



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

43. Die Berechnung der Anschlußkräfte aus den Drehwinkeln τ der
Endtangente

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

Bei einer Windbelastung von $0,125 \text{ t/m}^2$ und einem Binderabstand von $5,2 \text{ m}$ ist $w = 5,2 \cdot 0,125 = 0,65 \text{ t/m}$. Dabei entstehen die Stabmomente der Abb. 336. Diese bestimmen die für jeden Pfosten oder Riegel konstanten Querkräfte, aus denen dann die Längskräfte in Verbindung mit den Lasten W_K durch die Bedingungen für das Gleichgewicht am Stabknoten (522) berechnet werden. Die Längskräfte der Riegel im Mittelfeld sind infolge Antimetrie der Belastung Null.

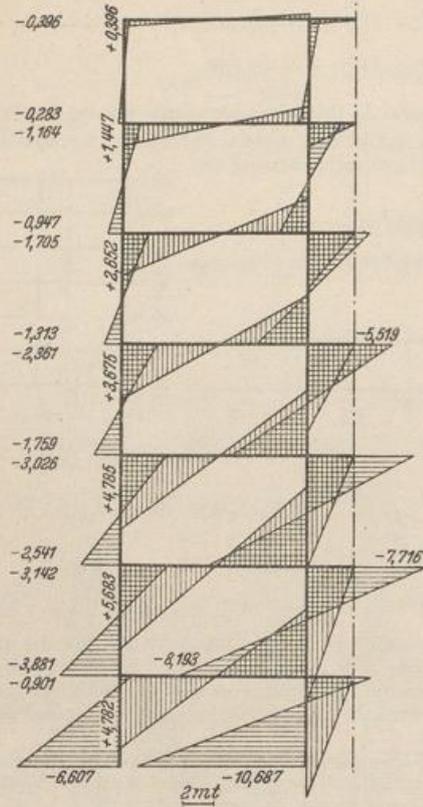


Abb. 336.

8. Nachprüfung der Rechnung. Die Richtigkeit der Ergebnisse ist bewiesen, wenn die Bedingungen $\delta A_J = 0$ und $\delta A_c = 0$ durch die Stabmomente erfüllt sind.

$$\delta A_N = -2,098 + 1,132 + 1,535 - 0,568 = -0,001 \approx 0,$$

$$\begin{aligned} \delta A_b &= 1_b \cdot 2 (M_A^{(b)} + M_B^{(b)} + M_H^{(b)} + M_J^{(b)}) \\ &\quad + 1_b h_b \sum_B W_k, \text{ (Abb. 337)} \\ &= 2(-3,881 - 3,142 - 8,193 - 7,716) \\ &\quad + 3,6 \cdot 0,65 \cdot 19,6 \\ &= -45,864 + 45,864 = 0. \end{aligned}$$

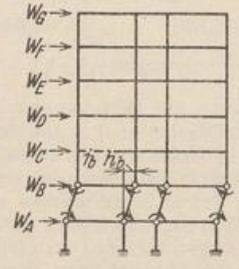


Abb. 337.

43. Die Berechnung der Anschlußkräfte aus den Drehwinkeln τ der Endtangente.

Der Verschiebungszustand eines Stabwerks mit r freien Knoten und t abgestützten Stabenden kann nach S. 306 auch durch die Verdrehung $\tau_J^{(h)}$ der Endtangente der Stäbe (h) am Knoten J relativ zu dem verformten Stabnetz $J'K'$ beschrieben werden (Abb. 285). Die unbekannt Winkel $\tau_J^{(h)}$ treten im Ansatz an die Stelle der Knotendrehwinkel φ_J , so daß darin $f = f_1 + s_2$ (vgl. S. 313) unabhängige Komponenten ψ_c und $2s$ Drehwinkel $\tau_J^{(h)}$, zusammen also $2s + f$ unbekannte Komponenten auftreten. Sie sind an den r Stabknoten durch $(2s - r - t)$ Kontinuitätsbedingungen

$$\tau_J^{(h)} + \vartheta_h = \tau_J^{(h+1)} + \vartheta_{h+1}, \tag{603}$$

an den abgestützten Stabenden durch t geometrische oder statische Randbedingungen $\varphi_A = 0$ oder $M_A = 0$ verknüpft und müssen $r + f$ Gleichgewichtsbedingungen $\delta A_J = 0$, $\delta A_c = 0$ erfüllen, welche für die Komponenten φ_J, ψ_c gelten. Zur Berechnung der $2s + f$ unbekannt Komponenten stehen ebenso viele Gleichungen zur Verfügung. Die Lösung ist eindeutig (Abb. 338). Dasselbe gilt auch für Stabwerke, deren Elemente (g) durch reibungslose Gelenke mit den Stabknoten G verbunden sind. An die Stelle der Kontinuitätsbedingungen (603) treten hier statische Bedingungen $M_G^{(g)} = 0$. Die

Verwendung der Drehwinkel $\tau_J^{(h)}$ kann daher auch als algebraische Transformation des Ansatzes φ_J, ψ_c auf S. 320 angesehen werden.

Die äußeren Kräfte der Abschnitte (h) sind auf S. 307 in die Belastung \mathfrak{B} und in die statisch unbestimmten Anschlußkräfte $M_J^{(h)}, M_K^{(h)}, N_K^{(h)}$ zerlegt worden. Jede Gruppe steht mit den ihr zugeordneten statisch bestimmten Anschlußkräften im Gleichgewicht und ändert die Form des Stabes. Die Gruppe \mathfrak{B} erzeugt die Anteile $\tau_{J_0}^{(h)}, \tau_{K_0}^{(h)}$, die Gruppe der statisch unbestimmten Kräfte die Anteile $\tau_{JM}^{(h)}, \tau_{KM}^{(h)}$.

$$\tau_J^{(h)} = \tau_{J_0}^{(h)} + \tau_{JM}^{(h)}, \quad \tau_K^{(h)} = \tau_{K_0}^{(h)} + \tau_{KM}^{(h)}. \quad (604)$$

Die Drehwinkel $\tau_{J_0}^{(h)}$ sind für jede Belastung \mathfrak{B}_h des Stabes bekannt (Tabelle 17). Die Drehwinkel $\tau_{JM}^{(h)}, \tau_{KM}^{(h)}$ können nach Abschn. 18 als Funktionen der Anschlußkräfte $M_J^{(h)}, M_K^{(h)}, N_K^{(h)}$ angegeben werden. Ihr EJ_c facher Beitrag ist bei geraden Stäben (h) mit konstantem Trägheitsmoment J_h

$$\left. \begin{aligned} \tau_{JM}^{(h)} &= \frac{l_h}{6} (2 M_J^{(h)} - M_K^{(h)}), \\ \tau_{KM}^{(h)} &= \frac{l_h}{6} (2 M_K^{(h)} - M_J^{(h)}), \end{aligned} \right\} \quad (605)$$

so daß

$$\left. \begin{aligned} M_J^{(h)} &= \frac{2}{l_h} (2 \tau_{JM}^{(h)} + \tau_{KM}^{(h)}), \\ M_K^{(h)} &= \frac{2}{l_h} (2 \tau_{KM}^{(h)} + \tau_{JM}^{(h)}), \\ M^{(h)} &= M_J^{(h)} + M_K^{(h)} \\ &= \frac{6}{l_h} (\tau_{JM}^{(h)} + \tau_{KM}^{(h)}). \end{aligned} \right\} \quad (606)$$

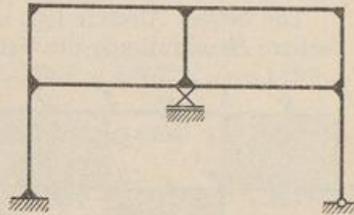


Abb. 338.

$s=9, r=6, t=2, f=f_1=2, m=0,$
 $2s+f=20$ Unbekannte,
 $2s-r-t-m=10$ Kontinuitätsbedingungen,
 $t=2$ Randbedingungen,
 $r=6$ Gleichungen $\delta A_J=0,$
 $f=f_1=2$ Gleichungen $\delta A_c=0.$

Der Drehsinn der Anschlußmomente und Drehwinkel ist dabei nach S. 306 in der Uhrzeigerbewegung positiv gerechnet worden.

Bei Stäben mit zwei Gelenken in J und K ist

$$\tau_{JM}^{(g)} = \tau_{KM}^{(g)} = 0 \quad \text{und} \quad \tau_J^{(g)} = \tau_{J_0}^{(g)}, \quad \tau_K^{(g)} = \tau_{K_0}^{(g)},$$

bei einem steifen Anschluß J und einem gelenkigen Anschluß G ist mit $J_g = \text{const}$

$$\tau_{GM}^{(g)} = -\frac{1}{2} \tau_{JM}^{(g)}, \quad \tau_{JM}^{(g)} = \frac{l_g}{3} M_J^{(g)}, \quad M_J^{(g)} = \frac{3}{l_g} \tau_{JM}^{(g)}. \quad (607)$$

Daher sind $(2s + f)$ unabhängige Komponenten $\tau_{JM}^{(h)}, \psi_c$ aus $(2s - r - t)$ Kontinuitätsbedingungen (603), t Randbedingungen und $(r + f)$ Gleichgewichtsbedingungen $\delta A_J = 0, \delta A_c = 0$, also aus ebenso vielen Gleichungen auszurechnen.

Die Stabdrehwinkel ϑ_h zerfallen nach (526) in einen Anteil ϑ_{h_0} und in eine lineare Funktion der unabhängigen Komponenten ψ_c . Der Beitrag ϑ_{h_0} bezeichnet ebenso wie auf S. 318 den Stabdrehwinkel des geometrisch bestimmten Hauptsystems infolge der Änderung $\varepsilon_{h_0} l_h$ der Stablängen durch Längskräfte N_{h_0} und Temperaturwechsel t .

$$\vartheta_h = \vartheta_{h_0} + \sum \psi_c \vartheta_{hc}. \quad (608)$$

Ansatz. Zur Berechnung der $2s + f$ unbekanntenen unabhängigen Komponenten $\tau_{JM}^{(h)}, \psi_c$ werden die $r + f$ statischen Bedingungen $\delta A_J = 0, \delta A_c = 0$ durch $(2s - r)$ Bedingungen für die winkeltreue Verformung ergänzt.

$$\tau_{JM}^{(h)} + \tau_{J_0}^{(h)} + \vartheta_{h_0} + \sum \psi_c \vartheta_{hc} = \tau_{JM}^{(h+1)} + \tau_{J_0}^{(h+1)} + \vartheta_{(h+1)0} + \sum \psi_c \vartheta_{(h+1)c}. \quad (609)$$

Mit diesen werden die $2s$ unabhängigen Komponenten $\tau_{JM}^{(h)}$ zuerst auf r ausgezeichnete Drehwinkel $\tau_{JM}^{(r)}$ bezogen, von denen jeder einem der r Knoten J zugeordnet ist. Die statischen Bedingungen $\delta A_J = 0, \delta A_c = 0$ gelten für die Belastung \mathfrak{B}_h und die

Stabendmomente $M_J^{(h)}, M_K^{(h)}$. Diese sind nach (606) zunächst Funktionen der unbekanntenen Komponenten $\tau_{JM}^{(h)}, \tau_{KM}^{(h)}, \psi_c$ des Verschiebungszustandes und werden mit den Kontinuitätsbedingungen (603) als Funktionen der ausgezeichneten Komponenten $\tau_{JM}^{(j)}, \psi_c$ des Verschiebungszustandes und der bekannten, durch $\mathfrak{P}_h, t, \Delta_e$ bestimmten Drehwinkel $\tau_{J_0}^{(h)}, \vartheta_{h,0}$ entwickelt. Die unbekanntenen Drehwinkel $\tau_{JM}^{(j)}$ treten in diesem Ansatz an die Stelle der Knotendrehwinkel φ_J . Die Gleichungen sind symmetrisch und werden ebenso wie auf S. 330 aufgelöst. Die übrigen Drehwinkel $\tau_{JM}^{(h)}$ und ϑ_h ergeben sich durch Rekursion aus den Kontinuitätsbedingungen. Damit sind auch die Winkel $\tau^{(j)} = \tau_{J_0}^{(j)} + \tau_{JM}^{(j)}, \varphi_J = \tau^{(j)} + \vartheta_h$ des Verschiebungszustandes bekannt. Die Anschlußmomente werden aus dem Drehwinkel $\tau_{JM}^{(h)}$ nach (606) berechnet. Das Ergebnis läßt sich ebenso wie auf S. 331 durch geeignete statische Bedingungen nachprüfen.

Die beiden Ansätze (φ_J, ψ_c) und $(\tau_{JM}^{(h)}, \psi_c)$ führen zu dem gleichen Ziel. Die einfachere Beschreibung des Verschiebungszustandes der Knotenkette durch die Komponenten φ_J und ψ_c wird durch die längere Entwicklung der Schnittkräfte als Funktion von $M_{J_0}^{(h)}, \varphi_J, \varphi_K, \vartheta_h$ ausgeglichen.

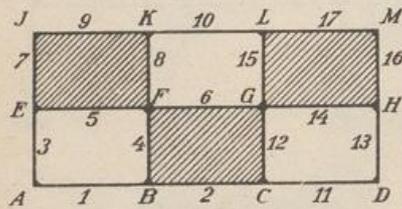


Abb. 339.

Berechnung eines Silorahmens mit der in Abb. 339 angegebenen Belastung.

$\overline{JM} = 3l, \overline{AJ} = 2h, l/h = \lambda$. Das Trägheitsmoment J der Stäbe ist konstant. System und Belastung sind zur senkrechten Mittellinie symmetrisch, die Stabdrehwinkel durch die Art der Stützung Null.

1. Bedingungen für die winkeltreue Verformung der Stäbe am Knoten:

$$\left. \begin{aligned} \tau_{AM}^{(1)} &= \tau_{AM}^{(3)} & \tau_{BM}^{(1)} &= \tau_{B_0}^{(2)} + \tau_{BM}^{(2)} & \tau_{F_0}^{(4)} + \tau_{FM}^{(4)} &= \tau_{F_0}^{(8)} + \tau_{FM}^{(8)} \\ \tau_{EM}^{(3)} &= \tau_{E_0}^{(5)} + \tau_{EM}^{(5)} & \tau_{BM}^{(1)} &= \tau_{B_0}^{(4)} + \tau_{BM}^{(4)} & \tau_{K_0}^{(8)} + \tau_{KM}^{(8)} &= \tau_{K_0}^{(9)} + \tau_{KM}^{(9)} \\ \tau_{EM}^{(3)} &= \tau_{E_0}^{(7)} + \tau_{EM}^{(7)} & \tau_{F_0}^{(4)} + \tau_{FM}^{(4)} &= \tau_{F_0}^{(5)} + \tau_{FM}^{(5)} & \tau_{K_0}^{(8)} + \tau_{KM}^{(8)} &= \tau_{KM}^{(10)} \\ \tau_{J_0}^{(7)} + \tau_{JM}^{(7)} &= \tau_{J_0}^{(9)} + \tau_{JM}^{(9)} & \tau_{F_0}^{(4)} + \tau_{FM}^{(4)} &= \tau_{F_0}^{(6)} + \tau_{FM}^{(6)} & & \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

2. Bedingungen für das Gleichgewicht der Anschlußmomente an den 6 Knotenpunkten der linken Hälfte des Stabwerks:

$$\left. \begin{aligned} (2\tau_{AM}^{(1)} + \tau_{BM}^{(1)}) + (2\tau_{AM}^{(3)} + \tau_{EM}^{(3)})\lambda &= 0 \\ (2\tau_{EM}^{(3)} + \tau_{AM}^{(3)})\lambda + (2\tau_{EM}^{(5)} + \tau_{FM}^{(5)}) + (2\tau_{EM}^{(7)} + \tau_{JM}^{(7)})\lambda &= 0 \\ (2\tau_{JM}^{(7)} + \tau_{EM}^{(7)})\lambda + (2\tau_{JM}^{(9)} + \tau_{KM}^{(9)}) &= 0 \\ (2\tau_{BM}^{(1)} + \tau_{AM}^{(1)}) + (2\tau_{BM}^{(4)} + \tau_{FM}^{(4)})\lambda + \tau_{BM}^{(2)} &= 0 \\ (2\tau_{FM}^{(4)} + \tau_{BM}^{(4)})\lambda + (2\tau_{FM}^{(8)} + \tau_{KM}^{(8)})\lambda + (2\tau_{FM}^{(5)} + \tau_{EM}^{(5)}) + \tau_{FM}^{(6)} &= 0 \\ (2\tau_{KM}^{(8)} + \tau_{JM}^{(8)}) + \tau_{KM}^{(10)} + (2\tau_{KM}^{(9)} + \tau_{FM}^{(9)})\lambda &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (b)$$

Aus der Symmetrie der Belastung der einzelnen Zellen folgt

$$\begin{aligned} +\tau_{J_0}^{(7)} &= -\tau_{E_0}^{(7)} = -\tau_{K_0}^{(8)} = +\tau_{F_0}^{(8)} = +\tau_{F_0}^{(4)} = -\tau_{B_0}^{(4)} = \frac{p h^3}{24 E J} = \beta, \\ -\tau_{J_0}^{(9)} &= +\tau_{K_0}^{(9)} = +\tau_{B_0}^{(5)} = -\tau_{F_0}^{(5)} = -\tau_{F_0}^{(6)} = +\tau_{E_0}^{(6)} = \frac{p l^3}{24 E J} = \alpha. \end{aligned}$$

3. Die Gleichgewichtsbedingungen (b) enthalten in Verbindung mit (a) 6 ausgezeichnete Drehwinkel, von denen jeder einem der 6 Stabknoten zugeordnet ist.

$$\begin{aligned} \tau_{AM}^{(1)}(2 + 2\lambda) + \tau_{BM}^{(1)} + \tau_{EM}^{(5)}\lambda + \lambda\alpha &= 0, \\ \tau_{AM}^{(1)}\lambda + \tau_{EM}^{(5)}(4\lambda + 2) + \tau_{FM}^{(5)} + \tau_{JM}^{(9)}\lambda + 3\lambda\alpha + \lambda\beta &= 0, \\ \tau_{JM}^{(9)}(2 + 2\lambda) + \tau_{EM}^{(5)}\lambda + \tau_{KM}^{(10)} - \alpha(\lambda + 1) - \lambda\beta &= 0, \\ \tau_{AM}^{(1)} + \tau_{BM}^{(1)}(3 + 2\lambda) + \tau_{FM}^{(5)}\lambda - \alpha(\lambda + 1) + \lambda\beta &= 0, \\ \tau_{FM}^{(5)}(4\lambda + 3) + \tau_{BM}^{(1)}\lambda + \tau_{EM}^{(5)} + \tau_{KM}^{(10)}\lambda - 4\lambda\alpha - 3\lambda\beta &= 0, \\ \tau_{KM}^{(10)}(2\lambda + 3) + \tau_{JM}^{(9)} + \tau_{FM}^{(5)}\lambda - \alpha(2 + \lambda) + \lambda\beta &= 0. \end{aligned}$$

Ergebnis der Elimination mit $l/h = \lambda = 2$, $\alpha = 8\beta$ nach Umordnung der Gleichungen in eine symmetrische Matrix:

$$\begin{aligned} \tau_{KM}^{(10)} &= +1,6\beta, & \tau_{EM}^{(1)} &= +1,453589\beta, & \tau_{FM}^{(5)} &= +6,204838\beta, \\ \tau_{EM}^{(5)} &= -6,754972\beta, & \tau_{JM}^{(9)} &= +6,318324\beta, & \tau_{AM}^{(1)} &= -0,657274\beta. \end{aligned}$$

Durch Rekursion ist:

$$\begin{aligned} \tau_{AM}^{(3)} &= +0,657274\beta, & \tau_{EM}^{(7)} &= -6,754972\beta + 8\beta + 1 = +2,245028\beta, \\ \tau_{EM}^{(3)} &= +1,245028\beta, & \tau_{JM}^{(7)} &= +6,318324\beta - 8\beta - \beta = -2,681676\beta, \\ \tau_{EM}^{(2)} &= -0,546411\beta. \end{aligned}$$

Die Beziehung (606) $M_A^{(1)} = \frac{2}{\nu} (2\tau_{AM}^{(1)} + \tau_{EM}^{(1)})$ liefert folgende Schnittkräfte:

Multiplikator: $\rho h^2/12$

$$M_J^{(7)} = -(2 \cdot 2,681676 - 2,245028) = -3,1183, \quad M_B^{(1)} = \frac{h}{l} (2 \cdot 1,453589 - 0,657274) = +1,1250,$$

$$M_A^{(3)} = -(2 \cdot 0,657274 - 1,245028) = -0,0695, \quad M_E^{(2)} = -\frac{h}{l} (2 \cdot 6,546411 - 6,546411) = -3,2732,$$

$$M_J^{(9)} = \frac{h}{l} (2 \cdot 6,318324 - 7,4) = +3,1183, \quad M_B^{(4)} = (2 \cdot 2,453589 - 2,759162) = +2,1480,$$

$$M_A^{(1)} = +0,0695, \quad M_E^{(3)} = +1,8328, \quad M_K^{(9)} = -3,2408, \quad M_F^{(6)} = +3,1204,$$

$$M_E^{(7)} = +1,8084, \quad M_J^{(4)} = -3,0647, \quad M_K^{(8)} = +2,4408, \quad M_F^{(8)} = -2,9183,$$

$$M_E^{(5)} = -3,6346, \quad M_F^{(5)} = +2,8634,$$

$$M_K^{(10)} = +0,8000.$$

Berechnung eines zur Mittellinie symmetrischen Stockwerkrahmens (Abb. 340).

Belastung durch Nutzlast und waagerechten Winddruck. Die Anzahl der unbekanntenen Drehwinkel $\tau_{JM}^{(h)}$ ist $2s = 30$, die Anzahl der unbekanntenen Komponenten ψ_e ist $f = 3$.

$$\psi_1 = \vartheta_1, \quad \psi_2 = \vartheta_6, \quad \psi_3 = \vartheta_{11}.$$

Ansatz der $(2s - r - t) = 18$ Bedingungen (603) für die winkeltreue Verformung der Stäbe am Knoten und der $t = 3$ Bedingungen $\varphi_K = \varphi_L = \varphi_M = 0$:

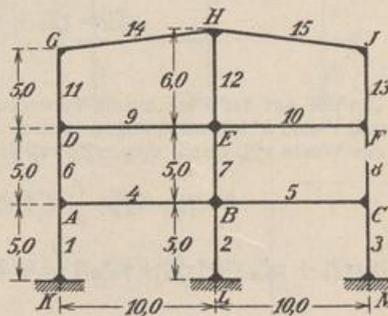


Abb. 340.

$\begin{aligned} \tau_{E0}^{(1)} + \tau_{KM}^{(3)} + \psi_1 &= 0 \\ \tau_{A0}^{(1)} + \tau_{AM}^{(1)} + \psi_1 &= \tau_{A0}^{(4)} + \tau_{AM}^{(4)} \\ \tau_{A0}^{(4)} + \tau_{AM}^{(4)} &= \tau_{A0}^{(6)} + \tau_{AM}^{(6)} + \psi_2 \\ \tau_{D0}^{(6)} + \tau_{DM}^{(6)} + \psi_2 &= \tau_{D0}^{(9)} + \tau_{DM}^{(9)} \\ \tau_{D0}^{(9)} + \tau_{DM}^{(9)} &= \tau_{D0}^{(11)} + \tau_{DM}^{(11)} + \psi_3 \\ \tau_{D0}^{(11)} + \tau_{DM}^{(11)} + \psi_3 &= \tau_{D0}^{(14)} + \tau_{DM}^{(14)} \end{aligned}$	$\begin{aligned} \tau_{L0}^{(2)} + \tau_{LM}^{(2)} + \psi_1 &= 0 \\ \tau_{B0}^{(2)} + \tau_{BM}^{(2)} + \psi_1 &= \tau_{B0}^{(4)} + \tau_{BM}^{(4)} \\ \tau_{B0}^{(4)} + \tau_{BM}^{(4)} &= \tau_{B0}^{(7)} + \tau_{BM}^{(7)} + \psi_2 \\ \tau_{B0}^{(7)} + \tau_{BM}^{(7)} &= \tau_{B0}^{(5)} + \tau_{BM}^{(5)} \\ \tau_{E0}^{(7)} + \tau_{EM}^{(7)} + \psi_2 &= \tau_{E0}^{(9)} + \tau_{EM}^{(9)} \\ \tau_{E0}^{(9)} + \tau_{EM}^{(9)} &= \tau_{E0}^{(10)} + \tau_{EM}^{(10)} \\ \tau_{E0}^{(10)} + \tau_{EM}^{(10)} &= \tau_{E0}^{(12)} + \tau_{EM}^{(12)} + h_{11}/h_{12} \cdot \psi_3 \\ \tau_{H0}^{(12)} + \tau_{HM}^{(12)} &= \tau_{H0}^{(13)} + \tau_{HM}^{(13)} + h_{11}/h_{12} \cdot \psi_3 \\ \tau_{H0}^{(13)} + \tau_{HM}^{(13)} &= \tau_{H0}^{(15)} + \tau_{HM}^{(15)} \end{aligned}$	$\begin{aligned} \tau_{M0}^{(3)} + \tau_{MM}^{(3)} + \psi_1 &= 0 \\ \tau_{C0}^{(3)} + \tau_{CM}^{(3)} + \psi_1 &= \tau_{C0}^{(5)} + \tau_{CM}^{(5)} \\ \tau_{C0}^{(5)} + \tau_{CM}^{(5)} &= \tau_{C0}^{(8)} + \tau_{CM}^{(8)} + \psi_2 \\ \tau_{F0}^{(8)} + \tau_{FM}^{(8)} + \psi_2 &= \tau_{F0}^{(10)} + \tau_{FM}^{(10)} \\ \tau_{F0}^{(10)} + \tau_{FM}^{(10)} &= \tau_{F0}^{(13)} + \tau_{FM}^{(13)} + \psi_3 \\ \tau_{J0}^{(13)} + \tau_{JM}^{(13)} + \psi_3 &= \tau_{J0}^{(15)} + \tau_{JM}^{(15)} \end{aligned}$
--	--	--

Das Stabwerk ist symmetrisch. Daher wird jede Belastung in den symmetrischen und in den antisymmetrischen Anteil zerlegt.

a) Verschiebungszustand bei Symmetrie der Belastung. Die Stabdrehwinkel ψ_1, ψ_2, ψ_3 und die in der Symmetrieachse liegenden Drehwinkel sind Null, symmetrisch liegende Drehwinkel $\tau_{JM}^{(h)}$ sind entgegengesetzt gleich.

1. Bedingungen für die winkeltreue Verformung der Stäbe am Knoten.

$$\left. \begin{aligned} \tau_{K0}^{(1)} + \tau_{KM}^{(1)} &= 0 & \tau_{D0}^{(6)} + \tau_{DM}^{(6)} &= \tau_{D0}^{(9)} + \tau_{DM}^{(9)} \\ \tau_{A0}^{(1)} + \tau_{AM}^{(1)} &= \tau_{A0}^{(4)} + \tau_{AM}^{(4)} & \tau_{D0}^{(9)} + \tau_{DM}^{(9)} &= \tau_{D0}^{(11)} + \tau_{DM}^{(11)} \\ \tau_{A0}^{(4)} + \tau_{AM}^{(4)} &= \tau_{A0}^{(6)} + \tau_{AM}^{(6)} & \tau_{G0}^{(11)} + \tau_{GM}^{(11)} &= \tau_{G0}^{(14)} + \tau_{GM}^{(14)} \\ \tau_{B0}^{(4)} + \tau_{BM}^{(4)} &= 0, & \tau_{E0}^{(9)} + \tau_{EM}^{(9)} &= 0, & \tau_{H0}^{(14)} + \tau_{HM}^{(14)} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

2. Bedingungen für das Gleichgewicht der Schnittkräfte an den Knoten A, D, G :

$$\left. \begin{aligned} \Sigma M_A = 0 &= 2 \left(\frac{2\tau_{AM}^{(1)} + \tau_{KM}^{(1)}}{h_1'} + \frac{2\tau_{AM}^{(4)} + \tau_{BM}^{(4)}}{l_4'} + \frac{2\tau_{AM}^{(6)} + \tau_{DM}^{(6)}}{h_6'} \right) \\ \Sigma M_D = 0 &= 2 \left(\frac{2\tau_{DM}^{(6)} + \tau_{AM}^{(6)}}{h_6'} + \frac{2\tau_{DM}^{(9)} + \tau_{EM}^{(9)}}{l_9'} + \frac{2\tau_{DM}^{(11)} + \tau_{GM}^{(11)}}{h_{11}'} \right) \\ \Sigma M_G = 0 &= 2 \left(\frac{2\tau_{GM}^{(11)} + \tau_{DM}^{(11)}}{h_{11}'} + \frac{2\tau_{GM}^{(14)} + \tau_{HM}^{(14)}}{l_{14}'} \right). \end{aligned} \right\} \quad (b)$$

Die den Pfosten zugeordneten Werte $\tau_{E0}^{(6)}$ sind bei Belastung der Riegelzüge des Rahmens Null und damit die Bedingungen (a)

$$\left. \begin{aligned} \tau_{E0}^{(1)} = \tau_{A0}^{(1)} = \tau_{A0}^{(6)} = \tau_{D0}^{(6)} = \tau_{D0}^{(11)} = \tau_{G0}^{(11)} &= 0 \\ \tau_{KM}^{(1)} &= 0 & \tau_{D0}^{(9)} + \tau_{DM}^{(9)} &= \tau_{D0}^{(11)} \\ \tau_{AM}^{(1)} = \tau_{A0}^{(4)} + \tau_{AM}^{(4)} & & \tau_{GM}^{(11)} &= \tau_{GM}^{(14)} + \tau_{G0}^{(14)} \\ \tau_{A0}^{(4)} + \tau_{AM}^{(4)} = \tau_{AM}^{(6)} & & \tau_{B0}^{(4)} + \tau_{BM}^{(4)} &= 0 \\ \tau_{DM}^{(6)} = \tau_{D0}^{(9)} + \tau_{DM}^{(9)} & & \tau_{E0}^{(9)} + \tau_{EM}^{(9)} &= 0 \\ & & \tau_{H0}^{(14)} + \tau_{HM}^{(14)} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (c)$$

Um die Art der Berechnung hervortreten zu lassen, werden auch die Riegel 14, 15 waagrecht und l' und h' konstant angenommen. Unter Verwendung der Gln. (c) werden in dem Ansatz (b) alle Werte $\tau_{jM}^{(h)}$ durch $\tau_{AM}^{(4)}$, $\tau_{DM}^{(9)}$, $\tau_{GM}^{(14)}$ ausgedrückt:

$$\begin{aligned} 2(\tau_{A0}^{(4)} + \tau_{AM}^{(4)}) \frac{l'}{h'} + 2\tau_{AM}^{(4)} - \tau_{B0}^{(4)} + [2(\tau_{A0}^{(4)} + \tau_{AM}^{(4)}) + (\tau_{D0}^{(9)} + \tau_{DM}^{(9)})] \frac{l'}{h'} &= 0, \\ [2(\tau_{D0}^{(9)} + \tau_{DM}^{(9)}) + (\tau_{A0}^{(4)} + \tau_{AM}^{(4)})] \frac{l'}{h'} + 2\tau_{DM}^{(9)} - \tau_{E0}^{(9)} + [2(\tau_{D0}^{(9)} + \tau_{DM}^{(9)}) + (\tau_{G0}^{(14)} + \tau_{GM}^{(14)})] &= 0, \\ [2(\tau_{GM}^{(14)} + \tau_{G0}^{(14)}) + (\tau_{D0}^{(9)} + \tau_{DM}^{(9)})] \frac{l'}{h'} + (2\tau_{GM}^{(14)} - \tau_{H0}^{(14)}) &= 0. \end{aligned}$$

Mit $l'/h' = \lambda$ lautet der Ansatz (b) nunmehr folgendermaßen:

$$\begin{aligned} \tau_{AM}^{(4)} (2\lambda + 2 + 2\lambda) + \tau_{DM}^{(9)} \lambda &= -\tau_{A0}^{(4)} (2\lambda + 2\lambda) & + \tau_{B0}^{(4)} - \tau_{D0}^{(9)} \lambda, \\ \tau_{AM}^{(4)} \lambda &+ \tau_{DM}^{(9)} (2\lambda + 2 + 2\lambda) + \tau_{GM}^{(14)} \lambda &= -\tau_{A0}^{(4)} \lambda - \tau_{D0}^{(9)} (2\lambda + 2\lambda) + \tau_{E0}^{(9)} - \tau_{G0}^{(14)} \lambda, \\ \tau_{DM}^{(9)} \lambda &+ \tau_{GM}^{(14)} (2\lambda + 2) &= -\tau_{D0}^{(9)} \lambda + \tau_{H0}^{(14)} - 2\tau_{G0}^{(14)} \lambda. \end{aligned}$$

Die symmetrische Belastung der einzelnen Riegel und $\lambda = 2$ führen zu

$$\begin{aligned} \tau_{A0}^{(4)} &= -\tau_{B0}^{(4)}, & \tau_{D0}^{(9)} &= -\tau_{E0}^{(9)}, & \tau_{G0}^{(14)} &= -\tau_{H0}^{(14)}. \\ 10\tau_{AM}^{(4)} + 2\tau_{DM}^{(9)} & & &= -9\tau_{A0}^{(4)} - 2\tau_{D0}^{(9)}, \\ 2\tau_{AM}^{(4)} + 10\tau_{DM}^{(9)} + 2\tau_{GM}^{(14)} & & &= -2\tau_{A0}^{(4)} - 9\tau_{D0}^{(9)} - 2\tau_{G0}^{(14)}, \\ 2\tau_{DM}^{(9)} + 6\tau_{GM}^{(14)} & & &= -2\tau_{D0}^{(9)} - 5\tau_{G0}^{(14)}. \end{aligned}$$

Auflösung des Ansatzes und Rekursion nach (c) liefert bei der Belastung der Riegelstäbe (4, 5) mit p_1 , der Riegelstäbe (9, 10) mit p_2 und der Riegelstäbe (14, 15) mit p_3 unter Verwendung von $\frac{p \cdot l^2 \cdot l'}{134 \cdot 24} = c$ als Multiplikator

	$\tau_{KM}^{(1)}$	$\tau_{AM}^{(1)}$	$\tau_{AM}^{(4)}$	$\tau_{AM}^{(6)}$	$\tau_{DM}^{(6)}$	$\tau_{DM}^{(9)}$	$\tau_{DM}^{(11)}$	$\tau_{GM}^{(11)}$	$\tau_{GM}^{(14)}$	$\tau_{EM}^{(4)}$	$\tau_{EM}^{(9)}$	$\tau_{HM}^{(14)}$	
Riegel 4, 5	0	+14	-120	+14	-3	-3	-3	+1	+1	+134	0	0	c_1
„ 9, 10	0	-3	-3	-3	+15	-119	+15	-5	-5	0	+134	0	c_2
„ 14, 15	0	+1	+1	+1	-5	-5	-5	+24	-110	0	0	+134	c_3

Die Stabendmomente werden nach $M_A^{(4)} = \frac{2}{l} (2\tau_{AM}^{(4)} + \tau_{EM}^{(4)})$ bestimmt. Bei $l = 2h$ und Belastung des unteren Riegels ist

$$M_A^{(4)} = \frac{2}{l} \frac{p_1 l^2 l'}{134 \cdot 24} (-240 + 134) = -\frac{106}{134} \frac{p_1 l^2}{12},$$

$$M_A^{(1)} = \frac{2}{l} \frac{p_1 l^2 l'}{134 \cdot 24} (+28) = +\frac{56}{134} \frac{p_1 l^2}{12}; \quad M_A^{(9)} = +\frac{50}{134} \frac{p_1 l^2}{12}.$$

Die Bedingung $\sum M_A = 0$ ist erfüllt.

b) Verschiebungszustand bei Antimetrie der Belastung. Die Windkräfte werden in den Stabknoten eingetragen, so daß die Drehwinkel $\tau_{F_0}^{(9)}$ Null sind. Symmetrisch liegende Drehwinkel sind gleich.

1. Bedingungen für die winkeltreue Verformung am Stabknoten:

$$\left. \begin{aligned} \tau_{EM}^{(1)} + \psi_1 &= 0, & \tau_{LM}^{(2)} + \psi_1 &= 0, \\ \tau_{AM}^{(1)} + \psi_1 &= \tau_{AM}^{(4)}, & \tau_{BM}^{(2)} + \psi_1 &= \tau_{BM}^{(4)}, \\ \tau_{AM}^{(4)} &= \tau_{AM}^{(6)} + \psi_2, & \tau_{BM}^{(4)} &= \tau_{BM}^{(7)} + \psi_2, \\ \tau_{DM}^{(6)} + \psi_2 &= \tau_{DM}^{(9)}, & \tau_{EM}^{(7)} + \psi_2 &= \tau_{EM}^{(9)}, \\ \tau_{DM}^{(9)} &= \tau_{DM}^{(11)} + \psi_3, & \tau_{EM}^{(9)} &= \tau_{EM}^{(12)} + h_{11}/h_{12} \cdot \psi_3, \\ \tau_{GM}^{(11)} + \psi_3 &= \tau_{GM}^{(14)}, & \tau_{HM}^{(14)} &= \tau_{HM}^{(12)} + h_{11}/h_{12} \cdot \psi_3. \end{aligned} \right\} (d)$$

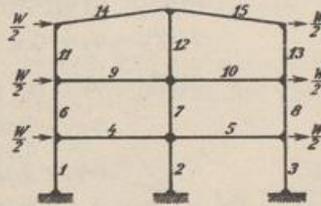


Abb. 341.

2. Bedingungen für das Gleichgewicht der Schnittkräfte am Knoten:

$$\left. \begin{aligned} (2\tau_{AM}^{(1)} + \tau_{KM}^{(1)}) \frac{l'_4}{h'_1} + 2\tau_{AM}^{(4)} + \tau_{BM}^{(4)} + (2\tau_{AM}^{(6)} + \tau_{DM}^{(6)}) \frac{l'_4}{h'_6} &= 0, \\ (2\tau_{DM}^{(6)} + \tau_{AM}^{(6)}) \frac{l'_9}{h'_6} + 2\tau_{DM}^{(9)} + \tau_{EM}^{(9)} + (2\tau_{DM}^{(11)} + \tau_{GM}^{(11)}) \frac{l'_9}{h'_{11}} &= 0, \\ (2\tau_{GM}^{(11)} + \tau_{DM}^{(11)}) \frac{l'_{14}}{h'_{11}} + 2\tau_{GM}^{(14)} + \tau_{HM}^{(14)} &= 0, \\ 2(2\tau_{HM}^{(14)} + \tau_{GM}^{(14)}) + (2\tau_{HM}^{(12)} + \tau_{EM}^{(12)}) \frac{l'_{14}}{h'_6} &= 0, \\ 2(2\tau_{EM}^{(9)} + \tau_{DM}^{(9)}) + (2\tau_{EM}^{(12)} + \tau_{HM}^{(12)}) \frac{l'_9}{h'_{12}} + (2\tau_{EM}^{(7)} + \tau_{BM}^{(7)}) \frac{l'_9}{h'_7} &= 0, \\ 2(2\tau_{BM}^{(4)} + \tau_{AM}^{(4)}) + (2\tau_{BM}^{(7)} + \tau_{EM}^{(7)}) \frac{l'_4}{h'_7} + (2\tau_{BM}^{(2)} + \tau_{LM}^{(2)}) \frac{l'_4}{h'_2} &= 0. \end{aligned} \right\} (e)$$

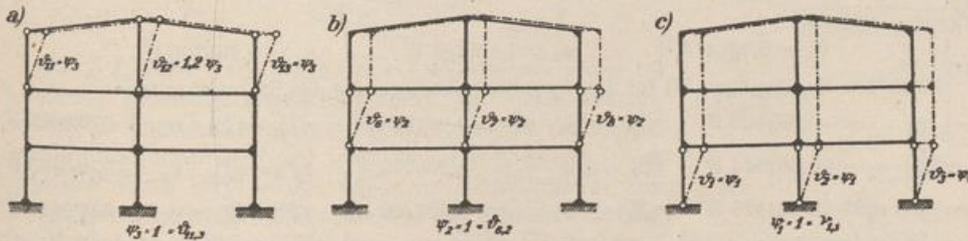


Abb. 342.

3. Bedingungen für das Gleichgewicht der Anschlußkräfte an drei Stabketten $\dot{\psi}_3 = 1, \dot{\psi}_2 = 1, \dot{\psi}_1 = 1$ (Abb. 342). Nach dem Prinzip der virtuellen Verrückungen ist

$$\left. \begin{aligned} \frac{6}{h'_{11}} (\tau_{DM}^{(11)} + \tau_{GM}^{(11)}) \cdot 1 + \frac{6}{h'_{12}} (\tau_{EM}^{(12)} + \tau_{HM}^{(12)}) \frac{h_{11}}{h_{12}} + \frac{6}{h'_{13}} (\tau_{FM}^{(13)} + \tau_{JM}^{(13)}) \cdot 1 + W \cdot h &= 0, \\ \frac{6}{h'_6} (\tau_{AM}^{(6)} + \tau_{DM}^{(6)}) \cdot 1 + \frac{6}{h'_7} (\tau_{BM}^{(7)} + \tau_{EM}^{(7)}) \cdot 1 + \frac{6}{h'_8} (\tau_{GM}^{(8)} + \tau_{FM}^{(8)}) \cdot 1 + 2 W \cdot h &= 0, \\ \frac{6}{h'_1} (\tau_{KM}^{(1)} + \tau_{AM}^{(1)}) \cdot 1 + \frac{6}{h'_2} (\tau_{LM}^{(2)} + \tau_{BM}^{(2)}) \cdot 1 + \frac{6}{h'_3} (\tau_{MM}^{(3)} + \tau_{OM}^{(3)}) \cdot 1 + 3 W \cdot h &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (f)$$

Um die Entwicklung der Rechnung hervortreten zu lassen, wird $h_{11} = h_{12} = h_{13}$ und das Verhältnis $l' : h' = \lambda = 2$ angenommen. Der Ansatz (f) erhält dann folgende Form:

$$\left. \begin{aligned} 2 \frac{6}{h'} (\tau_{GM}^{(11)} + \tau_{DM}^{(11)}) + \frac{6}{h'} (\tau_{HM}^{(12)} + \tau_{EM}^{(12)}) + W h &= 0, \\ 2 \frac{6}{h'} (\tau_{DM}^{(6)} + \tau_{AM}^{(6)}) + \frac{6}{h'} (\tau_{EM}^{(7)} + \tau_{BM}^{(7)}) + 2 W h &= 0, \\ 2 \frac{6}{h'} (\tau_{AM}^{(1)} + \tau_{KM}^{(1)}) + \frac{6}{h'} (\tau_{BM}^{(2)} + \tau_{LM}^{(2)}) + 3 W h &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (g)$$

Mit den Beziehungen (d) über die winkeltreue Verformung und $\bar{W} = \frac{W h h'}{6}$ ist

$$\left. \begin{aligned} 2 (\tau_{GM}^{(14)} - \psi_3 + \tau_{DM}^{(9)} - \psi_3) + (\tau_{HM}^{(14)} - \psi_3 + \tau_{EM}^{(9)} - \psi_3) + \bar{W} &= 0, \\ 2 (\tau_{DM}^{(9)} - \psi_2 + \tau_{AM}^{(4)} - \psi_2) + (\tau_{EM}^{(9)} - \psi_2 + \tau_{BM}^{(4)} - \psi_2) + 2 \bar{W} &= 0, \\ 2 (\tau_{AM}^{(4)} - \psi_1 + \psi_1) + (\tau_{BM}^{(4)} - \psi_1 - \psi_1) + 3 \bar{W} &= 0. \\ \left. \begin{aligned} 6 \psi_3 &= 2 \tau_{GM}^{(14)} + 2 \tau_{DM}^{(9)} + \tau_{HM}^{(14)} + \tau_{EM}^{(9)} + \bar{W}, \\ 6 \psi_2 &= 2 \tau_{DM}^{(9)} + 2 \tau_{AM}^{(4)} + \tau_{EM}^{(9)} + \tau_{BM}^{(4)} + 2 \bar{W}, \\ 6 \psi_1 &= 2 \tau_{AM}^{(4)} + \tau_{BM}^{(4)} + 3 \bar{W}. \end{aligned} \right\} \quad (h) \end{aligned}$$

Die Gleichgewichtsbedingungen (e) werden mit Hilfe von (d) derart zusammengezogen, daß in ihnen außer den drei Komponenten ψ nur sechs ausgezeichnete Winkel $\tau_{KM}^{(h)}$ enthalten sind, von denen jeder einem der sechs Stabwerksknoten zugeordnet ist. Das Ergebnis lautet:

$$\left. \begin{aligned} \tau_{AM}^{(4)} (2 \lambda + 2 + 2 \lambda) + \tau_{BM}^{(4)} + \tau_{DM}^{(9)} \lambda - 3 \psi_1 \lambda - \psi_2 (2 \lambda + \lambda) &= 0, \\ \tau_{DM}^{(9)} (2 \lambda + 2 + 2 \lambda) + \tau_{AM}^{(4)} \lambda + \tau_{EM}^{(9)} + \tau_{GM}^{(14)} \lambda - 3 \psi_2 \lambda - 3 \psi_3 \lambda &= 0, \\ \tau_{GM}^{(14)} (2 \lambda + 2) + \tau_{DM}^{(9)} \lambda + \tau_{HM}^{(14)} - 3 \psi_3 \lambda &= 0, \\ \tau_{HM}^{(14)} (4 + 2 \lambda) + 2 \tau_{GM}^{(14)} + \tau_{EM}^{(9)} \lambda - (2 + 1) \psi_3 \lambda &= 0, \\ \tau_{EM}^{(9)} (4 + 4 + 2 \lambda) + 2 \tau_{DM}^{(9)} + 2 \tau_{HM}^{(14)} + \tau_{BM}^{(4)} \lambda - (4 + 2) \psi_3 - 3 \psi_2 \lambda &= 0, \\ \tau_{BM}^{(4)} (4 + 2 \lambda + 2 \lambda) + 2 \tau_{AM}^{(4)} + \tau_{EM}^{(9)} \lambda - 3 \psi_1 \lambda - 3 \psi_2 \lambda &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (i)$$

Die Elimination der Komponenten ψ mit (h) liefert den Ansatz für die sechs ausgezeichneten Winkel $\tau_{KM}^{(h)}$ mit der folgenden Lösung:

$$\begin{aligned} \tau_{DM}^{(9)} &= 0,788452 \bar{W}, & \tau_{EM}^{(9)} &= 0,646808 \bar{W}, & \tau_{GM}^{(14)} &= 0,411702 \bar{W}, \\ \tau_{BM}^{(4)} &= 0,808175 \bar{W}, & \tau_{HM}^{(14)} &= 0,275728 \bar{W}, & \tau_{AM}^{(4)} &= 1,075830 \bar{W} \end{aligned}$$

Aus (h) folgt damit:

$$\psi_3 = 0,720474 \bar{W}, \quad \psi_2 = 1,197258 \bar{W}, \quad \psi_1 = 0,993306 \bar{W}.$$

Nach den Bedingungen (d) für die winkeltreue Verformung des Stabwerkes ist

$$\begin{array}{|l} \tau_{KM}^{(1)} = -\psi_1 = -0,993306 \bar{W} \\ \tau_{AM}^{(1)} = \tau_{AM}^{(4)} - \psi_1 = +0,082524 \bar{W} \\ \tau_{AM}^{(6)} = \tau_{AM}^{(4)} - \psi_2 = -0,121428 \bar{W} \\ \tau_{DM}^{(6)} = \tau_{DM}^{(9)} - \psi_2 = -0,408806 \bar{W} \end{array} \quad \begin{array}{|l} \tau_{DM}^{(11)} = \tau_{DM}^{(9)} - \psi_3 = +0,067978 \bar{W} \\ \tau_{GM}^{(11)} = \tau_{GM}^{(14)} - \psi_3 = -0,308772 \bar{W} \\ \tau_{LM}^{(2)} = -\psi_1 = -0,993306 \bar{W} \\ \tau_{BM}^{(2)} = \tau_{BM}^{(4)} - \psi_1 = -0,185131 \bar{W} \end{array} \quad \begin{array}{|l} \tau_{BM}^{(7)} = \tau_{BM}^{(4)} - \psi_2 = -0,389083 \bar{W} \\ \tau_{EM}^{(7)} = \tau_{EM}^{(9)} - \psi_2 = -0,550450 \bar{W} \\ \tau_{EM}^{(8)} = \tau_{EM}^{(9)} - \psi_3 = -0,079666 \bar{W} \\ \tau_{HM}^{(8)} = \tau_{HM}^{(14)} - \psi_3 = -0,444746 \bar{W} \end{array}$$

Die Stabendmomente können nunmehr nach (606) angegeben werden. Danach ist

$$M_A^{(4)} = \frac{2}{l_k'} (2 \tau_{AM}^{(4)} + \tau_{BM}^{(4)}) \quad \text{und mit} \quad \frac{Wk}{3} = c$$

$$M_G^{(14)} = + \frac{2}{l'} (2 \cdot 0,411702 + 0,275728) \bar{W} = + 0,5496 c,$$

$$M_G^{(11)} = - \frac{2}{l'} (2 \cdot 0,308772 - 0,067978) \bar{W} = - 0,5496 c,$$

$$M_B^{(11)} = + \frac{2}{l'} (2 \cdot 0,067978 - 0,308772) \bar{W} = - 0,1728 c,$$

$$\begin{aligned} M_G^{(9)} &= +1,1119 c, & M_A^{(1)} &= -0,8283 c, & M_B^{(9)} &= M_B^{(10)} = +1,0410 c, & M_B^{(4)} &= M_B^{(5)} = +1,3461 c, \\ M_B^{(6)} &= -0,9390 c, & M_K^{(1)} &= -1,9041 c, & M_B^{(12)} &= -0,5921 c, & M_B^{(8)} &= -1,3636 c, \\ M_A^{(6)} &= -0,6517 c, & M_H^{(14)} &= M_H^{(15)} = +0,9632 c, & M_B^{(7)} &= -1,4900 c, & M_L^{(9)} &= -2,1717 c, \\ M_A^{(4)} &= +1,4799 c, & M_H^{(2)} &= -0,9631 c, & M_B^{(2)} &= -1,3286 c, \end{aligned}$$

Hartmann, F.: Die statisch unbestimmten Systeme des Eisen- und Eisenbetonbaues 2. Aufl. Berlin 1922. — Bleich, F.: Die Berechnung statisch unbestimmter Tragwerke nach der Methode des Viermomentensatzes 2. Aufl. Berlin 1925.

44. Kennbeziehungen bei unverschieblichem Knotennetz.

Die Auflösung der Gleichgewichtsbedingungen $\delta A_J = 0$ (S. 320) zur Berechnung der unbekanntenen Knotendrehwinkel φ_{J0} und τ_{JM} für $\psi_c = 0$ mit Hilfe der konjugierten Matrix liefert nach S. 247 Kennbeziehungen zwischen den unbekanntenen Drehwinkeln und daher auch Kennbeziehungen zwischen den hiervon abhängigen Anschlußmomenten. Sie können unter Umständen mit Vorteil zur unmittelbaren Berechnung des Spannungszustandes verwendet werden. Der analytische Zusammenhang wird an einem Ausschnitt des Stabwerks geklärt (Abb. 343).

Die EJ_c -fachen Verdrehungen der Endtangente eines geraden, in den Knotenpunkten J, K mit Gelenken angeschlossenen Stabes (k) durch das Anschlußmoment $M_J^{(k)} = 1$ sind $\alpha_{JJ}^{(k)}, \alpha_{KK}^{(k)}$ (Abb. 343 a). Die EJ_c -fachen Drehwinkel aus dem Anschlußmoment $M_K^{(k)} = 1$ werden mit $\alpha_{JK}^{(k)}, \alpha_{KJ}^{(k)}$, die EJ_c -fachen Drehwinkel aus der Belastung \mathfrak{P}_h des Stabes mit $\alpha_{J0}^{(k)}, \alpha_{K0}^{(k)}$ bezeichnet. Die Bewegung im Urzeigersinn ist positiv. Bei gerader Stabachse und konstantem Querschnitt ist mit $l_k J_c / J_k = l_k'$ und (625)

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{JJ}^{(k)} &= \frac{l_k'}{3} = \alpha_{KK}^{(k)}, & \alpha_{JK}^{(k)} &= \alpha_{KJ}^{(k)} = -\frac{l_k'}{6}, \\ \alpha_{J0}^{(k)} &= \frac{l_k'}{6} R_K^{(k)}, & \alpha_{K0}^{(k)} &= \frac{l_k'}{6} R_J^{(k)}. \end{aligned} \right\} \quad (610)$$

Die EJ_c -fache Verdrehung der Endtangente eines im Knoten J gelenkig angeschlossenen, im benachbarten Knoten H elastisch eingespannten Stabes (h) durch ein Anschlußmoment $M_J^{(h)} = 1$ ist $\bar{\tau}_J^{(h)}$ (Abb. 343 b). Der reziproke Wert $1/\bar{\tau}_J^{(h)} = \rho_J^{(h)}$ wird als Anschlußzahl des Stabes (h) am Knoten J bezeichnet. Sie gibt den Betrag des Momentes $M_J^{(h)}$ an, welches zu einer Verdrehung der Endtangente $\bar{\tau}_J^{(h)} = 1$ notwendig ist. Das Anschlußmoment $M_J^{(h)} = 1$ erzeugt am Stabende H das

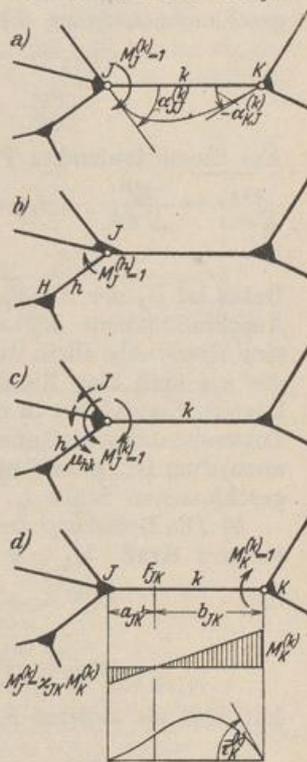


Abb. 343.