



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Allgemeiner Ansatz zur Untersuchung des Stockwerkrahmens

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

6. Temperaturerhöhung des Riegels um 15° .

$$a_{A1} = 0, \quad a_{B1} = +4,33436, \quad a_{C1} = +3,46513, \quad a_{D1} = +4,76455,$$

$$\varphi_{A1} = -2,122345, \quad \varphi_{B1} = +9,544428, \quad \varphi_{C1} = +6,440343, \quad \varphi_{D1} = +23,584985.$$

$$a_{11}^{(r)} = a_{11} + \sum_A^D \varphi_{J1} a_{1J} = -29,2429 + 2,420951 = -26,8219,$$

$$\psi_1 = -\frac{a_{11}^{(r)}}{a_{11}^{(r)}} = -\frac{-26,8219}{-0,668095} = -40,1468,$$

$$\varphi_A = \varphi_{A1} + \psi_1 \varphi_{A1} = -13,4472, \quad \varphi_C = \varphi_{C1} + \psi_1 \varphi_{C1} = +3,2737,$$

$$\varphi_B = \varphi_{B1} + \psi_1 \varphi_{B1} = +0,4284, \quad \varphi_D = \varphi_{D1} + \psi_1 \varphi_{D1} = +13,7816.$$

7. Einflußlinie ψ_1 (Abb. 318).

Die Belastung $M_a = 1$ mt am Pfosten h_a (Abb. 314) führt zu

$$\psi_{1,a}^* = -\frac{1}{a_{11}^{(r)}} = -\frac{1}{-0,668095} = +1,496793.$$

$$\varphi_{J,a}^* = \psi_{1,a}^* \varphi_{J1}, \quad \vartheta_{h,a}^* = \psi_{1,a}^* \vartheta_{h1},$$

$$\varphi_{A,a}^* = +0,422224, \quad \vartheta_{a,a}^* = +1,496793,$$

$$\varphi_{B,a}^* = +0,339872, \quad \vartheta_{b,a}^* = +1,496793,$$

$$\varphi_{C,a}^* = +0,118060, \quad \vartheta_{c,a}^* = +3,741983,$$

$$\varphi_{D,a}^* = +0,365500, \quad \vartheta_{d,a}^* = +3,741983.$$

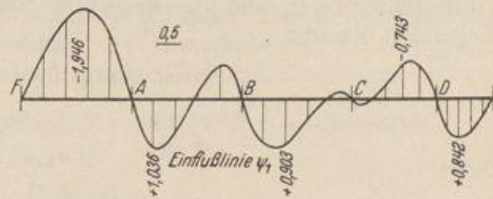


Abb. 318.

$$\text{Feld a: } \psi_1 = -\frac{l_a}{2} \varphi_{A,a}^* \omega_D = -5,0667 \omega_D,$$

$$\text{Feld b: } \psi_1 = l_b (\varphi_{A,a}^* \omega'_r - \varphi_{B,a}^* \omega_r) = +10,1334 \omega'_r - 8,1569 \omega_r,$$

$$\text{Feld c: } \psi_1 = l_c (\varphi_{B,a}^* \omega'_r - \varphi_{C,a}^* \omega_r) = +8,1569 \omega'_r - 2,8334 \omega_r,$$

$$\text{Feld d: } \psi_1 = l_d (\varphi_{C,a}^* \omega'_r - \varphi_{D,a}^* \omega_r) = +2,1251 \omega'_r - 6,5790 \omega_r,$$

$$\text{Feld e: } \psi_1 = \frac{l_e}{2} \varphi_{D,a}^* \omega'_D = +2,1930 \omega'_D.$$

8. Einflußlinie $M_B^{(b)}$.

$$M_B^{(b)} = M_{B0}^{(b)} + \frac{2}{l'_b} (2\varphi_B + \varphi_A) = M_{B0}^{(b)} + M_{B*}^{(b)},$$

$$M_{B*}^{(b)} = \text{Biegelinie infolge } M_A = 2/l'_b, \quad M_B = 4/l'_b.$$

$$\text{Belastungsglieder: } a_{A0} = 2/l'_b = 0,083333, \quad a_{B0} = 4/l'_b = 0,166667,$$

$$\varphi_{A0} = +0,133587, \quad \varphi_{B0} = +0,399245, \quad \varphi_{C0} = -0,128643, \quad \varphi_{D0} = +0,027111,$$

$$a_{10}^{(r)} = a_{10} + \sum \varphi_{J0} a_{1J} = 0,061352, \quad \psi_1 = -\frac{+0,061352}{-0,668095} = +0,091831,$$

$$\varphi_{A,Bb}^* = \varphi_{A0} + \psi_1 \varphi_{A1} = +0,159490, \quad \varphi_{C,Bb}^* = \varphi_{C0} + \psi_1 \varphi_{C1} = -0,121400,$$

$$\varphi_{B,Bb}^* = \varphi_{B0} + \psi_1 \varphi_{B1} = +0,420097, \quad \varphi_{D,Bb}^* = \varphi_{D0} + \psi_1 \varphi_{D1} = +0,049535.$$

Allgemeiner Ansatz zur Untersuchung des Stockwerkrahmens. Der Verschiebungszustand eines Stockwerkrahmens mit n Pfosten und v durchgehenden Riegelstäben (Abb. 319) wird durch $v \cdot n$ Knotendrehwinkel φ_J und $f = v$ unabhängige Komponenten ψ_c beschrieben. Hierfür eignen sich die waagerechten Verschiebungen $u_1 \dots u_v$ der Riegel und die Drehwinkel $\vartheta_1 \dots \vartheta_v$ der Abschnitte eines aufgehenden Pfostens. Die Pfostendrehwinkel eines Stockwerks sind bei waagerechten Riegelzügen mit $\varepsilon_{h0} = 0$ und senkrechten Pfosten gleich groß, die Drehwinkel der Riegel Null.

Um Unbekannte gleicher Dimension und Größenordnung zu erhalten, werden neben den Knotendrehwinkeln φ_J die Drehwinkel ϑ_s ($s = 1 \dots v$) der Abschnitte s eines ausgezeichneten Pfostens als Unbekannte ψ_c bestimmt. Für die übrigen ist bei Riegelstäben mit $\varepsilon_h \neq 0$ nach dem Superpositionsgesetz

$$\vartheta_s = \vartheta_{s0} + \psi_1.$$

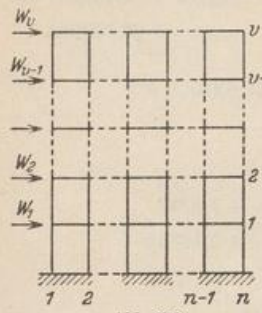


Abb. 319.

Die Komponenten φ_J, ψ_c sind die Wurzeln von $n \cdot v$ statischen Bedingungen $\delta A_J = 0$ und von v statischen Bedingungen $\delta A_c = 0$. Die Gleichungen $\delta A_J = 0$ enthalten als Unbekannte außer dem Drehwinkel φ_J des Knotens J die Drehwinkel der zwei, drei oder vier angeschlossenen Knoten K und die Stabdrehwinkel ψ der beiden anschließenden Geschosse, die Gleichungen $\delta A_c = 0$ den Stabdrehwinkel ψ_c und die Drehwinkel aller oberhalb und unterhalb vom Geschoß c liegenden Knoten.

Gleichung $\delta A_J = 0$ (Abb. 320):

$$a_{J(J-n)} \varphi_{J-n} + a_{J(J-1)} \varphi_{J-1} + a_{JJ} \varphi_J + a_{J(J+1)} \varphi_{J+1} + a_{J(J+n)} \varphi_{J+n} + a_{Jc} \psi_c + a_{J(c+1)} \psi_{c+1} + a_{J\otimes} = 0.$$

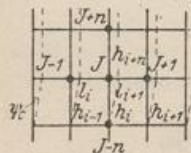


Abb. 320.

$$a_{J(J-n)} = -i_J \frac{2}{h_i^2}, \quad a_{J(J-1)} = -i_J \frac{2}{h_i^2},$$

$$a_{JJ} = -i_J \left(\frac{4}{h_i^2} + \frac{4}{h_i^2} + \frac{4}{h_{i+1}^2} + \frac{4}{h_{i+n}^2} \right),$$

$$a_{J(J+1)} = -i_J \frac{2}{h_{i+1}^2}, \quad a_{J(J+n)} = -i_J \frac{2}{h_{i+n}^2},$$

$$a_{Jc} = -i_J \left(-\frac{6}{h_i^2} \right) = \frac{6}{h_i^2}, \quad a_{J(c+1)} = \frac{6}{h_{i+n}^2},$$

$$a_{J\otimes} = a_{J0} + a_{Jt} + a_{J\Delta t}, \quad a_{J0} = -i_J \sum_J M_{J0}^{(h)},$$

$$a_{Jt} = -i_J \sum_J \left(-\frac{6}{h_h} \vartheta_{ht} \right), \quad a_{J\Delta t} = -i_J \sum_J M_{J\Delta t}^{(h)}.$$

(578)

Gleichung $\delta A_c = 0$ (Abb. 321):

$$a_{cc} \psi_c + \sum \varphi_J a_{cJ} + a_{c\otimes} = 0.$$

Die folgenden \sum_c erstrecken sich über alle Pfosten im Geschoß c .

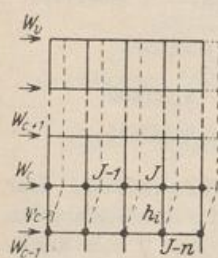


Abb. 321

$$a_{cc} = i_c \sum_c \left(-\frac{12}{h_i^2} \right), \quad a_{c(J-1)} = i_c \frac{6}{h_{i-1}^2},$$

$$a_{cJ} = i_c \frac{6}{h_i^2} \text{ usw.},$$

$$a_{c\otimes} = a_{c0} + a_{ct} + a_{c\Delta t},$$

$$a_{c0} = i_c h_c \sum_{s=c}^v W_s, \quad a_{ct} = i_c h_c \sum_c \left(-\frac{12}{h_i^2} \vartheta_{it} \right),$$

$$a_{c\Delta t} = i_c \sum_c M_{\Delta t}^{(h)}.$$

(579)

Die Wurzeln ψ_c, φ_J des Ansatzes werden am einfachsten nach einer Umformung der Gleichungen durch Iteration bestimmt.

$$\begin{aligned} \psi_c a_{cc} + \sum \varphi_J a_{cJ} + a_{c0} &= 0, \\ \psi_c &= -\frac{a_{c0}}{a_{cc}} - \frac{\sum \varphi_J a_{cJ}}{a_{cc}} = \psi_{c,0} + \psi'_c, \end{aligned} \quad (580)$$

$$\begin{aligned} \varphi_J a_{JJ} + \sum \varphi_K a_{JK} + \sum \psi_c a_{Jc} + a_{J0} &= 0, \\ \varphi_J a_{JJ} + \sum \varphi_K a_{JK} + \sum \psi_{c,0} a_{Jc} + \sum \psi'_c a_{Jc} + a_{J0} &= 0, \\ \varphi_J &= -\frac{a_{J0} + \sum \psi_{c,0} a_{Jc}}{a_{JJ}} - \frac{\sum \varphi_K a_{JK}}{a_{JJ}} - \frac{\sum \psi'_c a_{Jc}}{a_{JJ}} \left. \right\} \\ &= \varphi_{J,0} + \varphi'_J + \varphi''_J. \end{aligned} \quad (581)$$

Die Stabdrehwinkel ψ_c setzen sich aus zwei, die Knotendrehwinkel φ_J aus drei Anteilen zusammen. Die Anteile $\psi_{c,0}$ sind unabhängig voneinander und durch bekannte Größen bestimmt. Dasselbe gilt von den Anteilen $\varphi_{J,0}$. Sie bilden einen Teil der ersten Näherung ψ_c, φ_J , welche aus $\psi_{c,0}, \varphi_{J,0}$ und geschätzten oder angenommenen Werten φ_J entsteht und zu neuen Werten ψ_c, φ_J führt. Die Reihenfolge der einzelnen Schritte ist nach der Bestimmung der Konstanten $\psi_{c,0} = -a_{c0}/a_{cc}$, $\varphi_{J,0} = -(a_{J0} + \sum \psi_{c,0} a_{Jc})/a_{JJ}$ durch die folgenden vier Bedingungen vorge-schrieben:

$$\left. \begin{aligned} \psi'_c &= -\frac{\sum \varphi_J a_{cJ}}{a_{cc}}, & \varphi'_J &= -\frac{\sum \varphi_K a_{JK}}{a_{JJ}}, & \varphi''_J &= -\frac{\sum \psi'_c a_{Jc}}{a_{JJ}}, \\ \varphi_J &= \varphi_{J,0} + \varphi'_J + \varphi''_J. \end{aligned} \right\} \quad (582)$$

Bei der Iteration ist der Abschnitt 30 zu beachten. Die Ergebnisse für die unabhängigen Komponenten ψ_c, φ_J aus der letzten Näherungsfolge müssen die statischen Bedingungen (578), (579) oder gleichwertige Ansätze für das Gleichgewicht von Schnittkräften erfüllen.

Bei symmetrischer Belastung sind die Stabdrehwinkel ψ_c und daher auch die Anteile φ''_J der Knotendrehwinkel Null. Sie sind aber auch bei unsymmetrischer senkrechter Belastung so klein, daß sie vernachlässigt werden können.

Die Belastung durch Wind darf bei der Unsicherheit der Druckverteilung stets durch Einzellasten ersetzt werden, die an den Stabknoten des luvseitigen Pfostens oder der luv- und leeseitigen Pfosten angreifen. Die Momente M_{j0}^{ψ} sind in diesem Falle Null. Bei symmetrischer Temperaturänderung eines symmetrischen Tragwerks ist die waagerechte Verschiebung der Querschnitte der Symmetrieachse Null. Die Berechnung bleibt daher auf die Knotendrehwinkel beschränkt. Ähnliche Vereinfachungen verkürzen auch die umfangreiche Berechnung der waagrecht liegenden, mehrreihigen Silorahmen, da die Stabdrehwinkel hier durch die Belastung entweder Null sind oder mit großer Annäherung zu Null angenommen werden können (Abschn. 53).

Mann, L.: Theorie der Rahmenwerke auf neuer Grundlage. Berlin 1927. — Takabeya, F.: Rahmentafeln. Berlin 1930. — Engesser, F.: Der Stockwerkrahmen. Eisenbau 1920, S. 81.

41. Stabwerke mit geraden und gekrümmten Stabachsen.

Der Ansatz wird auf symmetrische, beiderseits eingespannte Stabbogen beschränkt, um das Wesentliche der Rechnung hervorheben zu können. Die Erweiterung auf andere Stabformen bietet keine grundsätzlichen Schwierigkeiten.

Die bezogenen Längenänderungen ε_k der geraden Stäbe l_k sind wie in Abschn. 39 Null oder geometrisch bestimmt (ε_{k0}), dagegen ändern die Stabzugsehnen l_h durch Belastung und andere Ursachen ihre Länge um den Betrag $\varepsilon_h l_h = \Delta l_h^*$. Er besteht aus einem geometrisch bestimmten Teil Δl_{h0} und einem geometrisch unbestimmten, von den Anschlußkräften abhängigen Teile Δl_h ($\Delta l_h^* = \Delta l_{h0} + \Delta l_h$). Der Verschiebungszustand des Stabwerks enthält daher $(3r + 2r_1 - s_1)$ voneinander unab-