Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Symmetrischer Stockwerkrahmen mit vier Pfosten

---

urn:nbn:de:hbz:466:1-74292

Antimetrischer Anteil:

$$\mu_J = 0\,, \qquad \varrho_J = {}^{(2)}\varphi_J = {}^{(2)}\chi_J \neq 0\,, \qquad \psi_i = {}^{(2)}\vartheta_i = {}^{(2)}\nu_i \neq 0\,.$$

Statische Bedingungen: Kette ${}^{(2)}\Gamma_J$, Bewegungszustand $\varrho_J = 1$: $\dot\varphi_J = 1$, $\dot\chi_J = 1$.

$$\left.\begin{aligned} {}^{(2)}\delta A_J = \varrho_{J-1}\,{}^{(2)}a_{J(J-1)} + \varrho_J\,{}^{(2)}a_{JJ} + \varrho_{J+1}\,{}^{(2)}a_{J(J+1)} \\ + \psi_i\,{}^{(2)}a_{Ji} + \psi_{i+1}\,{}^{(2)}a_{J(i+1)} + {}^{(2)}a_{J0} = 0\,. \end{aligned}\right\} \tag{594}$$

Kette ${}^{(2)}\Gamma_i$, Bewegungszustand: $\dot\psi_i = 1$, $\dot\vartheta_i = 1$, $\dot\nu_i = 1$.

$${}^{(2)}\delta A_i = \varrho_{J-1}\,{}^{(2)}a_{i(J-1)} + \varrho_J\,{}^{(2)}a_{iJ} + \psi_i\,{}^{(2)}a_{ii} + {}^{(2)}a_{i0} = 0\,, \tag{595}$$

$${}^{(2)}a_{J(J-1)} = -2\left(\frac{2}{h_i'}\right), \quad {}^{(2)}a_{JJ} = -2\left(\frac{6}{l_i'} + \frac{4}{h_i'} + \frac{4}{h_{i+1}'}\right), \quad {}^{(2)}a_{J(J+1)} = -2\left(\frac{2}{h_{i+1}'}\right),$$

$${}^{(2)}a_{Ji} = {}^{(2)}a_{iJ} = {}^{(2)}a_{i(J-1)} = 2\left(\frac{6}{h_i'}\right), \quad {}^{(2)}a_{J(i+1)} = {}^{(2)}a_{(i+1)J} = 2\left(\frac{6}{h_{i+1}'}\right), \quad {}^{(2)}a_{ii} = -2\left(\frac{12}{h_i'}\right),$$

$${}^{(2)}a_{J0} = -2\left(M_{J0}^{(i)} + M_{J0}^{(j)} + M_{J0}^{(\overline{i+1})}\right), \qquad {}^{(2)}a_{i0} = 2\left(M_0^{(i)} + h_i \sum_J^N W_K\right).$$

(Die Indizes $(\bar{i})$, $(\overline{i+1})$ bezeichnen die Pfosten, der Index N den obersten Riegel.)

Die Gl. (593) zur Berechnung der Gruppenverschiebungen μ_J sind dreigliedrig. Die Gl. (594) mit den Unbekannten ϱ_J erhalten nach Substitution der unbekannten Komponenten ψ_i aus den Ansätzen (595) für ${}^{(2)}\delta A_i = 0$ dieselbe Form. Sie werden nach Abschnitt 29 aufgelöst. Die Ergebnisse dienen zunächst zur Berechnung von ψ_i, so daß sich die Anschlußmomente für den symmetrischen und für den antimetrischen Belastungsanteil und daraus diejenigen für die vorgeschriebene Belastung angeben lassen.

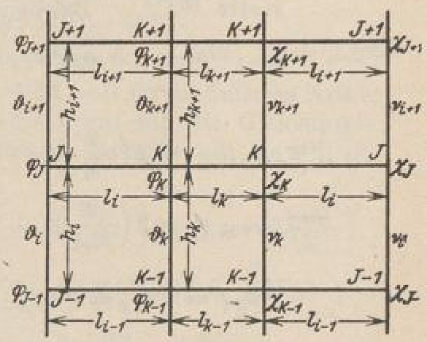

Abb. 329.

Symmetrischer Stockwerkrahmen mit vier Pfosten. Symmetrisch zugeordnete Knotendrehwinkel φ_J, χ_J und φ_K, χ_K, symmetrisch zugeordnete Stabdrehwinkel $\vartheta_i = \vartheta_k$ und $\nu_i = \nu_k$ (Abb. 329).

Belastung der äußeren Pfosten und der Riegel; Umordnung der Belastung in den symmetrischen und den antimetrischen Anteil.

$$\left.\begin{aligned} \mu_J &= \frac{\varphi_J - \chi_J}{2}, & \mu_K &= \frac{\varphi_K - \chi_K}{2}, & \mu_i &= \frac{\vartheta_i - \nu_i}{2} = 0\,, \\ \varrho_J &= \frac{\varphi_J + \chi_J}{2}, & \varrho_K &= \frac{\varphi_K + \chi_K}{2}, & \varrho_i &= \frac{\vartheta_i + \nu_i}{2} = \psi_i\,. \end{aligned}\right\} \tag{596}$$

Symmetrischer Anteil: $\varrho_J = 0$, $\quad \mu_J = {}^{(1)}\varphi_J = -\,{}^{(1)}\chi_J \neq 0$;

$$\varrho_K = 0\,, \qquad \mu_K = {}^{(1)}\varphi_K = -\,{}^{(1)}\chi_K \neq 0\,; \qquad \psi_i = {}^{(1)}\vartheta_i = {}^{(1)}\nu_i = 0\,.$$

Statische Bedingungen: Kette ${}^{(1)}\Gamma_J$, Bewegungszustand $\dot\mu_J = 1$: $\dot\varphi_J = 1$, $-\dot\chi_J = 1$.

$$\left.\begin{aligned} {}^{(1)}\delta A_J = \mu_{J-1}\,{}^{(1)}a_{J(J-1)} + \mu_J\,{}^{(1)}a_{JJ} + \mu_{J+1}\,{}^{(1)}a_{J(J+1)} \\ + \mu_K\,{}^{(1)}a_{JK} + {}^{(1)}a_{J0} = 0\,. \end{aligned}\right\} \tag{597}$$

Kette ${}^{(1)}\Gamma_K$, Bewegungszustand $\dot\mu_K = 1$: $\dot\varphi_K = 1$, $-\dot\chi_K = 1$,

$$\left.\begin{aligned} {}^{(1)}\delta A_K = \mu_J\,{}^{(1)}a_{KJ} + \mu_{K-1}\,{}^{(1)}a_{K(K-1)} + \mu_K\,{}^{(1)}a_{KK} \\ + \mu_{K+1}\,{}^{(1)}a_{K(K+1)} + {}^{(1)}a_{K0} = 0\,, \end{aligned}\right\} \tag{598}$$

$$ {}^{(1)}a_{JJ} = -2\left(\frac{4}{l_i'} + \frac{4}{h_i'} + \frac{4}{h_{i+1}'}\right), \qquad {}^{(1)}a_{KK} = -2\left(\frac{2}{l_k'} + \frac{4}{l_i'} + \frac{4}{h_k'} + \frac{4}{h_{k+1}'}\right), $$

$$ {}^{(1)}a_{JK} = -2\left(\frac{2}{l_i'}\right), \qquad {}^{(1)}a_{J0} = -2\left(M_{J0}^{(i)} + M_{J0}^{(\bar{i})} + M_{J0}^{(\overline{i+1})}\right), $$

$$ a_{K0}^{(1)} = -2\left(M_{K0}^{(i)} + M_{K0}^{(k)} + M_{K0}^{(\bar{k})} + M_{K0}^{(\overline{k+1})}\right). $$

Die übrigen Vorzahlen erhalten denselben Betrag wie beim Stockwerkrahmen mit zwei Pfosten.

Antimetrischer Anteil: $\mu_J = 0, \quad \varrho_J = {}^{(2)}\varphi_J = {}^{(2)}\chi_J \neq 0;$

$$ \mu_K = 0, \qquad \varrho_K = {}^{(2)}\varphi_K = {}^{(2)}\chi_K \neq 0; \qquad \psi_i = {}^{(2)}\vartheta_i = {}^{(2)}\nu_i \neq 0. $$

Statische Bedingungen: Kette ${}^{(2)}\Gamma_J$, Bewegungszustand $\dot{\varrho}_J = 1$: $\dot{\varphi}_J = 1$, $\dot{\chi}_J = 1$.

$$ \left.\begin{aligned} {}^{(2)}\delta A_J = \varrho_{J-1}\,{}^{(2)}a_{J(J-1)} + \varrho_J\,{}^{(2)}a_{JJ} + \varrho_{J+1}\,{}^{(2)}a_{J(J+1)} + \varrho_K\,{}^{(2)}a_{JK} \\ + \psi_i\,{}^{(2)}a_{Ji} + \psi_{i+1}\,{}^{(2)}a_{J(i+1)} + {}^{(2)}a_{J0} = 0, \end{aligned}\right\} \tag{599} $$

Kette ${}^{(2)}\Gamma_K$, Bewegungszustand $\dot{\varrho}_K = 1$, $\dot{\varphi}_K = 1$, $\dot{\chi}_K = 1$,

$$ \left.\begin{aligned} {}^{(2)}\delta A_K = \varrho_J\,{}^{(2)}a_{KJ} + \varrho_{K-1}\,{}^{(2)}a_{K(K-1)} + \varrho_K\,{}^{(2)}a_{KK} + \varrho_{K+1}\,{}^{(2)}a_{K(K+1)} \\ + \psi_i\,{}^{(2)}a_{Ki} + \psi_{i+1}\,{}^{(2)}a_{K(i+1)} + {}^{(2)}a_{K0} = 0, \end{aligned}\right\} \tag{600} $$

Kette ${}^{(2)}\Gamma_i$, Bewegungszustand $\dot{\psi}_i = 1$: $\vartheta_i = 1$, $\nu_i = 1$.

$$ \left.\begin{aligned} {}^{(2)}\delta A_i = \varrho_{J-1}\,{}^{(2)}a_{i(J-1)} + \varrho_J\,{}^{(2)}a_{iJ} + \varrho_{K-1}\,{}^{(2)}a_{i(K-1)} + \varrho_K\,{}^{(2)}a_{iK} \\ + \psi_i\,{}^{(2)}a_{ii} + {}^{(2)}a_{i0} = 0, \end{aligned}\right\} \tag{601} $$

$$ {}^{(2)}a_{J(J-1)} = -2\left(\frac{2}{h_i'}\right), \qquad {}^{(2)}a_{JJ} = -2\left(\frac{4}{l_i'} + \frac{4}{h_i'} + \frac{4}{h_{i+1}'}\right), $$

$$ {}^{(2)}a_{J(J+1)} = -2\left(\frac{2}{h_{i+1}'}\right), \qquad {}^{(2)}a_{JK} = {}^{(2)}a_{KJ} = -2\left(\frac{2}{l_i'}\right), $$

$$ {}^{(2)}a_{Ji} = {}^{(2)}a_{iJ} = {}^{(2)}a_{i(J-1)} = 2\left(\frac{6}{h_i'}\right), \qquad {}^{(2)}a_{J(i+1)} = \cdot 2\left(\frac{6}{h_{i+1}'}\right), $$

$$ {}^{(2)}a_{J0} = -2\left(M_{J0}^{(i)} + M_{J0}^{(\bar{i})} + M_{J0}^{(\overline{i+1})}\right), \qquad {}^{(2)}a_{K(K-1)} = -2\left(\frac{2}{h_k'}\right), $$

$$ {}^{(2)}a_{KK} = -2\left(\frac{4}{l_i'} + \frac{4}{h_k'} + \frac{4}{h_{k+1}'} + \frac{6}{l_k'}\right), \qquad {}^{(2)}a_{K(K+1)} = -2\left(\frac{2}{h_{k+1}'}\right), $$

$$ {}^{(2)}a_{Ki} = {}^{(2)}a_{iK} = {}^{(2)}a_{i(K-1)} = 2\left(\frac{6}{h_k'}\right), \qquad {}^{(2)}a_{K(i+1)} = 2\left(\frac{6}{h_{k+1}'}\right), $$

$$ {}^{(2)}a_{K0} = -2\left(M_{K0}^{(i)} + M_{K0}^{(k)}\right), \qquad {}^{(2)}a_{ii} = -2\left(\frac{12}{h_i'} + \frac{12}{h_k'}\right), $$

$$ {}^{(2)}a_{i0} = 2\left(M_0^{(\bar{i})} + h_i \sum_J^N W_K\right). $$

(Die Indizes $(\bar{i})$ $(\overline{i+1})$ bezeichnen die Pfosten, der Index N den obersten Riegel.)

Die Gleichungen (601) werden zur Substitution der unabhängigen Komponenten ψ_i, ψ_{i+1} in den Gleichungen (599) und (600) verwendet. Diese enthalten dann dieselben sechs Gruppenverschiebungen $\varrho_{J-1} \cdots \varrho_{K+1}$. Der antimetrische Teil des Ansatzes besteht also aus sechsgliedrigen Bedingungsgleichungen. Die Gleichungen (597), (598) des symmetrischen Teils verknüpfen vier unbekannte Gruppenverschiebungen μ.