



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Die Statik im Stahlbetonbau**

**Beyer, Kurt**

**Berlin [u.a.], 1956**

Zahlenbeispiel

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

$$\left. \begin{aligned} N_h &= N_{h0} + \varphi_J N_{hJ} + \varphi_K N_{hK} + \Delta l_h N_{hd}, \\ N_h &= -X_1 = N_{h0} + \frac{\Delta l_{h0}}{\delta_{11}} - \varphi_J \frac{y_0}{\delta_{11}} + \varphi_K \frac{y_0}{\delta_{11}} + \sum \psi_c \Delta l_{hc} \frac{1}{\delta_{11}}, \\ \Delta l_{h0} &= \bar{\Delta} l_{h0} - E J_c \alpha_t t l_h. \end{aligned} \right\} \quad (587)$$

**Unsymmetrische Bogenstellung.** Die Stabendmomente  $M_j^{(h)}$  und die Längskräfte  $N_h$  im Scheitel der gekrümmten Stäbe (Abb. 322) werden als äußere Kräfte angesehen, so daß eine Knötenkette mit 11 Stabelementen entsteht. Dieser wird das geometrisch bestimmte Hauptsystem zugeordnet.

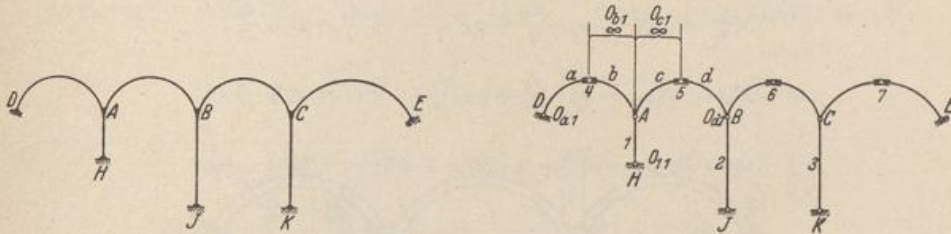


Abb. 322.

Anzahl der Knoten und Stäbe  $r = 3, r_1 = 0, s = 7, s_1 = 3, s_2 = 4$ . Geometrisch überzählige Stäbe  $m = 1$ , daher  $f_1 = 2 \cdot 3 - (7 - 1) = 0, s_2^* = 4 - 1 = 3$  (vgl. S. 314). Anzahl der Unbekannten  $r = 3, f = s_2^* + f_1 = 3$ .

Als unabhängige Komponenten des Verschiebungszustandes werden neben den Knotendrehwinkeln  $\varphi_A, \varphi_B, \varphi_C$  die Stabdrehwinkel der drei Pfeiler  $\psi_1 = \vartheta_1, \psi_2 = \vartheta_2, \psi_3 = \vartheta_3$  ausgewählt. Die sechs statischen Bedingungen, welche diese erfüllen müssen, ergeben sich mit dem Prinzip der virtuellen Verrückungen aus  $\delta A_J = 0, \delta A_C = 0$  für  $\varphi_A = 1, \varphi_B = 1, \varphi_C = 1, \psi_1 = 1, \psi_2 = 1, \psi_3 = 1$ . Die Kette  $\Gamma_1$  besteht aus den Stäben 1, a, b, c, d, deren Hauptpole (b), (c) im Unendlichen liegen und deren Hauptpole (a), (1), (d) mit den Punkten D, H und B zusammenfallen. Dabei verschieben sich die Stabelemente b, c waagrecht mit der Geschwindigkeit  $\dot{h}_1$ . Die Stäbe a und d bleiben in Ruhe. Der Bewegungszustand der Ketten  $\Gamma_2$  mit  $\dot{\psi}_2 = 1$  und  $\Gamma_3$  mit  $\dot{\psi}_3 = 1$  ist ähnlich. Die Gleichgewichtsbedingungen bilden die folgende Matrix:

	$\varphi_A$	$\varphi_B$	$\varphi_C$	$\psi_1$	$\psi_2$	$\psi_3$	$a_0$
$\dot{\varphi}_A$	$a_{AA}$	$a_{AB}$		$a_{A1}$	$a_{A2}$		$a_{A0}$
$\dot{\varphi}_B$	$a_{BA}$	$a_{BB}$	$a_{BC}$	$a_{B1}$	$a_{B2}$	$a_{B3}$	$a_{B0}$
$\dot{\varphi}_C$		$a_{CB}$	$a_{CC}$		$a_{C2}$	$a_{C3}$	$a_{C0}$
$\dot{\psi}_1$	$a_{1A}$	$a_{1B}$		$a_{11}$	$a_{12}$		$a_{10}$
$\dot{\psi}_2$	$a_{2A}$	$a_{2B}$	$a_{2C}$	$a_{21}$	$a_{22}$	$a_{23}$	$a_{20}$
$\dot{\psi}_3$		$a_{3B}$	$a_{3C}$		$a_{32}$	$a_{33}$	$a_{30}$

**Bogenstellung mit drei Öffnungen nach Abb. 323.**

1. Überzählige Größen. Der den Pfeilerköpfen benachbarte Bereich der Gewölbe wird wegen seiner großen Steifigkeit als starr angenommen, so daß die Scheibenkette (Abb. 324) mit den Parametern  $\varphi_A, \varphi_B, \psi_1 = \vartheta_1, \psi_2 = \vartheta_2$  und das ihr zugeordnete Hauptsystem B nach S. 311 der Berechnung zugrunde gelegt wird.

## 2. Anschlußkräfte der Bogen. Mit den Abkürzungen

$$c_1 = l \left( \frac{y_0^2}{\delta_{11}} + \frac{l^2}{4 \delta_{22}} + \frac{1}{\delta_{33}} \right), \quad c_2 = l \left( -\frac{y_0^2}{\delta_{11}} + \frac{l^2}{4 \delta_{22}} - \frac{1}{\delta_{33}} \right),$$

$$c_3 = l^2 \frac{y_0}{\delta_{11}}, \quad c_4 = l \frac{l^2}{2 \delta_{22}}, \quad c_5 = l^3 \frac{1}{\delta_{11}}$$

gehen die Beziehungen (585) bis (587) über in

$$M_J^{(h)} = M_{J_0}^{(h)} + \varphi_J \cdot \frac{c_1}{l} + \varphi_K \frac{c_2}{l} - \vartheta_h \frac{c_4}{l} - \Delta l_h \frac{c_3}{l^2},$$

$$M_K^{(h)} = M_{K_0}^{(h)} + \varphi_J \cdot \frac{c_2}{l} + \varphi_K \frac{c_1}{l} - \vartheta_h \frac{c_4}{l} + \Delta l_h \frac{c_3}{l^2},$$

$$N_h = N_{h_0} - \varphi_J \cdot \frac{c_3}{l^2} + \varphi_K \frac{c_3}{l^2} + \Delta l_h \frac{c_5}{l^3}.$$

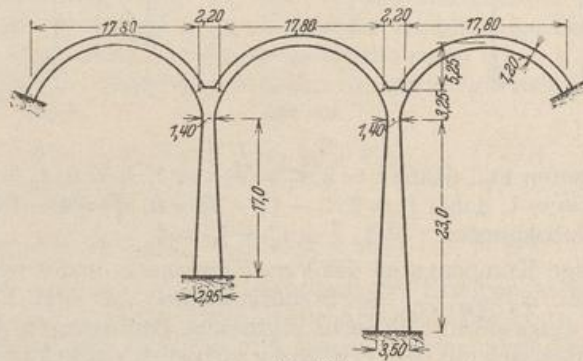


Abb. 323.

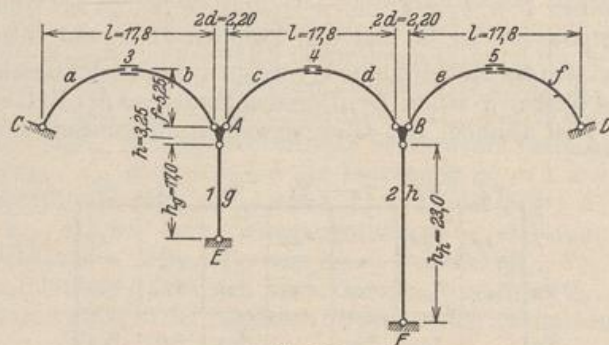


Abb. 324.

Die Entwicklung von  $\vartheta_h$  und  $\Delta l_h$  lautet hier im Gegensatz zu S. 318 wegen der endlichen Ausdehnung der Knotenscheiben

$$\vartheta_h = \vartheta_{h_0} + \vartheta_{h_J} \cdot \varphi_J + \vartheta_{h_K} \cdot \varphi_K + \sum \psi_c \cdot \vartheta_{h_c},$$

$$\Delta l_h = \Delta l_{h_0} + \Delta l_{h_J} \cdot \varphi_J + \Delta l_{h_K} \cdot \varphi_K + \sum \psi_c \cdot \Delta l_{h_c}.$$

Die Anschlußkräfte ergeben sich daher aus den folgenden Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} M_J^{(h)} &= M_{J_0}^{(h)} - \vartheta_{h_0} \frac{c_4}{l} - \Delta l_{h_0} \frac{c_3}{l^2} + \varphi_J \left( \frac{c_1}{l} - \vartheta_{h_J} \frac{c_4}{l} - \Delta l_{h_J} \frac{c_3}{l^2} \right) \\ &+ \varphi_K \left( \frac{c_2}{l} - \vartheta_{h_K} \frac{c_4}{l} - \Delta l_{h_K} \frac{c_3}{l^2} \right) + \sum \psi_c \left( -\vartheta_{h_c} \frac{c_4}{l} - \Delta l_{h_c} \frac{c_3}{l^2} \right), \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

$$M_K^{(h)} = M_{K0}^{(h)} - \vartheta_{h0} \frac{c_4}{l} + \Delta l_{h0} \frac{c_3}{l^2} + \varphi_J \left( \frac{c_2}{l} - \vartheta_{hJ} \frac{c_4}{l} + \Delta l_{hJ} \frac{c_3}{l^2} \right) + \varphi_K \left( \frac{c_1}{l} - \vartheta_{hK} \frac{c_4}{l} + \Delta l_{hK} \frac{c_3}{l^2} \right) + \sum \psi_c \left( -\vartheta_{hc} \frac{c_4}{l} + \Delta l_{hc} \frac{c_3}{l^2} \right) \quad (b)$$

$$N_h = N_{h0} + \Delta l_{h0} \frac{c_5}{l^3} + \varphi_J \left( -\frac{c_3}{l^2} + \Delta l_{hJ} \frac{c_5}{l^3} \right) + \varphi_K \left( \frac{c_3}{l^2} + \Delta l_{hK} \frac{c_5}{l^3} \right) + \sum \psi_c \cdot \Delta l_{hc} \frac{c_5}{l^3} \quad (c)$$

Berechnung der Koeffizienten  $c$  mit Hilfe der Tabelle 16

$$l = 17,8 \text{ m}, \quad f = 5,25 \text{ m}, \quad r = \frac{l^2}{8f} + \frac{f}{2} = 10,168810 \text{ m}, \quad e = r - f = 4,918810 \text{ m},$$

$$\sin \varphi_0 = \frac{l}{2r} = 0,875225, \quad \varphi_0 = 61^\circ 04' 17,8'', \quad b = 2 \varphi_0 \cdot r = 21,6777 \text{ m} = b'$$

$$y_0 = \int_0^b y \frac{J_c}{J} ds : \int_0^b \frac{J_c}{J} ds = r \left( \frac{l}{b} - \frac{e}{r} \right) = 3,43101 \text{ m},$$

$$\delta_{11} = y_0^2 b' - 2 y_0 r \left( \frac{l}{b} - \frac{e}{r} \right) b' + \frac{r^2}{2} \left( 1 + 2 \frac{e^2}{r^2} - 3 \frac{e}{r} \frac{l}{b} \right) = b' \left[ \frac{r^2}{2} \left( 1 + 2 \frac{e^2}{r^2} - 3 \frac{e}{r} \frac{l}{b} \right) - y_0^2 \right] = 54,584,$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{2} \left( \frac{l}{2} \right)^2 \left( 1 + 2 \frac{r^2}{l^2} - 2 \frac{e r}{b l} \right) b' - \frac{1}{2} \left( \frac{l}{2} \right)^2 \left( 1 - 2 \frac{r^2}{l^2} + 2 \frac{e r}{b l} \right) b' = \frac{r l}{2} \left( \frac{r}{l} - \frac{e}{b} \right) b' = 675,62,$$

$$\delta_{33} = b' = 21,678,$$

$$c_1 = +6,7471, \quad c_2 = -2,5733, \quad c_3 = +19,916, \quad c_4 = +4,1738, \quad c_5 = 103,32.$$

3. Anschlußkräfte der Pfeiler (Abb. 325.) Nach S. 308 ist

$$M_J^{(h)} = M_{J0}^{(h)} + \beta_{11} \varphi_J + \beta_{12} \varphi_K - (\beta_{11} + \beta_{12}) \vartheta_h,$$

$$M_K^{(h)} = M_{K0}^{(h)} + \beta_{21} \varphi_J + \beta_{22} \varphi_K - (\beta_{21} + \beta_{22}) \vartheta_h.$$

Die Vorzeichen  $\beta_{ik}$  werden durch numerische Integration nach Simpson berechnet.

$$\beta_{11} = \frac{\delta_{22}}{D}, \quad \beta_{12} = -\frac{\delta_{12}}{D}, \quad \beta_{22} = \frac{\delta_{11}}{D}, \quad D = \delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12}^2.$$

a) Linker Pfeiler

$$\delta_{11} = l_0 \int_0^1 \xi'^2 \frac{J_c}{J} d\xi, \quad \delta_{12} = -l_0 \int_0^1 \xi \xi' \frac{J_c}{J} d\xi, \quad \delta_{22} = l_0 \int_0^1 \xi^2 \frac{J_c}{J} d\xi, \quad J_c = 0,144 \text{ m}^4.$$

$$J = J_1 \left[ 1 + \left( \sqrt[3]{J_2/J_1} - 1 \right) \xi \right]^3 = 0,2287 (1 + 1,104 \xi)^3.$$

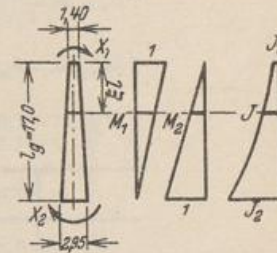


Abb. 325.

$\xi$	$J$	$J_c/J$	$k$	$\xi \xi' J_c/J$	$k \xi \xi' J_c/J$	$\xi^2 J_c/J$	$k \cdot \xi^2 J_c/J$	$\xi'^2 J_c/J$	$k \cdot \xi'^2 J_c/J$
0,0	0,2287	0,6296	1	0	0	0	0	0,6296	0,6296
1	0,3131	0,4599	4	0,04139	0,1656	0,00460	0,0184	0,3725	1,4900
2	0,4161	0,3461	2	0,05538	0,1107	0,01384	0,0277	0,2215	0,4430
3	0,5395	0,2691	4	0,05651	0,2260	0,02422	0,0969	0,1319	0,5276
4	0,6852	0,2101	2	0,05042	0,1008	0,03362	0,0672	0,0756	0,1512
5	0,8550	0,1684	4	0,04210	0,1684	0,04210	0,1684	0,0421	0,1684
6	1,0507	0,1371	2	0,03290	0,0658	0,04936	0,0987	0,0219	0,0438
7	1,2742	0,1130	4	0,02373	0,0949	0,05537	0,2215	0,0102	0,0408
8	1,5274	0,0943	2	0,01509	0,0302	0,06035	0,1207	0,0038	0,0076
0,9	1,8121	0,0795	4	0,00716	0,0286	0,06440	0,2576	0,0008	0,0032
1,0	2,1301	0,0676	1	0	0	0,06760	0,0676	0	0
					0,9910		1,1447		3,5052

$$\delta_{11} = + \frac{l_g/10}{3} 3,5052 = +1,986, \quad \delta_{22} = + \frac{l_g/10}{3} 1,1447 = +0,649,$$

$$\delta_{12} = - \frac{l_g/10}{3} 0,9910 = -0,561,$$

$$\beta_{11} = +0,666, \quad \beta_{12} = +0,576, \quad \beta_{22} = +2,039,$$

$$\beta_{11} + \beta_{12} = +1,242, \quad \beta_{22} + \beta_{12} = +2,615.$$

Damit wird

$$M_A^{(g)} = M_{A0}^{(g)} + 0,666 \varphi_A + 0,576 \varphi_E - 1,242 \vartheta_g,$$

$$M_E^{(g)} = M_{E0}^{(g)} + 2,039 \varphi_E + 0,576 \varphi_A - 2,615 \vartheta_g.$$

b) Rechter Pfeiler. Auf gleiche Weise ergibt sich für den rechten Pfeiler

$$M_B^{(h)} = M_{B0}^{(h)} + 0,567 \varphi_B + 0,555 \varphi_F - 1,122 \vartheta_h,$$

$$M_F^{(h)} = M_{F0}^{(h)} + 2,253 \varphi_F + 0,555 \varphi_B - 2,808 \vartheta_h.$$

4. Anschlußkräfte infolge der Überzähligen. In der folgenden Tabelle sind die Werte  $\vartheta$  und  $\Delta l/l$ , ferner die Anschlußkräfte infolge  $\varphi_A = 1$ ,  $\varphi_B = 1$ ,  $\psi_1 = 1$ ,  $\psi_2 = 1$  zusammengestellt. Sie ergeben sich unmittelbar aus den Formeln (a) bis (c). Z. B. ist:

$$\vartheta_{3A} = -1_A \frac{d}{l} = -0,061798, \quad \frac{\Delta l_{4A}}{l} = -1_A \frac{h}{l} = -0,182584,$$

$$\frac{\Delta l_{31}}{l} = 1_1 \frac{h_g}{l} = +0,955056.$$

$$l M_{AA}^{(b)} = c_1 - \vartheta_{3A} c_4 + \frac{\Delta l_{3A}}{l} c_3 = c_1 + \frac{d}{l} c_4 + \frac{h}{l} c_3 = +10,6413,$$

$$l N_{5B} = \frac{1}{l} \left( -c_3 + \frac{\Delta l_{5B}}{l} c_5 \right) = \frac{1}{l} \left( -c_3 - \frac{h}{l} c_5 \right) = -2,1787,$$

$$l M_{A1}^{(c)} = -\vartheta_{41} c_4 - \frac{\Delta l_{41}}{l} c_3 = + \frac{h_g}{l} c_3 = +19,0209,$$

$$l M_{A1}^{(g)} = -1,242 l = -22,1076.$$

	$\varphi_A = 1$	$\varphi_B = 1$	$\psi_1 = 1$	$\psi_2 = 1$
$\vartheta_g$	0	0	1	0
$\vartheta_h$	0	0	0	1
$\vartheta_3$	- 0,061798	0	0	0
$\vartheta_4$	- 0,061798	- 0,061798	0	0
$\vartheta_5$	0	- 0,061798	0	0
$\Delta l_3/l$	+ 0,182584	0	+ 0,955056	0
$\Delta l_4/l$	- 0,182584	+ 0,182584	- 0,955056	+ 1,292135
$\Delta l_5/l$	0	- 0,182584	0	- 1,292135
$l M_D^{(a)}$	5,9517	0	- 19,0209	0
$l N_3$	+ 2,1787	0	+ 5,5436	0
$l M_A^{(b)}$	+ 10,6413	0	+ 19,0209	0
$l M_A^{(g)}$	+ 11,8548	0	- 22,1076	0
$l M_E^{(g)}$	+ 10,2528	0	- 46,5470	0
$l M_A^{(c)}$	+ 10,6413	- 5,9517	+ 19,0209	- 25,7342
$l N_4$	- 2,1787	+ 2,1787	- 5,5436	+ 7,5002
$l M_B^{(d)}$	- 5,9517	+ 10,6413	- 19,0209	+ 25,7342
$l M_B^{(h)}$	0	+ 10,0926	0	- 19,9716
$l M_F^{(h)}$	0	+ 9,8790	0	- 49,824
$l M_E^{(e)}$	0	+ 10,6413	0	+ 25,7342
$l N_5$	0	- 2,1787	0	- 7,5000
$l M_D^{(f)}$	0	- 5,9517	0	- 25,7342

5. Vorzeichen der Bedingungsgleichungen und  $\beta$ -Vorzeichen

$$l a_{AA} = -\dot{i}_A (l M_{AA}^{(b)} + l M_{AA}^{(g)} + l M_{AA}^{(c)}) - 0,061798 (l M_{0A}^{(c)} + l M_{AA}^{(b)} + l M_{AA}^{(c)} + l M_B^{(d)}) + 0,182584 \cdot 17,8 (-l N_{3A} + l N_{4A})$$

$$= -33,137 - 0,580 - 14,161 = -47,88,$$

$$l a_{AB} = +12,74, \quad l a_{A1} = -51,97, \quad l a_{A2} = +50,11,$$

$$l a_{BB} = -\dot{i}_B (l M_{BB}^{(d)} + l M_{BB}^{(h)} + l M_{BB}^{(e)}) - 0,061798 (l M_{AB}^{(c)} + l M_{BB}^{(d)} + l M_{BB}^{(e)} + l M_{DB}^{(f)}) + 0,182584 \cdot 17,8 (-l N_{4B} + l N_{5B})$$

$$= -31,375 - 0,580 - 14,161 = -46,12,$$

$$l a_{B1} = +37,04, \quad l a_{B2} = -80,25,$$

$$l a_{11} = \dot{i}_1 (l M_{A1}^{(g)} + l M_{B1}^{(g)}) + 0,955056 \cdot 17,8 (-l N_{31} + l N_{41})$$

$$= -68,655 - 188,482 = -257,14,$$

$$l a_{12} = +127,50, \quad l a_{22} = -414,97.$$

$l$  fache Vorzeichen der Bedingungsgleichungen

	$\varphi_A$	$\varphi_B$	$\psi_1$	$\psi_2$
A	- 47,88	+ 12,74	- 51,97	+ 50,11
B	+ 12,74	- 46,12	+ 37,04	- 80,25
1	- 51,97	+ 37,04	- 257,14	+ 127,50
2	+ 50,11	- 80,25	+ 127,50	- 414,97

$$\text{Vorzeichen } \beta' = \frac{1000}{l} \beta$$

	A	B	1	2
$\varphi_A$	- 28,04226	- 0,91125	+ 4,65360	- 1,78022
$\varphi_B$	- 0,91125	- 33,47763	- 1,74904	+ 5,82672
$\psi_1$	+ 4,65360	- 1,74904	- 5,46810	- 0,77989
$\psi_2$	- 1,78022	+ 5,82672	- 0,77989	- 3,99122

Eine beliebige Belastung führt mit den Absolutgliedern  $a_{X0}$  zu den Überzähligen  $\varphi_A, \varphi_B, \psi_1, \psi_2$  z. B.

$$\varphi_A = -\frac{l}{1000} (\beta'_{AA} \cdot a_{A0} + \beta'_{AB} \cdot a_{B0} + \beta'_{A1} \cdot a_{10} + \beta'_{A2} \cdot a_{20}).$$

Die Stabendmomente und die Längskräfte in den Bogenscheiteln werden mit den Angaben der Tabelle auf S. 352 aus

$$M_J^{(h)} = M_{J0}^{(h)} + \varphi_A M_{JA}^{(h)} + \varphi_B M_{JB}^{(h)} + \psi_1 M_{J1}^{(h)} + \psi_2 M_{J2}^{(h)}$$

erhalten.

6. Einflußlinie des Momentes  $M_A^{(e)}$

$$M_A^{(e)} = M_{A0}^{(e)} + \varphi_A \cdot M_{AA}^{(e)} + \varphi_B \cdot M_{AB}^{(e)} + \psi_1 \cdot M_{A1}^{(e)} + \psi_2 \cdot M_{A2}^{(e)} = M_{A0}^{(e)} + M_{A*}^{(e)}.$$

Abgesehen von dem ersten Glied, der Einflußlinie im geometrisch bestimmten Hauptsystem, stellen die einzelnen Glieder die mit konstanten Zahlenwerten erweiterten Einflußlinien der Überzähligen dar. Die Einflußlinie  $\varphi_A$  ist die Biegelinie infolge  $M_A = 1$ , die Einflußlinie  $\psi_1$  ist die Biegelinie infolge zweier Kräfte  $1/l_g$  an den Knoten A und E. Der Anteil  $M_{A*}^{(e)}$  ergibt sich also

als die Biegelinie des Lastgurtes infolge der Lasten  $M_A = M_{AA}^{(e)}$ ,  $M_B = M_{AB}^{(e)}$ ,  $M_D = M_{AD}^{(e)}$ ,  $M_h = M_{A2}^{(e)}$ . Belastungsglieder hierfür:

$$l a_{A0} = l M_A = +10,6413, \quad l a_{B0} = l M_B = -5,9517, \\ l a_{10} = l M_D = +19,0209, \quad l a_{20} = l M_h = -25,7342.$$

Überzählige:

$$\varphi_{A,Ae}^* = -\frac{1}{1000} (-28,04226 \cdot 10,6413 + 0,91125 \cdot 5,9517 + 4,65360 \cdot 19,0209 \\ + 1,78022 \cdot 25,7342) = +0,158654,$$

$$\varphi_{B,Ae}^* = -0,006338, \quad \varphi_{1,Ae}^* = +0,024008, \quad \varphi_{2,Ae}^* = -0,034253$$

Anschlußkräfte

$M_{C,Ae}^{(e)}$	- 0,0787031	$M_{A,Ae}^{(e)}$	+ 0,1721424	$M_{B,Ae}^{(e)}$	- 0,0533119
$N_{3,Ae}$	+ 0,0268961	$N_{4,Ae}$	- 0,0421047	$N_{5,Ae}$	+ 0,0152086
$M_{A,Ae}^{(b)}$	+ 0,1205022	$M_{B,Ae}^{(d)}$	- 0,1320131	$M_{D,Ae}^{(f)}$	+ 0,0516402

Die Biegelinie  $M_{A*}^{(e)}$  setzt sich aus zwei Anteilen zusammen: Verschiebung der Bogensehnen und Verschiebungen relativ zu den Bogensehnen. Diese werden durch Verwendung der Biegelinien  $\eta_1$ ,  $\eta_2'$ ,  $\eta_2$  infolge der in Abb. 326 angegebenen Belastungen erhalten. Die Biegelinien sind mit den Formeln der Tabelle 16 berechnet und in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

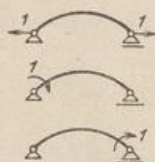


Abb. 326.

$x$	$\eta_1$	$\eta_2'$	$\eta_2$
0	0	0	0
1,78	+ 64,340	+ 10,7037	- 5,6918
3,56	+ 117,744	+ 17,3690	- 11,0942
5,34	+ 157,898	+ 20,9931	- 15,6826
7,12	+ 182,540	+ 22,2356	- 19,2557
8,90	+ 190,834	+ 21,5398	- 21,5398
10,68	+ 182,540	+ 19,2557	- 22,2356
12,46	+ 157,898	+ 15,6826	- 20,9931
14,24	+ 117,744	+ 11,0942	- 17,3690
16,02	+ 64,340	+ 5,6918	- 10,7037
17,80	0	0	0

Bereich 3:

$$M_{A*}^{(e)} = -d \varphi_{A,Ae}^* \cdot \xi + M_{C,Ae}^{(e)} \cdot \eta_2' + M_{A,Ae}^{(b)} \cdot \eta_2 + N_{3,Ae} \cdot \eta_1 \\ = -0,174519 \xi - 0,078703 \eta_2' + 0,120502 \eta_2 + 0,026896 \eta_1.$$

Bereich 4:

$$M_{A*}^{(e)} = +d \varphi_{A,Ae}^* \cdot \xi' - d \varphi_{B,Ae}^* \cdot \xi + M_{A,Ae}^{(e)} \cdot \eta_2' + M_{B,Ae}^{(d)} \cdot \eta_2 + N_{4,Ae} \cdot \eta_1 \\ = +0,174519 \xi' + 0,006972 \xi + 0,172142 \eta_2' - 0,130013 \eta_2 - 0,042105 \eta_1.$$

Bereich 5:

$$M_{A*}^{(e)} = +d \varphi_{B,Ae}^* \cdot \xi' + M_{B,Ae}^{(e)} \cdot \eta_2' + M_{D,Ae}^{(f)} \cdot \eta_2 + N_{5,Ae} \cdot \eta_1 \\ = -0,006972 \xi' - 0,053312 \eta_2' + 0,051640 \eta_2 + 0,015209 \eta_1.$$

Die Einflußlinie  $M_{A0}^{(e)}$  ist die Einflußlinie für das starr eingespannte Gewölbe, erstreckt sich also nur über den Bereich 4. Für das Hauptssystem Abb. 288 ( $J \equiv A$ ) ist

$$M_{A0}^{(e)} = X_1 \cdot y_0 - X_2 \cdot l/2 + X_3 \\ = \frac{\delta_{1m}}{\delta_{11}} y_0 - \frac{\delta_{2m}}{\delta_{22}} \frac{l}{2} + \frac{\delta_{3m}}{\delta_{33}}.$$

Die Verwendung der Funktionen  $\eta_1$ ,  $\eta_2$ ,  $\eta_2'$  führt zu

$$\delta_{1m} = \eta_1 - y_0 (\eta_2' - \eta_2), \quad \delta_{2m} = \frac{l}{2} (\eta_2' + \eta_2), \quad \delta_{3m} = -(\eta_2' - \eta_2),$$

und mit einer einfachen Umrechnung zu

$$\begin{aligned} M_{A0}^{(c)} &= \frac{c_3}{l^2} \eta_1 - \frac{c_1}{l} \eta_2' - \frac{c_2}{l} \eta_2 \\ &= 0,062858 \eta_1 - 0,379051 \eta_2' + 0,144567 \eta_2. \end{aligned}$$

Die Ordinaten der Einflußlinie  $M_A^{(c)}$  sind in Abb. 327 aufgetragen.

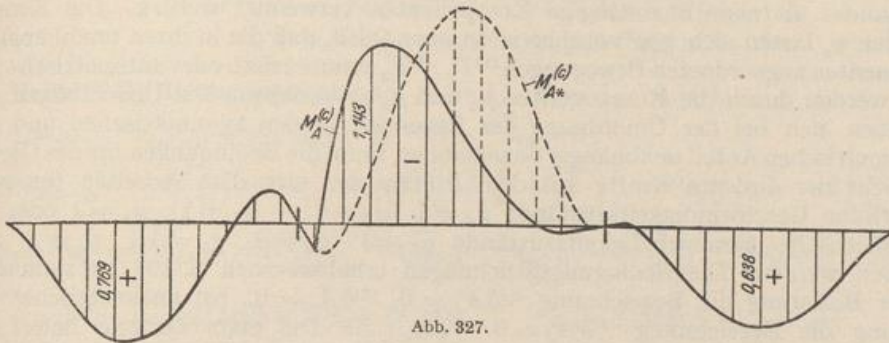


Abb. 327.

## 42. Symmetrie des Tragwerks.

Die geometrischen und elastischen Eigenschaften zahlreicher Tragwerke können auf Symmetrieachsen bezogen werden, so daß symmetrische Kraftwirkungen auch symmetrische Verschiebungszustände, antimetrische Kraftwirkungen antimetrische Verschiebungszustände erzeugen. Die Anzahl der unbekannteren unabhängigen Komponenten ist dann wesentlich kleiner, so daß die Rechnung vereinfacht und abgekürzt wird (Abschn. 27).

Die symmetrisch zugeordneten Knoten- und Stabdrehwinkel sind bei Antimetrie der Belastung gleich groß, bei Symmetrie entgegengesetzt gleich. Die Symmetriepunkte des Tragwerks erfahren bei Antimetrie der Belastung keine Verschiebung in Richtung der Symmetrieachse, während bei Symmetrie der Belastung nicht nur die Knotendrehwinkel und die waagerechten Verschiebungen der Querschnitte der Symmetrieachse Null sind, sondern auch die Drehwinkel derjenigen Stäbe, welche die Symmetrieachse unter  $90^\circ$  schneiden oder mit ihr zusammenfallen. Sind die Längenänderungen der Stäbe Null, so gilt das gleiche oft auch von allen anderen Stabdrehwinkeln. Das geometrische Bild ist daher bei Symmetrie der Belastung durch eine kleinere Anzahl von unbekannteren Komponenten bestimmt als bei Antimetrie. Für den Spannungszustand gilt das Gegenteil, so daß die Untersuchung je nach der Belastungsform mit der Berechnung der unabhängigen Verschiebungen  $\varphi_J$ ,  $\psi_c$  oder der statisch unbestimmten Schnittkräfte eingeleitet werden kann.

Eine beliebige Belastung darf nach dem Superpositionsgesetz in zwei oder vier Anteile zerlegt werden, wenn eine oder mehrere Symmetrieachsen vorhanden sind. Jeder Anteil ist zu den Achsen symmetrisch oder antimetrisch, so daß die Verschiebungszustände aus der Spiegelung eines Teilbildes entwickelt werden können. In diesem Falle genügt die Berechnung der unabhängigen Komponenten dieses Abschnittes. Damit ist ein Weg zur vereinfachten Anwendung der Ansätze  $\delta A_J = 0$ ,  $\delta A_c = 0$  gezeigt worden.

Die Symmetrie des Tragwerks zu einer oder mehreren Achsen kann bei Umordnung der vorgeschriebenen Belastung zur Bildung von Gruppen unabhängiger, geometrisch zugeordneter Komponenten des Verschiebungszustandes ebenso verwendet werden, wie dies in Abschnitt 28 für statisch unbestimmte Schnittkräfte angegeben worden ist. Der Ansatz entsteht auch hier durch Addition und Subtraktion symmetrisch zugeordneter Bedingungsbedingungen unter Einführung neuer Unbekannter.