \frac{2}{l_{i+1}'}, \quad a_{J(J+n)} = -i_J \frac{2}{h_{i+n}'},$$

$$a_{Jc} = -i_J \left(-\frac{6}{h_i'} \right) = \frac{6}{h_i'}, \quad a_{J(c+1)} = \frac{6}{h_{i+n}'},$$

$$a_{J\otimes} = a_{J0} + a_{Jt} + a_{J\Delta t}, \quad a_{J0} = -i_J \sum_J M_{J0}^{(h)},$$

$$a_{Jt} = -i_J \sum_J \left(-\frac{6}{l_h'} \vartheta_{ht} \right), \quad a_{J\Delta t} = -i_J \sum_J M_{J\Delta t}^{(h)}.$$

(578)

Gleichung $\delta A_c = 0$ (Abb. 321):

$$a_{cc} \psi_c + \sum \varphi_J a_{cJ} + a_{c\otimes} = 0.$$

Die folgenden \sum_c erstrecken sich über alle Pfosten im Geschoß c .

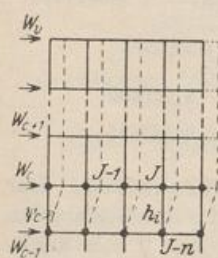


Abb. 321

$$a_{cc} = i_c \sum_c \left(-\frac{12}{h_i'} \right), \quad a_{c(J-1)} = i_c \frac{6}{h_{i-1}'},$$

$$a_{cJ} = i_c \frac{6}{h_i'} \text{ usw.},$$

$$a_{c\otimes} = a_{c0} + a_{ct} + a_{c\Delta t},$$

$$a_{c0} = i_c h_c \sum_{s=c}^v W_s, \quad a_{ct} = i_c h_c \sum_c \left(-\frac{12}{h_i'} \vartheta_{it} \right),$$

$$a_{c\Delta t} = i_c \sum_c M_{\Delta t}^{(h)}.$$

(579)

Die Wurzeln ψ_c, φ_J des Ansatzes werden am einfachsten nach einer Umformung der Gleichungen durch Iteration bestimmt.

$$\begin{aligned} \psi_c a_{cc} + \sum \varphi_J a_{cJ} + a_{c0} &= 0, \\ \psi_c &= -\frac{a_{c0}}{a_{cc}} - \frac{\sum \varphi_J a_{cJ}}{a_{cc}} = \psi_{c,0} + \psi'_c, \end{aligned} \quad (580)$$

$$\begin{aligned} \varphi_J a_{JJ} + \sum \varphi_K a_{JK} + \sum \psi_c a_{Jc} + a_{J0} &= 0, \\ \varphi_J a_{JJ} + \sum \varphi_K a_{JK} + \sum \psi_{c,0} a_{Jc} + \sum \psi'_c a_{Jc} + a_{J0} &= 0, \\ \varphi_J &= -\frac{a_{J0} + \sum \psi_{c,0} a_{Jc}}{a_{JJ}} - \frac{\sum \varphi_K a_{JK}}{a_{JJ}} - \frac{\sum \psi'_c a_{Jc}}{a_{JJ}} \left. \right\} \\ &= \varphi_{J,0} + \varphi'_J + \varphi''_J. \end{aligned} \quad (581)$$

Die Stabdrehwinkel ψ_c setzen sich aus zwei, die Knotendrehwinkel φ_J aus drei Anteilen zusammen. Die Anteile $\psi_{c,0}$ sind unabhängig voneinander und durch bekannte Größen bestimmt. Dasselbe gilt von den Anteilen $\varphi_{J,0}$. Sie bilden einen Teil der ersten Näherung ψ_c, φ_J , welche aus $\psi_{c,0}, \varphi_{J,0}$ und geschätzten oder angenommenen Werten φ_J entsteht und zu neuen Werten ψ_c, φ_J führt. Die Reihenfolge der einzelnen Schritte ist nach der Bestimmung der Konstanten $\psi_{c,0} = -a_{c0}/a_{cc}$, $\varphi_{J,0} = -(a_{J0} + \sum \psi_{c,0} a_{Jc})/a_{JJ}$ durch die folgenden vier Bedingungen vorge-schrieben:

$$\left. \begin{aligned} \psi'_c &= -\frac{\sum \varphi_J a_{cJ}}{a_{cc}}, & \varphi'_J &= -\frac{\sum \varphi_K a_{JK}}{a_{JJ}}, & \varphi''_J &= -\frac{\sum \psi'_c a_{Jc}}{a_{JJ}}, \\ \varphi_J &= \varphi_{J,0} + \varphi'_J + \varphi''_J. \end{aligned} \right\} \quad (582)$$

Bei der Iteration ist der Abschnitt 30 zu beachten. Die Ergebnisse für die unabhängigen Komponenten ψ_c, φ_J aus der letzten Näherungsfolge müssen die statischen Bedingungen (578), (579) oder gleichwertige Ansätze für das Gleichgewicht von Schnittkräften erfüllen.

Bei symmetrischer Belastung sind die Stabdrehwinkel ψ_c und daher auch die Anteile φ''_J der Knotendrehwinkel Null. Sie sind aber auch bei unsymmetrischer senkrechter Belastung so klein, daß sie vernachlässigt werden können.

Die Belastung durch Wind darf bei der Unsicherheit der Druckverteilung stets durch Einzellasten ersetzt werden, die an den Stabknoten des luvseitigen Pfostens oder der luv- und leeseitigen Pfosten angreifen. Die Momente $M_{\phi_0}^{\psi_0}$ sind in diesem Falle Null. Bei symmetrischer Temperaturänderung eines symmetrischen Tragwerks ist die waagerechte Verschiebung der Querschnitte der Symmetrieachse Null. Die Berechnung bleibt daher auf die Knotendrehwinkel beschränkt. Ähnliche Vereinfachungen verkürzen auch die umfangreiche Berechnung der waagrecht liegenden, mehrreihigen Silorahmen, da die Stabdrehwinkel hier durch die Belastung entweder Null sind oder mit großer Annäherung zu Null angenommen werden können (Abschn. 53).

Mann, L.: Theorie der Rahmenwerke auf neuer Grundlage. Berlin 1927. — Takabeya, F.: Rahmentafeln. Berlin 1930. — Engesser, F.: Der Stockwerkrahmen. Eisenbau 1920, S. 81.

41. Stabwerke mit geraden und gekrümmten Stabachsen.

Der Ansatz wird auf symmetrische, beiderseits eingespannte Stabbogen beschränkt, um das Wesentliche der Rechnung hervorheben zu können. Die Erweiterung auf andere Stabformen bietet keine grundsätzlichen Schwierigkeiten.

Die bezogenen Längenänderungen ε_k der geraden Stäbe l_k sind wie in Abschn. 39 Null oder geometrisch bestimmt (ε_{k0}), dagegen ändern die Stabzugsehnen l_h durch Belastung und andere Ursachen ihre Länge um den Betrag $\varepsilon_h l_h = \Delta l_h^*$. Er besteht aus einem geometrisch bestimmten Teil Δl_{h0} und einem geometrisch unbestimmten, von den Anschlußkräften abhängigen Teile Δl_h ($\Delta l_h^* = \Delta l_{h0} + \Delta l_h$). Der Verschiebungszustand des Stabwerks enthält daher $(3r + 2r_1 - s_1)$ voneinander unab-