



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Symmetrischer Stockwerkrahmen mit zwei Pfosten

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

Sind in einem Tragwerk mit einer Symmetrieachse die Knotendrehwinkel φ_J, χ_J symmetrisch zugeordnet, so lassen sich diese zu Gruppenbewegungen

$$\mu_J = \frac{\varphi_J - \chi_J}{2}, \quad \varrho_J = \frac{\varphi_J + \chi_J}{2} \quad (588)$$

zusammenfassen, die bei der Entwicklung des Spannungs- und Verschiebungszustandes als neue unabhängige Komponenten verwendet werden. Die Komponenten ψ_c lassen sich von vornherein so auswählen, daß die in ihren unabhängigen Elementen zugeordneten Bewegungen ${}^{(1)}\Gamma_c, {}^{(2)}\Gamma_c$ symmetrisch oder antisymmetrisch sind. Sie werden durch die Komponenten μ_c und ϱ_c beschrieben. Die Überzähligen μ, ϱ ergeben sich bei der Umordnung der Belastung in den symmetrischen und den antisymmetrischen Anteil unabhängig voneinander, wenn die Bedingungen für das Gleichgewicht der äußeren Kräfte mit dem Prinzip der virtuellen Arbeiten für symmetrische Geschwindigkeitszustände $\dot{\mu}_J = 1$ ($\dot{\varphi}_J = 1, -\dot{\chi}_J = 1$), $\dot{\mu}_c = 1$ oder für antisymmetrische Geschwindigkeitszustände $\dot{\varrho}_J = 1$ ($\dot{\varphi}_J = 1, \dot{\chi}_J = 1$), $\dot{\varrho}_c = 1$ entwickelt werden. Die Bedingungsgleichungen erhalten nach S. 194 bei symmetrischer Belastung die Bezeichnung ${}^{(1)}\delta A_J = 0, {}^{(1)}\delta A_c = 0$, bei antisymmetrischer Belastung die Bezeichnung ${}^{(2)}\delta A_J = 0, {}^{(2)}\delta A_c = 0$. Die erste Gruppe liefert die Überzähligen μ_J, μ_c infolge symmetrischer Belastung, die zweite Gruppe die Überzähligen ϱ_J, ϱ_c infolge antisymmetrischer Belastung. Die Lösung zerfällt daher in zwei voneinander unabhängige Teile. Bei Symmetrie der Belastung ist

$$\mu_J = {}^{(1)}\varphi_J = -{}^{(1)}\chi_J, \quad (589)$$

bei Antimetrie der Belastung

$$\varrho_J = {}^{(2)}\varphi_J = {}^{(2)}\chi_J. \quad (590)$$

Schließlich wird ebenso wie auf S. 195

$$\varphi_J = {}^{(1)}\varphi_J + {}^{(2)}\varphi_J = \mu_J + \varrho_J, \quad \chi_J = {}^{(1)}\chi_J + {}^{(2)}\chi_J = -\mu_J + \varrho_J. \quad (591)$$

Die Rechenvorschrift stimmt nach Ansatz und Lösung mit Abschnitt 28 überein und kann bei Symmetrie des Tragwerks nach zwei Achsen ebenso wie dort erweitert werden. Selbstverständlich besteht auch die Möglichkeit, durch eine algebraische Transformation der unabhängigen Komponenten des Verschiebungszustandes allgemeine Gruppenbewegungen nach Abschnitt 36 zu bilden, die unabhängig voneinander berechnet werden. Die Transformation wird dabei derart festgesetzt, daß die virtuellen Arbeiten a_{JK}, a_{Jc}, a_{bc} Null sind.

Symmetrischer Stockwerkrahmen mit zwei Pfosten. Symmetrisch zugeordnete Knotendrehwinkel φ_J, χ_J ; symmetrisch zugeordnete Stabdrehwinkel ϑ_i, ν_i (Abb. 328).

Belastung von Pfosten und Riegel; Umordnung der Belastung in den symmetrischen und den antisymmetrischen Anteil:

$$\left. \begin{aligned} \mu_J &= \frac{\varphi_J - \chi_J}{2}, & \mu_i &= \frac{\vartheta_i - \nu_i}{2} = 0, \\ \varrho_J &= \frac{\varphi_J + \chi_J}{2}, & \varrho_i &= \frac{\vartheta_i + \nu_i}{2} = \psi_i. \end{aligned} \right\} \quad (592)$$

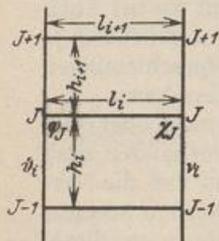


Abb. 328.

Symmetrischer Anteil:

$$\varrho_J = 0; \quad \mu_J = {}^{(1)}\varphi_J = -{}^{(1)}\chi_J \neq 0, \quad \psi_i = {}^{(1)}\vartheta_i = {}^{(1)}\nu_i = 0.$$

Statische Bedingung: Kette ${}^{(1)}\Gamma_J$, Bewegungszustand $\dot{\mu}_J = 1$: $\dot{\varphi}_J = 1, -\dot{\chi}_J = 1$.

$${}^{(1)}\delta A_J = \mu_{J-1} {}^{(1)}a_{J(J-1)} + \mu_J {}^{(1)}a_{JJ} + \mu_{J+1} {}^{(1)}a_{J(J+1)} + {}^{(1)}a_{J0} = 0, \quad (593)$$

$${}^{(1)}a_{J(J-1)} = -2\left(\frac{2}{h'_i}\right), \quad {}^{(1)}a_{JJ} = -2\left(\frac{2}{l'_i} + \frac{4}{h'_i} + \frac{4}{h'_{i+1}}\right), \quad {}^{(1)}a_{J(J+1)} = -2\left(\frac{2}{h'_{i+1}}\right),$$

$${}^{(1)}a_{J0} = -2(M_{J0}^{(1)} + M_{J0}^{(2)} + M_{J0}^{(3)}).$$

Antimetrischer Anteil:

$$\mu_J = 0, \quad \rho_J = {}^{(2)}\varphi_J = {}^{(2)}\chi_J \neq 0, \quad \psi_i = {}^{(2)}\vartheta_i = {}^{(2)}\nu_i \neq 0.$$

Statische Bedingungen: Kette ${}^{(2)}\Gamma_J$, Bewegungszustand $\rho_J = 1$: $\dot{\varphi}_J = 1, \dot{\chi}_J = 1$.

$$\left. \begin{aligned} {}^{(2)}\delta A_J &= \rho_{J-1} {}^{(2)}a_{J(J-1)} + \rho_J {}^{(2)}a_{JJ} + \rho_{J+1} {}^{(2)}a_{J(J+1)} \\ &+ \psi_i {}^{(2)}a_{Ji} + \psi_{i+1} {}^{(2)}a_{J(i+1)} + {}^{(2)}a_{J0} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (594)$$

Kette ${}^{(2)}\Gamma_i$, Bewegungszustand: $\dot{\psi}_i = 1, \dot{\vartheta}_i = 1, \dot{\nu}_i = 1$.

$${}^{(2)}\delta A_i = \rho_{J-1} {}^{(2)}a_{i(J-1)} + \rho_J {}^{(2)}a_{iJ} + \psi_i {}^{(2)}a_{ii} + {}^{(2)}a_{i0} = 0, \quad (595)$$

$${}^{(2)}a_{J(J-1)} = -2 \left(\frac{2}{h'_i} \right), \quad {}^{(2)}a_{JJ} = -2 \left(\frac{6}{h'_i} + \frac{4}{h'_i} + \frac{4}{h'_{i+1}} \right), \quad {}^{(2)}a_{J(J+1)} = -2 \left(\frac{2}{h'_{i+1}} \right),$$

$${}^{(2)}a_{Ji} = {}^{(2)}a_{iJ} = {}^{(2)}a_{i(J-1)} = 2 \left(\frac{6}{h'_i} \right), \quad {}^{(2)}a_{J(i+1)} = {}^{(2)}a_{(i+1)J} = 2 \left(\frac{6}{h'_{i+1}} \right), \quad {}^{(2)}a_{ii} = -2 \left(\frac{12}{h'_i} \right),$$

$${}^{(2)}a_{J0} = -2(M_{J0}^{(i)} + M_{J0}^{(i)} + M_{J0}^{(i-1)}), \quad {}^{(2)}a_{i0} = 2(M_0^{(i)} + h_i \sum^N W_K).$$

(Die Indizes $(i), (i+1)$ bezeichnen die Pfosten, der Index N den obersten Riegel.)

Die Gl. (593) zur Berechnung der Gruppenverschiebungen μ_J sind dreigliedrig. Die Gl. (594) mit den Unbekannten ρ_J erhalten nach Substitution der unbekanntenen Komponenten ψ_i aus den Ansätzen (595) für ${}^{(2)}\delta A_i = 0$ dieselbe Form. Sie werden nach Abschnitt 29 aufgelöst. Die Ergebnisse dienen zunächst zur Berechnung von ψ_i , so daß sich die Anschlußmomente für den symmetrischen und für den antimetrischen Belastungsanteil und daraus diejenigen für die vorgeschriebene Belastung angeben lassen.

Symmetrischer Stockwerkrahmen mit vier Pfosten. Symmetrisch zugeordnete Knotendrehwinkel φ_J, χ_J und φ_K, χ_K , symmetrisch zugeordnete Stabdrehwinkel $\vartheta_i = \vartheta_k$ und $\nu_i = \nu_k$ (Abb. 329).

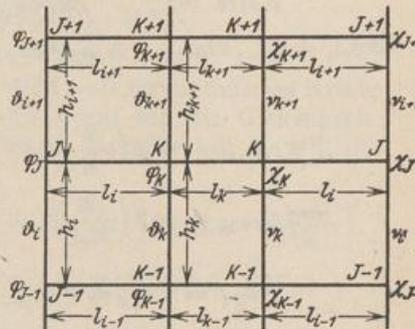


Abb. 329.

Belastung der äußeren Pfosten und der Riegel;
Umordnung der Belastung in den symmetrischen und den antimetrischen Anteil.

$$\left. \begin{aligned} \mu_J &= \frac{\varphi_J - \chi_J}{2}, & \mu_K &= \frac{\varphi_K - \chi_K}{2}, & \mu_i &= \frac{\vartheta_i - \nu_i}{2} = 0, \\ \rho_J &= \frac{\varphi_J + \chi_J}{2}, & \rho_K &= \frac{\varphi_K + \chi_K}{2}, & \rho_i &= \frac{\vartheta_i + \nu_i}{2} = \psi_i. \end{aligned} \right\} \quad (596)$$

Symmetrischer Anteil: $\rho_J = 0, \quad \mu_J = {}^{(1)}\varphi_J = -{}^{(1)}\chi_J \neq 0;$

$$\rho_K = 0, \quad \mu_K = {}^{(1)}\varphi_K = -{}^{(1)}\chi_K \neq 0; \quad \psi_i = {}^{(1)}\vartheta_i = {}^{(1)}\nu_i = 0.$$

Statische Bedingungen: Kette ${}^{(1)}\Gamma_J$, Bewegungszustand $\rho_J = 1$: $\dot{\varphi}_J = 1, -\dot{\chi}_J = 1$.

$$\left. \begin{aligned} {}^{(1)}\delta A_J &= \mu_{J-1} {}^{(1)}a_{J(J-1)} + \mu_J {}^{(1)}a_{JJ} + \mu_{J+1} {}^{(1)}a_{J(J+1)} \\ &+ \mu_K {}^{(1)}a_{JK} + {}^{(1)}a_{J0} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (597)$$

Kette ${}^{(1)}\Gamma_K$, Bewegungszustand $\rho_K = 1$: $\dot{\varphi}_K = 1, -\dot{\chi}_K = 1$,

$$\left. \begin{aligned} {}^{(1)}\delta A_K &= \mu_J {}^{(1)}a_{KJ} + \mu_{K-1} {}^{(1)}a_{K(K-1)} + \mu_K {}^{(1)}a_{KK} \\ &+ \mu_{K+1} {}^{(1)}a_{K(K+1)} + {}^{(1)}a_{K0} = 0, \end{aligned} \right\} \quad (598)$$