Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

44. Kennbeziehungen bei unverschieblichem Knotennetz

Die Stabendmomente können nunmehr nach (606) angegeben werden. Danach ist

$$M_A^{(4)} = \frac{2}{l'_4}\,(2\,\tau_{AM}^{(4)} + \tau_{BM}^{(4)}) \quad \text{und mit} \quad \frac{W h}{3} = c$$

$$M_G^{(14)} = +\frac{2}{l'}\,(2\cdot 0{,}411702 + 0{,}275728)\,\overline{W} = +0{,}5496\,c\,,$$

$$M_G^{(11)} = -\frac{2}{h'}\,(2\cdot 0{,}308772 - 0{,}067978)\,\overline{W} = -0{,}5496\,c\,,$$

$$M_D^{(11)} = +\frac{2}{h'}\,(2\cdot 0{,}067978 - 0{,}308772)\,\overline{W} = -0{,}1728\,c\,,$$

$M_G^{(9)} = +1{,}1119\,c$, $M_A^{(1)} = -0{,}8283\,c$, $M_E^{(9)} = M_E^{(10)} = +1{,}0410\,c$, $M_B^{(4)} = M_B^{(5)} = +1{,}3461\,c$,
$M_D^{(6)} = -0{,}9390\,c$, $M_K^{(1)} = -1{,}9041\,c$, $M_E^{(12)} = -0{,}5921\,c$, $M_B^{(2)} = -1{,}3636\,c$,
$M_A^{(6)} = -0{,}6517\,c$, $M_H^{(14)} = M_H^{(15)} = +0{,}9632\,c$, $M_E^{(7)} = -1{,}4900\,c$, $M_L^{(2)} = -2{,}1717\,c$.
$M_A^{(4)} = +1{,}4799\,c$, $M_H^{(12)} = -0{,}9631\,c$, $M_B^{(7)} = -1{,}3286\,c$,

Hartmann, F.: Die statisch unbestimmten Systeme des Eisen- und Eisenbetonbaues 2. Aufl. Berlin 1922. — Bleich, F.: Die Berechnung statisch unbestimmter Tragwerke nach der Methode des Viermomentensatzes 2. Aufl. Berlin 1925.

44. Kennbeziehungen bei unverschieblichem Knotennetz.

Die Auflösung der Gleichgewichtsbedingungen $\delta A_J = 0$ (S. 320) zur Berechnung der unbekannten Knotendrehwinkel φ_{J0} und τ_{JM} für $\psi_c = 0$ mit Hilfe der konjugierten Matrix liefert nach S. 247 Kennbeziehungen zwischen den unbekannten Drehwinkeln und daher auch Kennbeziehungen zwischen den hiervon abhängigen Anschlußmomenten. Sie können unter Umständen mit Vorteil zur unmittelbaren Berechnung des Spannungszustandes verwendet werden. Der analytische Zusammenhang wird an einem Ausschnitt des Stabwerks geklärt (Abb. **343**).

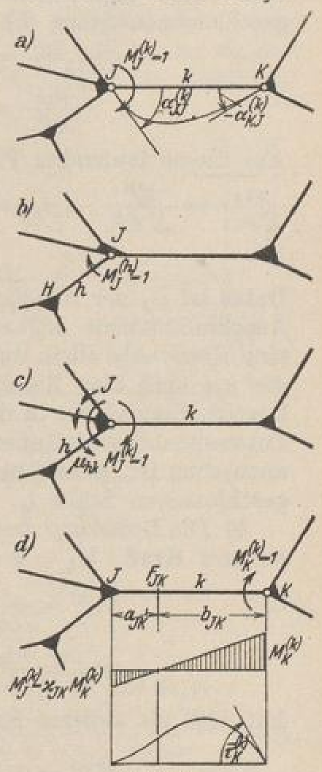


Abb. 343.

Die $E\,J_c$fachen Verdrehungen der Endtangenten eines geraden, in den Knotenpunkten J, K mit Gelenken angeschlossenen Stabes (k) durch das Anschlußmoment $M_J^{(k)} = 1$ sind $\alpha_{JJ}^{(k)}, \alpha_{KJ}^{(k)}$ (Abb. **343a**). Die $E J_c$fachen Drehwinkel aus dem Anschlußmoment $M_K^{(k)} = 1$ werden mit $\alpha_{JK}^{(k)}, \alpha_{KK}^{(k)}$, die $E J_c$fachen Drehwinkel aus der Belastung $\mathfrak{P}_h$ des Stabes mit $\alpha_{J0}^{(k)}, \alpha_{K0}^{(k)}$ bezeichnet. Die Bewegung im Urzeigersinn ist positiv. Bei gerader Stabachse und konstantem Querschnitt ist mit $l_k J_c / J_k = l'_k$ und (625)

$$\left.\begin{aligned} \alpha_{JJ}^{(k)} &= \frac{l'_k}{3} = \alpha_{KK}^{(k)}\,, & \alpha_{JK}^{(k)} &= \alpha_{KJ}^{(k)} = -\frac{l'_k}{6}\,, \\ \alpha_{J0}^{(k)} &= \frac{l'_k}{6}\,R_K^{(k)}\,, & \alpha_{K0}^{(k)} &= \frac{l'_k}{6}\,R_J^{(k)}\,. \end{aligned}\right\} \qquad (610)$$

Die $E\,J_c$fache Verdrehung der Endtangente eines im Knoten J gelenkig angeschlossenen, im benachbarten Knoten H elastisch eingespannten Stabes (h) durch ein Anschlußmoment $M_J^{(h)} = 1$ ist $\bar{\tau}_J^{(h)}$ (Abb. **343b**). Der reziproke Wert $1/\bar{\tau}_J^{(h)} = \varrho_J^{(h)}$ wird als Anschlußzahl des Stabes (h) am Knoten J bezeichnet. Sie gibt den Betrag des Momentes $M_J^{(h)}$ an, welches zu einer Verdrehung der Endtangente $\bar{\tau}_J^{(h)} = 1$ notwendig ist. Das Anschlußmoment $M_J^{(h)} = 1$ erzeugt am Stabende H das

Anschlußmoment $M_{HJ}^{(h)}$, dessen Größe von der $E\,J_c$fachen elastischen Verdrehung φ_H des Knotens H durch ein Kräftepaar 1 abhängt und aus der Kontinuitätsbedingung am Anschluß H berechnet wird.

$$\left.\begin{aligned} &M_{HJ}^{(h)}\,(\alpha_{HH}^{(h)} - \overline{\varphi}_H) + \alpha_{HJ}^{(h)} = 0\,, \qquad M_{HJ}^{(h)} = -\frac{\alpha_{HJ}^{(h)}}{\alpha_{HH}^{(h)} - \overline{\varphi}_H}\,, \\ &\overline{\tau}_J^{(h)} = \alpha_{JJ}^{(h)} + M_{HJ}^{(h)}\,\alpha_{JH}^{(h)} = \alpha_{JJ}^{(h)} - \frac{\alpha_{JH}^{(h)\,2}}{\alpha_{HH}^{(h)} - \overline{\varphi}_H} = \frac{1}{\varrho_J^{(h)}}\,. \end{aligned}\right\} \tag{611}$$

Bei gelenkigem Anschluß des Stabes (h) am Knoten H ist $M_{HJ}^{(h)} = 0$, also $\overline{\varphi}_H = \infty$ und $\overline{\tau}_J^{(h)} = \alpha_{JJ}^{(h)}$, bei starrer Einspannung ist $\overline{\varphi}_H = 0$. Für Stäbe mit konstantem Querschnitt ist

$$\text{bei } \overline{\varphi}_H = \infty:\quad \overline{\tau}_J^{(h)} = l'_h/3\,, \qquad \text{bei } \overline{\varphi}_H = 0:\quad \overline{\tau}_J^{(h)} = l'_h/4\,. \tag{612}$$

Die Anschlußzahl $\varrho_H^{(h)}$ des Stabes (h) am Knoten H kann ebenso festgestellt werden:

$$\overline{\tau}_H^{(h)} = \alpha_{HH}^{(h)} - \frac{\alpha_{HJ}^{(h)\,2}}{\alpha_{JJ}^{(h)} - \overline{\varphi}_J} = \frac{1}{\varrho_H^{(h)}}\,. \tag{613}$$

Die Anschlußmomente am Knoten J durch äußere Kräfte am Stabe JK. a) Die Belastung des Stabes besteht aus dem Anschlußmoment $M_J^{(k)} = 1$ des Stabwerks als äußerer Kraft (Abb. 343c). Sie erzeugt an den übrigen in J angeschlossenen Stäben (h) die Anschlußmomente $M_J^{(h)} = \mu_{hk}$. Diese stehen mit $M_J^{(k)} = 1$ im Gleichgewicht.

$$\sum_J \mu_{hk} + 1_J^{(k)} = 0\,. \tag{614}$$

Ihre Größe ergibt sich aus der winkeltreuen Verformung der im Knoten J angeschlossenen Stäbe (h).

$$\left.\begin{aligned} &\mu_{1k}\,\overline{\tau}_J^{(1)} = \mu_{2k}\,\overline{\tau}_J^{(2)} = \cdots = \mu_{hk}\,\overline{\tau}_J^{(h)} = \cdots = \overline{\varphi}_J\,, \\ &\frac{\mu_{1k}}{\varrho_J^{(1)}} = \frac{\mu_{2k}}{\varrho_J^{(2)}} = \cdots = \frac{\mu_{hk}}{\varrho_J^{(h)}} = \cdots = \overline{\varphi}_J\,. \end{aligned}\right\} \tag{615}$$

Aus dieser laufenden Proportion entsteht

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\mu_{hk}}{\Sigma\,\mu_{hk}} = \frac{\varrho_J^{(h)}}{\Sigma\,\varrho_J^{(h)}}\,, \quad \mu_{hk} = -1_J^{(k)}\,\frac{\varrho_J^{(h)}}{\Sigma\,\varrho_J^{(h)}} = -\frac{\varrho_J^{(h)}}{\Phi_J^{(k)}}\,, \quad \overline{\varphi}_J = \frac{\mu_{hk}}{\varrho_J^{(h)}} = -\frac{1}{\Phi_J^{(k)}}\,, \\ &\Phi_J^{(k)} = \sum \varrho_J^{(h)}\,. \end{aligned}\right\} \tag{616}$$

Dabei ist $\overline{\varphi}_J$ der $E\,J_c$fache Betrag des Drehwinkels des Stabknotens J aus einem Anschlußmoment $M_J^{(k)} = 1$. Die Anschlußmomente $M_J^{(h)} = \mu_{hk}\,M_J^{(k)}$ sind bis auf eine Konstante allein durch die elastischen Eigenschaften des Stabwerks bestimmt, die μ_{hk} sind also Kennbeziehungen zwischen den Anschlußmomenten am Stabknoten. Sie werden in der Literatur Übergangszahlen genannt. Da $M_J^{(k)}$ in diesem Zusammenhang als äußere Kraft, der Anschluß des Stabes (k) in J daher als Gelenk anzusehen ist, bezeichnet $\Phi_J^{(k)}$ die Summe der Anschlußzahlen aller in J steif angeschlossenen Stäbe l_h.

b) Die Belastung des Stabes (k) besteht aus dem Anschlußmoment $M_K^{(k)} = 1$ als äußerer Kraft. $\mathfrak{P}_k = 0$ (Abb. 343d). Daher ist nach (611)

$$\left.\begin{aligned} &M_J^{(k)} = -\frac{\alpha_{JK}^{(k)}}{\alpha_{JJ}^{(k)} - \overline{\varphi}_J}\,M_K^{(k)} \quad \text{und} \quad \frac{M_J^{(k)}}{M_K^{(k)}} = \varkappa_{JK} = \frac{a_{JK}}{b_{JK}}\,, \\ &\nu_{JK} = \frac{a_{JK}}{l_k} = \frac{\varkappa_{JK}}{1 + \varkappa_{JK}} = -\frac{\alpha_{JK}^{(k)}}{\alpha_{JJ}^{(k)} - \overline{\varphi}_J - \alpha_{JK}^{(k)}}\,. \end{aligned}\right\} \tag{617}$$

Mit $M_J^{(k)}$ als äußerer Kraft und $\mathfrak{P}_k = 0$ ist

$$\left.\begin{aligned} &M_K^{(k)} = -\frac{\alpha_{KJ}^{(k)}}{\alpha_{KK}^{(k)} - \overline{\varphi}_K}\,M_J^{(k)} \quad \text{und} \quad \frac{M_K^{(k)}}{M_J^{(k)}} = \varkappa_{KJ} = \frac{a_{KJ}}{b_{KJ}}\,, \\ &\nu_{KJ} = \frac{a_{KJ}}{l_k} = \frac{\varkappa_{KJ}}{1 + \varkappa_{KJ}} = -\frac{\alpha_{KJ}^{(k)}}{\alpha_{KK}^{(k)} - \overline{\varphi}_K - \alpha_{KJ}^{(k)}}\,. \end{aligned}\right\} \tag{618}$$

Bei geraden Stäben mit konstantem Stabquerschnitt wird

$$\left.\begin{aligned}
\varkappa_{JK} &= \frac{1}{2+\dfrac{6}{l_k' \Phi_J^{(k)}}}\,; & \nu_{JK} &= \frac{1}{3+\dfrac{6}{l_k' \Phi_J^{(k)}}} = \frac{a_{JK}}{l_k}\,;\\
\varkappa_{KJ} &= \frac{1}{2+\dfrac{6}{l_k' \Phi_K^{(k)}}}\,; & \nu_{KJ} &= \frac{1}{3+\dfrac{6}{l_k' \Phi_K^{(k)}}} = \frac{a_{KJ}}{l_k}\,.
\end{aligned}\right\} \tag{619}$$

Diese Verhältniszahlen sind durch die elastischen Eigenschaften des Stabwerks vollständig bestimmt und daher Kennbeziehungen für die Anschlußmomente des unbelasteten Stabes (k). Beim Vorwärtsschreiten in Richtung $\overrightarrow{JK}$ werden aus gegebenen Anschlußzahlen $\varrho_J^{(h)}$ die Kennbeziehungen $\varkappa_{JK}$, ν_{JK} und die Festpunktabstände a_{JK} für die zeichnerische Untersuchung berechnet. Damit ist dann auch die Anschlußzahl $\varrho_K^{(k)}$ des Stabes (k) bestimmt.

$$\bar{\tau}_K^{(k)} = \frac{1}{\varrho_K^{(k)}} = \alpha_{KK}^{(k)} + \varkappa_{JK}\,\alpha_{KJ}^{(k)}. \tag{620}$$

Umgekehrt wird die Anschlußzahl $\varrho_J^{(h)}$ aus $\varkappa_{KJ}$ gefunden.

$$\bar{\tau}_J^{(k)} = \frac{1}{\varrho_J^{(k)}} = \alpha_{JJ}^{(k)} + \varkappa_{KJ}\,\alpha_{JK}^{(k)}. \tag{621}$$

Bei konstantem Trägheitsmoment können nach (619) folgende Ergebnisse angeschrieben werden:

$$\varrho_K^{(k)} = \frac{2}{l_k'}\,\frac{1-\nu_{JK}}{2/3-\nu_{JK}}\,; \qquad \varrho_J^{(k)} = \frac{2}{l_k'}\,\frac{1-\nu_{KJ}}{2/3-\nu_{KJ}}\,. \tag{622}$$

c) Der EJ_cfache Betrag der relativen Verschiebung der Anschlußquerschnitte J, K eines Stabes l_k winkelrecht zur Stabachse ist $w_K - w_J = l_k \vartheta_k$, unter ϑ_k den EJ_cfachen Betrag des Stabdrehwinkels verstanden (Abb. 344). Die Anschlußmomente für $\vartheta_k = 1$ und $\mathfrak{P}_k = 0$ werden mit $M_{J\vartheta,k}^{(k)}$, $M_{K\vartheta,k}^{(k)}$ bezeichnet. Sie ergeben sich aus einem Ansatz für die Kontinuität der Verbindung zwischen Stab und Stabknoten.

$$\vartheta_k + M_{J\vartheta,k}^{(k)}\,(\alpha_{JJ}^{(k)} - \bar{\varphi}_J) + M_{K\vartheta,k}^{(k)}\,\alpha_{JK}^{(k)} = 0\,,$$

$$\vartheta_k + M_{K\vartheta,k}^{(k)}\,(\alpha_{KK}^{(k)} - \bar{\varphi}_K) + M_{J\vartheta,k}^{(k)}\,\alpha_{KJ}^{(k)} = 0\,.$$

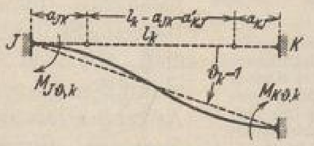


Abb. 344.

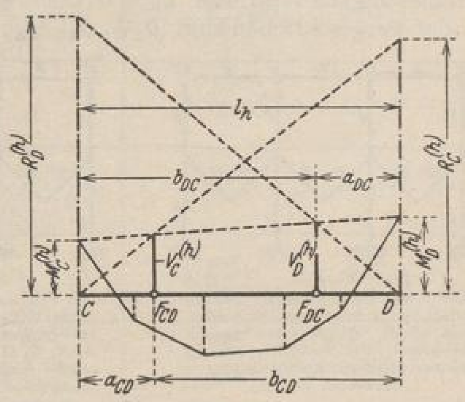


Abb. 345.

$$\left.\begin{aligned}
M_{J\vartheta,k}^{(k)} &= \frac{\vartheta_k}{\alpha_{JK}^{(k)}}\,\frac{\varkappa_{JK}(1+\varkappa_{KJ})}{1-\varkappa_{JK}\varkappa_{KJ}} = \frac{\vartheta_k}{\alpha_{JK}^{(k)}}\,\frac{a_{JK}}{l_k - a_{JK} - a_{KJ}}\,,\\
M_{K\vartheta,k}^{(k)} &= \frac{\vartheta_k}{\alpha_{JK}^{(k)}}\,\frac{\varkappa_{KJ}(1+\varkappa_{JK})}{1-\varkappa_{JK}\varkappa_{KJ}} = \frac{\vartheta_k}{\alpha_{JK}^{(k)}}\,\frac{a_{KJ}}{l_k - a_{JK} - a_{KJ}}\,.
\end{aligned}\right\} \tag{623}$$

Bei konstantem Trägheitsmoment im Bereiche des Stabes (k) ist für $\vartheta_k = 1$

$$M_{J\vartheta,k}^{(k)} = -\frac{6}{l_k'}\,\frac{a_{JK}}{l_k - a_{JK} - a_{KJ}}\,, \qquad M_{K\vartheta,k}^{(k)} = -\frac{6}{l_k'}\,\frac{a_{KJ}}{l_k - a_{JK} - a_{KJ}}\,. \tag{624}$$

d) Die Anschlußmomente $M_{C0}^{(h)}$, $M_{D0}^{(h)}$ des beiderseits elastisch eingespannten Stabes $l_h = \overline{CD}$ aus der Belastung $\mathfrak{P}_h$ werden ebenfalls aus den Kontinuitätsbedingungen an den Stabknoten bestimmt (Abb. 345).

$$M_{C0}^{(h)}(\alpha_{CC}^{(h)} - \overline{\varphi}_C) + M_{D0}^{(h)}\alpha_{CD}^{(h)} \qquad + \alpha_{C0}^{(h)} = 0,$$
$$M_{C0}^{(h)}\alpha_{DC}^{(h)} \qquad + M_{D0}^{(h)}(\alpha_{DD}^{(h)} - \overline{\varphi}_D) + \alpha_{D0}^{(h)} = 0.$$

Mit den Kennbeziehungen $\varkappa_{CD}$ und $\varkappa_{DC}$ ist dann nach (617), (618)

$$\left.\begin{aligned} -\frac{1}{\varkappa_{CD}}M_{C0}^{(h)} + \qquad M_{D0}^{(h)} &= -\frac{\alpha_{C0}^{(h)}}{\alpha_{CD}^{(h)}} = +R_C^{(h)},\\ M_{C0}^{(h)} - \frac{1}{\varkappa_{DC}}M_{D0}^{(h)} &= -\frac{\alpha_{D0}^{(h)}}{\alpha_{DC}^{(h)}} = +R_D^{(h)}. \end{aligned}\right\} \tag{625}$$

$R_C^{(h)}$, $R_D^{(h)}$ werden in ihrer Bedeutung als Momente ebenfalls im Uhrzeiger positiv gerechnet. Sie sind aus der Belastung des Stabes bekannt und dienen bei der zeichnerischen Bestimmung der Anschlußmomente $M_{C0}^{(h)}$, $M_{D0}^{(h)}$ nach Abb. 345 als Kreuzlinienabschnitte. Die Festpunkte F_{CD}, F_{DC} sind bereits vorher mit a_{CD} und a_{DC} eingerechnet worden. Die Konstruktion ist nach Abb. 345 ohne besondere Erklärung verständlich. Sie wird durch die Verwendung der Momente

$$V_{C0}^{(h)} = \frac{a_{CD}}{l_h}R_{C0}^{(h)} = \nu_{CD}R_{C0}^{(h)}, \qquad V_{D0}^{(h)} = \frac{a_{DC}}{l_h}R_{D0}^{(h)} = \nu_{DC}^{(h)}R_{D0}^{(h)} \tag{626}$$

noch übersichtlicher. Die algebraische Auflösung der beiden Gl. (625) liefert

$$M_{C0}^{(h)} = -\frac{R_C^{(h)}}{\dfrac{1}{\varkappa_{CD}} - \varkappa_{DC}} - \frac{R_D^{(h)}}{\dfrac{1}{\varkappa_{CD}}\dfrac{1}{\varkappa_{DC}} - 1}, \qquad M_{D0}^{(h)} = -\frac{R_D^{(h)}}{\dfrac{1}{\varkappa_{DC}} - \varkappa_{CD}} - \frac{R_C^{(h)}}{\dfrac{1}{\varkappa_{CD}}\dfrac{1}{\varkappa_{DC}} - 1}. \tag{627}$$

Die Belastungsglieder $R_C^{(h)}$, $R_D^{(h)}$ können unter Beachtung der Vorzeichenregel dieses Abschnitts aus den Tabellen 12ff. angegeben werden. Sie sind für die wichtigsten Belastungsannahmen $\mathfrak{P}_h$ und Stäbe (h) mit gleichbleibendem Querschnitt, also mit $\alpha_{CD}^{(h)} = -l_h'/6$ in Tabelle 27 zur unmittelbaren Verwendung vorbereitet.

Die Verwendung der Ansätze. Die Ansätze unter a bis d gelten für einen Verschiebungszustand mit $\psi_c = 0$ oder $\psi_c = 1$, dessen Stabdrehwinkel damit Null oder vorgeschrieben sind ($\vartheta_h = \vartheta_{h0}, \vartheta_{ht}, \vartheta_{hs}, \vartheta_{hc}$). Das Kräftebild wird für die Belastung eines einzelnen Stabes entwickelt, dessen Anschlußmomente bei bekannter elastischer Einspannung angeschrieben werden können. Die Anschlußmomente der benachbarten Stäbe ergeben sich aus den Kennbeziehungen μ_{hk}, $\varkappa_{JK}$ des Ansatzes. Die eindeutige Existenz dieser elastischen Konstanten des Tragwerks wird dabei vorausgesetzt. Sie ist jedoch nur vorhanden, wenn die Knotendrehwinkel in einen dreigliedrigen Ansatz eingehen, so daß Kennbeziehungen $\overline{\varkappa}_{JK}$, $\overline{\varkappa}_{KJ}$ zwischen zwei aufeinanderfolgenden Knotendrehwinkeln φ_J, φ_K entstehen, welche von der Lage des belasteten Stabes unabhängig sind. In den anderen Fällen sind die Ansätze für die Klärung des theoretischen Zusammenhanges ohne Bedeutung. Sie können daher zur Berechnung von durchgehenden Trägern mit beliebiger Abstützung nach S. 378 verwendet werden, sie sind dagegen zur theoretisch einwandfreien Untersuchung von steifen Vierecksnetzen (Abb. 346b) unbrauchbar. In diesem Falle entstehen zwar bei der Belastung eines Stabes ebenfalls nur zwei Belastungsglieder, in jeder Gleichung sind aber vier oder fünf Knotendrehwinkel miteinander verknüpft, so daß bei der Auflösung nach (423) dreigliedrige Kennbeziehungen entstehen.

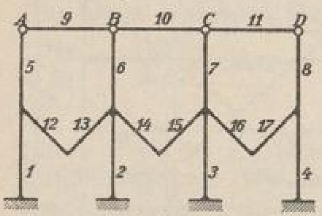


Abb. 346a. Die Knotendrehwinkel der geometrisch bestimmten Stabkette werden aus einem dreigliedrigen Ansatz berechnet. Die Anschlußmomente können daher mit Kennbeziehungen berechnet werden.

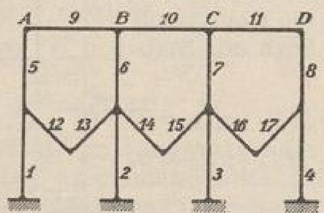
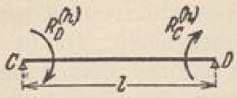


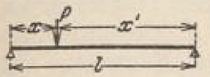
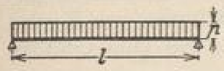
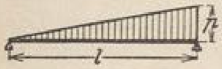
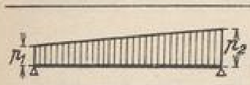
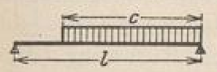
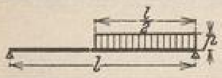
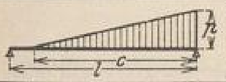
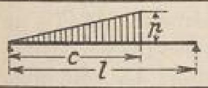
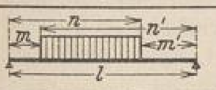
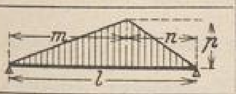
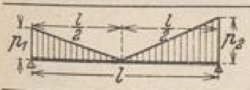
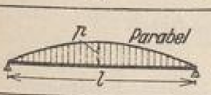
Abb. 346b. Die Elimination der Knotendrehwinkel führt zu dreigliedrigen Kennbeziehungen, so daß in den Knoten A, B, C, D statische oder geometrische Randbedingungen für den Anschluß der Pfosten 5 bis 8 vorgeschrieben werden müssen.

Tabelle 27. Kreuzlinienabschnitte.



$x/l = \xi \qquad x'/l = \xi' \qquad c/l = \gamma$

$m/l = \mu \qquad m'/l = \mu' \qquad n/l = \nu \qquad n'/l = \nu$

Belastung	$R_D^{(h)} = -\alpha_{D0}^{(h)}/\alpha_{CD}$	$R_C^{(h)} = -\alpha_{C0}^{(h)}/\alpha_{CD}$
	$-P\,l\,\omega_D$	$+P\,l\,\omega'_D$
	$-\frac{p\,l^2}{4}$	$+\frac{p\,l^2}{4}$
	$-\frac{2}{15}p_0\,l^2$	$+\frac{7}{60}p_0\,l^2$
	$-\frac{l^2}{60}(7\,p_1+8\,p_2)$	$+\frac{l^2}{60}(8\,p_1+7\,p_2)$
	$-\frac{p\,l^2}{4}\gamma^2(2-\gamma)^2$	$+\frac{p\,l^2}{4}\gamma^2(2-\gamma^2)$
	$-\frac{9}{64}p\,l^2$	$+\frac{7}{64}p\,l^2$
	$-\frac{p\,l^2}{60}\gamma^2(20-15\,\gamma+3\,\gamma^2)$	$+\frac{p\,l^2}{60}\gamma^2(10-3\,\gamma^2)$
	$-\frac{p\,l^2}{15}\gamma^2(5-3\,\gamma)$	$+\frac{p\,l^2}{60}\gamma^2(40-45\,\gamma+12\,\gamma^2)$
	$-\frac{p\,l^2}{4}[2(\nu^2-\mu^2)-(\nu^4-\mu^4)]$	$+\frac{p\,l^2}{4}[2(\nu'^2-\mu'^2)-(\nu'^4-\mu'^4)]$
	$-\frac{p\,l^2}{60}(1+\mu)(7-3\,\mu^2)$	$+\frac{p\,l^2}{60}(1+\nu)(7-3\,\nu^2)$
	$-\frac{l^2}{960}(37\,p_1+53\,p_2)$	$+\frac{l^2}{960}(53\,p_1+37\,p_2)$
	$-\frac{p\,l^2}{2}\gamma^2(3-2\,\gamma)$	$+\frac{p\,l^2}{2}\gamma^2(3-2\,\gamma)$
	$-\frac{p\,l^2}{5}$	$+\frac{p\,l^2}{5}$
	$-(1-3\,\xi^2)\,\mathrm{M} = +\mathrm{M}\,\omega_M$	$-(1-3\,\xi'^2)\,\mathrm{M} = +\mathrm{M}\,\omega'_M$
Ungleichförmige Temperaturänderung um $t_u - t_o = \Delta t$	$-3\,E\,J\,\frac{\alpha\,\Delta t}{h}$	$+3\,E\,J\,\frac{\alpha\,\Delta t}{h}$

Um die Rechenvorschrift daher für Stockwerkrahmen zu verwenden, wird der Anschluß der Pfosten des belasteten Trägers an den benachbarten Riegelstäben durch statische oder kinematische Bedingungen vorgeschrieben. Damit ist der elastische Zusammenhang gelöst und die Untersuchung auf die Berechnung eines durchgehenden Trägers zurückgeführt. Die Einrechnung der Kennbeziehungen $\mu_{hk}, \varkappa_{JK}$ für größere Abschnitte des Tragwerks mit Annahmen über die Lage einzelner Festpunkte und anschließender Auflösung der Ansätze (S. 375) durch Iteration führt nur zur Verbesserung der Randbedingungen des durchgehenden Trägers an den Pfostenenden. Diese Abschätzung des Spannungszustandes der Stockwerkrahmen wird infolge ihrer Übersichtlichkeit bei praktischen Aufgaben des Bauwesens viel verwendet. Sie führt bei der üblichen Belastung der Träger zu brauchbaren Ergebnissen, die zwar weder die Gleichgewichtsbedingungen der Schnittkräfte am Knoten noch die geometrischen Verträglichkeitsbedingungen erfüllen, aber zur Querschnittsbemessung ausreichen.

Die Anwendung der Rechenvorschrift gewinnt mit der geometrischen Darstellung der Kennbeziehungen $\varkappa_{JK}, \mu_{hk}$ durch Festpunkte und Übergangslinien an Übersichtlichkeit. Diese werden nach (616), (619) berechnet und in das Stabnetz eingetragen.

Die Eigenart der Lösung besteht in der weitgehenden Zerlegung der äußeren Ursachen in die jedem Stabe zufallenden Anteile $\mathfrak{P}_h, \vartheta_{ht}, \vartheta_{hs}, \vartheta_{hc}$. Die Anschlußkräfte $\overline{M}_{C0,h}^{(h)}, \overline{M}_{D0,h}^{(h)}$ aus der Belastung $\mathfrak{P}_h$ des Stabes (h) werden nach (627) bestimmt, die übrigen Anschlußkräfte ergeben sich daraus durch Rechnung oder Zeichnung mit Kennbeziehungen. Das endgültige Ergebnis wird durch die Superposition zugeordneter Anteile gefunden

$$\overline{M}_{J0}^{(k)} = \sum \overline{M}_{J0,h}^{(k)} \qquad (h = 1 \ldots s)\,. \tag{628}$$

Damit sind dann auch die anderen Schnittkräfte bekannt.

Die Anschlußmomente $\overline{M}_{C\vartheta,h}^{(h)}, \overline{M}_{D\vartheta,h}^{(h)}$ des Stabes h aus $\vartheta_h = 1$ werden nach (624) angegeben. Ihnen sind durch die Kennbeziehungen Anschlußmomente $\overline{M}_{J\vartheta,h}^{(k)}$ an allen übrigen Knoten zugeordnet. Diese Rechnung ist nur als algebraische Grundlage der Superposition zu verstehen, sie wird für jeden Stab wiederholt. Da nun einer vorgeschriebenen Stützen- oder Temperaturbewegung Stabdrehwinkel $\vartheta_{hs}, \vartheta_{ht}$ und dem Belastungsfall $\psi_c = 1$ Stabdrehwinkel ϑ_{hc} zugeordnet sind, kann nach dem Superpositionsgesetz

$$\overline{M}_{Jt}^{(k)} = \sum \overline{M}_{J\vartheta,h}^{(k)} \vartheta_{ht}\,, \qquad \overline{M}_{Jc}^{(k)} = \sum \overline{M}_{J\vartheta,h}^{(k)} \vartheta_{hc} \tag{629}$$

angeschrieben werden. Die Schnittkräfte des vorgegebenen Tragwerks erhalten schließlich folgende Form:

$$M_J^{(k)} = \overline{M}_{J0}^{(k)} + \overline{M}_{Jt}^{(k)} + \sum \overline{M}_{Jc}^{(k)} \psi_c\,. \tag{630}$$

Kennbeziehungen eines durchgehenden Trägers nach (616) und (619).

$$\sum_{h=1}^{h=m} \varrho_J^{(k)} = \Phi_J^{(k)}\,.$$

1. Randbedingungen: $\nu_{KE} = \nu_{QE} = \frac{1}{3}\,, \qquad \nu_{AG} = \nu_{BG} = 0$ usw.

$$\varrho_G^{(1)} = \varrho_G^{(16)} = 3/l\,, \qquad \varrho_E^{(9)} = 4 : h'_u = 13{,}92/l\,, \qquad \varrho_E^{(8)} = 4/h'_0 = 8{,}7/l \quad \text{usw.}$$

2. Stab CD. $\Phi_C^{(4)} = \frac{3{,}0 + 8{,}7 + 13{,}92}{l} = \frac{25{,}62}{l}\,, \qquad \nu_{CD} = 1 : \left(3 + \frac{6}{25{,}62}\right) = 0{,}309 = \nu_{GF}\,.$

$$\varrho_D^{(4)} = \frac{2}{l}\,\frac{1 - 0{,}309}{0{,}667 - 0{,}309} = \frac{3{,}86}{l} = \varrho_F^{(13)}$$

3. Stab DE. $\Phi_D^{(7)} = \dfrac{3{,}86 + 8{,}7 + 13{,}92}{l} = \dfrac{26{,}48}{l}$, $\quad \nu_{DE} = 1 : \left(3 + \dfrac{6}{26{,}48}\right) = 0{,}310 = \nu_{FE}$.

$$\varrho_E^{(7)} = \frac{2}{l}\,\frac{0{,}690}{0{,}357} = \frac{3{,}86}{l} = \varrho_E^{(10)}.$$

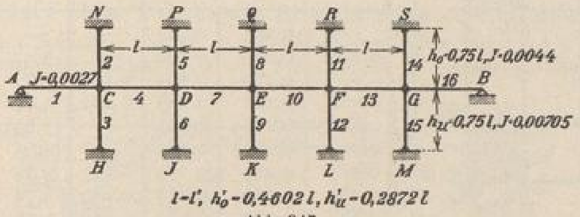


Abb. 347.

Für die übrigen Stäbe des Riegels bleiben die Kennbeziehungen $\nu = 0{,}310$ und $\varrho = 3{,}86 : l$ erhalten.

4. Stab CN. $\Phi_C^{(2)} = \dfrac{3{,}0 + 13{,}92 + 3{,}86}{l} = \dfrac{20{,}78}{l}$, $\quad \nu_{CN} = 1 : \left(3 + \dfrac{6}{0{,}46 \cdot 20{,}78}\right) = 0{,}267 = \nu_{GS}$.

5. Stab DP. $\Phi_D^{(5)} = \dfrac{3{,}86 + 13{,}92 + 3{,}86}{l} = \dfrac{21{,}64}{l}$, $\quad \nu_{DP} = 1 : \left(3 + \dfrac{6}{0{,}46 \cdot 21{,}64}\right) = 0{,}278 = \nu_{FR}$.

6. Stab CH. $\Phi_C^{(3)} = \dfrac{3{,}0 + 8{,}7 + 3{,}86}{l} = \dfrac{15{,}56}{l}$, $\quad \nu_{CH} = 1 : \left(3 + \dfrac{6}{0{,}287 \cdot 15{,}56}\right) = 0{,}230 = \nu_{GM}$.

7. Stab DJ. $\Phi_D^{(6)} = \dfrac{3{,}86 + 8{,}7 + 3{,}86}{l} = \dfrac{16{,}42}{l}$, $\quad \nu_{DJ} = 1 : \left(3 + \dfrac{6}{0{,}287 \cdot 16{,}42}\right) = 0{,}234 = \nu_{FL}$.

Diese Zahlen gelten auch für die übrigen Pfosten. Die Übergangszahlen werden nach (616) bestimmt.

Übersicht für den Punkt C.

k	1			2			3			4		
h	2	3	4	3	4	1	4	1	2	1	2	3
μ	0,328	0,526	0,145	0,670	0,186	0,144	0,248	0,193	0,559	0,117	0,339	0,544

Übersicht der Ergebnisse.

Knoten	ν				$\varrho\, l$			
	links	rechts	oben	unten	links	rechts	oben	unten
C	0,310	0,309	0,276	0,230	3,00	3,86	8,70	13,92
D	0,310	0,310	0,278	0,234	3,86	3,86	8,70	13,92
E	0,310	0,310	0,278	0,234	3,86	3,86	8,70	13,92

Tabelle 28a. Angenäherte Kennbeziehungen in quadratischen Vierecksnetzen mit Stäben von gleich großem Trägheitsmoment.

Eckfeld und Mittelfeld (Abb. 348).

Knoten	ν			$\varrho\, l$		
	links	rechts	oben	links	rechts	oben
A	—	0,211	0,215	—	3,47	3,47
B	0,261	0,260	0,260	3,64	3,64	3,64
C	0,260	0,260	0,260	3,64	3,64	3,64
. . . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .
J	0,261	0,261	0,261	3,64	3,64	3,64

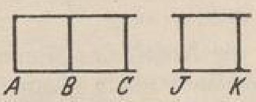


Abb. 348.

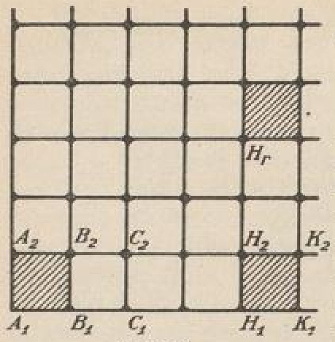


Abb. 349.

Tab. 28a (Forts.). Eck-, Außen- und Mittelfeld (Abb. 349).

Knoten	ν				ϱl			
	links	rechts	oben	unten	links	rechts	oben	unten
A_1	—	0,215	0,215	—	—	3,65	3,65	—
B_1	0,262	0,260	0,260	—	3,47	3,65	3,735	—
A_2	—	0,260	0,261	0,262	—	3,735	3,65	3,47
B_2	0,282	0,283	0,283	0,282	3,64	3,65	3,64	3,74
H_1	0,2625	0,2625	0,262	—	3,65	3,65	3,74	—
K_1	0,2625	0,2625	0,262	—	3,65	3,65	3,74	—
H_2	0,283	0,283	0,283	0,283	3,74	3,74	3,74	3,65
K_2	0,283	0,283	0,283	0,283	3,74	3,74	3,74	3,65
H_r	0,283	0,283	0,283	0,283	3,74	3,74	3,74	3,74

Für Vierecksnetze von doppelter Mannigfaltigkeit mit ungleichen Seiten (Seitenverhältnis $n = h : l$) und gleich großem Trägheitsmoment sind die Kennbeziehungen ν und ϱ von A. Ritter angegeben worden.

Tabelle 28b.

Kennbeziehungen an einem mittleren Knoten nach A. Ritter.

$h : l$	$a : l = \nu$ links und rechts	$a : l = \nu$ oben und unten	ϱl links und rechts	ϱh oben und unten
1	0,2829	0,2829	3,737	3,737
0,909	0,2855	0,2802	3,749	3,725
0,80	0,2890	0,2765	3,765	3,709
0,70	0,2925	0,2727	3,782	3,692
0,60	0,2964	0,2682	3,800	3,673
0,50	0,3007	0,2630	3,822	3,651
0,10	0,3246	0,2277	3,950	3,521
0,00	0,3333	0,2113	4,000	3,464

Die Zahlen erleichtern die Abschätzung der Schnittkräfte steifer Vierecksnetze nach S. 378.

Die Komponenten ψ_c des Verschiebungszustandes. Die unabhängigen Komponenten ψ_c $(c = 1 \ldots f)$ der Knotenkette werden nach Abschnitt 38 ausgewählt und mit dem Prinzip der virtuellen Verrückungen aus dem Gleichgewicht der Anschlußmomente $M_J^{(h)}$ berechnet. Hierzu dienen f voneinander unabhängige zwangläufige Gebilde Γ_b. Wird das Moment der Belastung $\mathfrak{P}_h$ in bezug auf das Momentanzentrum O_{hb} des Stabes (h) der Kette Γ_b nach S. 317 mit $\mathsf{M}_{h,b}$ und $(M_J^{(h)} + M_K^{(h)})$ mit $M^{(h)}$ bezeichnet, so entstehen die folgenden statischen Bedingungen

$$\left.\begin{aligned} \delta A_b = 0 = \sum (\mathsf{M}_{h,b} + M^{(h)})\, v_{hb} = \sum (\mathsf{M}_{h,b} + \overline{M}_0^{(h)} + \sum \psi_c \overline{M}_c^{(h)})\, v_{hb}\,, \\ \sum_1^f \psi_c \sum \overline{M}_c^{(h)} v_{hb} + \sum (\mathsf{M}_{h,b} + \overline{M}_0^{(h)})\, v_{hb} = 0\,. \qquad (b = 1 \ldots f)\,. \end{aligned}\right\} \qquad (631)$$

Die unbekannten Komponenten ψ_c werden daher aus f Gleichungen eindeutig bestimmt. Jeder der Summanden ist der Ausdruck für eine virtuelle Arbeit, so daß folgender Ansatz angeschrieben werden kann:

$$\delta A_b = 0 = \sum_1^f \psi_c a_{bc} + a_{b0} \qquad (b = 1 \ldots f). \qquad (632)$$

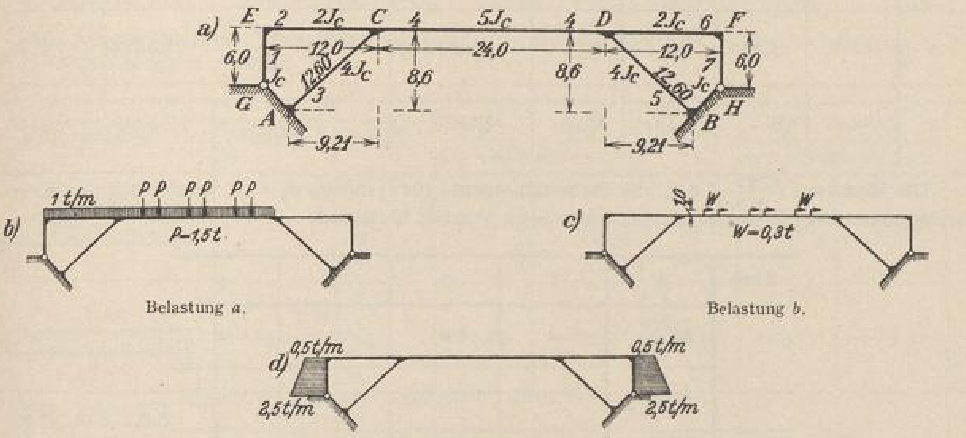
a_{bc} ist die Arbeit der Momente $\overline{M}_c^{(h)}$ bei der virtuellen Bewegung Γ_b und $\overline{M}_c^{(h)}$ das Moment eines $r$fach geometrisch unbestimmten Systems infolge von $\psi_c = 1$. Die Arbeit a_{b0} wird bei der virtuellen Bewegung Γ_b von den Momenten $\mathsf{M}_{h,b}$ und von den Anschlußmomenten $\overline{M}_0^{(h)}$ geleistet, welche in dem $r$fach geometrisch unbestimmten System aus der Belastung $\mathfrak{P}_h$ und Temperaturänderung $t, \Delta t$ entstehen.

Die Wurzeln ψ_c $(c = 1 \ldots f)$ werden durch den Gaußschen Algorithmus oder durch Iteration bestimmt. Bei mehreren Belastungsfällen wird die reziproke Matrix β_{bc} zu den Vorzahlen a_{bc} angegeben und ψ_c nach (633) berechnet

$$-\psi_c = \sum \beta_{cb}\, a_{b0}. \tag{633}$$

Rahmenträger einer Brücke als Beispiel eines offenen Stabzugs.

Die Berechnung der Schnittkräfte ist für drei Belastungsfälle nach Abb. 350 und für eine gleichförmige Erwärmung der Riegelstäbe und Schrägstützen durchgeführt worden.



Belastung *a*. Belastung *b*.

Belastung *c*.

Abb. 350.

1. Kennbeziehungen und Festpunkte. Anwendung der Beziehungen (619) und (622). Randbedingungen: $a_1 = a'_7 = 0$, $a_3 = a'_5 = 12{,}6/3 = 4{,}2$ m.

Festpunkte und Anschlußzahlen:

$$\varrho_E^{(1)} = \varrho_F^{(7)} = \frac{3}{l'_1} = 0{,}5, \qquad \varrho_C^{(3)} = \varrho_D^{(5)} = \frac{4}{l'_3} = 1{,}27\,,$$

$$\nu_{EC} = 1 : \left(3 + \frac{6}{l'_2\, \varrho_E^{(1)}}\right) = 0{,}2\,, \qquad a_{EC} = a_2 = 2{,}4\,, \qquad \varrho_C^{(2)} = \frac{2}{l'_2}\, \frac{1 - \nu_{EC}}{\frac{2}{3} - \nu_{EC}} = 0{,}5714.$$

$$\nu_{CD} = 1 : \left(3 + \frac{6}{l'_4 (\varrho_C^{(2)} + \varrho_C^{(3)})}\right) = 0{,}272\,, \quad a_{CD} = a_4 = 6{,}524\,, \quad \varrho_D^{(4)} = \frac{2}{l'_4}\, \frac{1 - \nu_{CD}}{\frac{2}{3} - \nu_{CD}} = 0{,}7684.$$

$$\nu_{DF} = 1 : \left(3 + \frac{6}{l'_6 (\varrho_D^{(4)} + \varrho_D^{(5)})}\right) = 0{,}286\,, \quad a_{DF} = a_6 = 3{,}438\,, \quad \varrho_D^{(6)} = \varrho_C^{(2)} = 0{,}5714\,,$$

$$\nu_{DB} = 1 : \left(3 + \frac{6}{l'_5 (\varrho_D^{(4)} + \varrho_D^{(6)})}\right) = 0{,}226\,, \quad a_{DB} = a_5 = 2{,}850\,, \quad \varrho_F^{(6)} = \varrho_E^{(2)} = \frac{2}{l'_6}\, \frac{1 - \nu_{DF}}{\frac{2}{3} - \nu_{DF}} = 0{,}6256,$$

$$\nu_{FH} = 1 : \left(3 + \frac{6}{l'_7\, \varrho_F^{(6)}}\right) = 0{,}2175\,, \qquad a_{FH} = a_7 = 1{,}305\,.$$

Kennbeziehungen und Übergangszahlen:

$$\varkappa_{CE} = \varkappa_{DF} = \frac{a_6}{l_6 - a_6} = 0{,}4015\,, \qquad \varkappa_{DC} = \varkappa_{CD} = \frac{a_4}{l_4 - a_4} = 0{,}3733\,,$$

$$\varkappa_{FD} = \varkappa_{EC} = \frac{a_2}{l_2 - a_2} = 0{,}25\,, \qquad \varkappa_{AC} = \varkappa_{BD} = \frac{a_3}{l_3 - a_3} = 0{,}5\,,$$

$$\mu_{42} = \mu_{46} = -\frac{\varrho_C^{(4)}}{\varrho_C^{(3)} + \varrho_C^{(4)}} = -0{,}3770\,, \qquad \mu_{32} = \mu_{56} = -\frac{\varrho_C^{(3)}}{\varrho_C^{(3)} + \varrho_C^{(4)}} = -0{,}6230\,,$$

$$\mu_{54} = \mu_{34} = -\frac{\varrho_D^{(5)}}{\varrho_D^{(5)} + \varrho_D^{(6)}} = -0{,}6897\,, \qquad \mu_{64} = \mu_{24} = -\frac{\varrho_D^{(6)}}{\varrho_D^{(5)} + \varrho_D^{(6)}} = -0{,}3103\,,$$

$$\mu_{23} = \mu_{65} = -\frac{\varrho_C^{(2)}}{\varrho_C^{(2)} + \varrho_C^{(4)}} = -0{,}4265\,, \qquad \mu_{43} = \mu_{45} = -\frac{\varrho_C^{(4)}}{\varrho_C^{(2)} + \varrho_C^{(4)}} = -0{,}5735$$

2. Stabendmomente für $l_h = C\,D$ bei einer Drehung $\vartheta_h = 1$ nach (624).

Stab	l_h	l'_h	a_h	a'_h	$l_h - a_h - a'_h$	$\overline{M}^{(h)}_{C\vartheta,h}$	$\overline{M}^{(h)}_{D\vartheta,h}$
1	6,0	6,0	0	1,305	4,695	0	$-0{,}2780$
2	12,0	6,0	2,4	3,438	6,162	$-\frac{6}{6{,}0}\,\frac{2{,}4}{6{,}162} = -0{,}3895$	$-0{,}5579$
3	12,6	3,15	4,2	2,850	5,550	$-\frac{6}{3{,}15}\,\frac{4{,}2}{5{,}550} = -1{,}4414$	$-0{,}9781$
4	24,0	4,8	6,524	6,524	10,952	$-\frac{6}{4{,}8}\,\frac{6{,}524}{10{,}952} = -0{,}7446$	$-0{,}7446$

Die Momente $\overline{M}^{(k)}_{J\vartheta,h}$, d. h. die Stabendmomente für l_k infolge $\vartheta_h = 1$, werden mit den Kennbeziehungen und Übergangszahlen aus obigen Werten bestimmt.

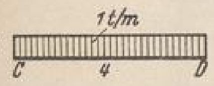
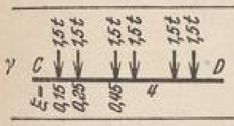
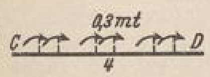
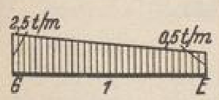
Stab	h	1	2	3	4
1	$\overline{M}^{(1)}_{G\vartheta,h}$	0	0	0	0
	$\overline{M}^{(1)}_{E\vartheta,h}$	$-0{,}2780$	$+0{,}3895$	$-0{,}1043$	$-0{,}0578$
2	$\overline{M}^{(2)}_{E\vartheta,h}$	$+0{,}2780$	$-0{,}3895$	$+0{,}1043$	$+0{,}0578$
	$\overline{M}^{(2)}_{C\vartheta,h}$	$+0{,}1116$	$-0{,}5579$	$+0{,}4172$	$+0{,}2310$
3	$\overline{M}^{(3)}_{A\vartheta,h}$	$-0{,}0348$	$+0{,}1738$	$-1{,}4414$	$+0{,}2568$
	$\overline{M}^{(3)}_{C\vartheta,h}$	$-0{,}0695$	$+0{,}3476$	$-0{,}9781$	$+0{,}5136$
4	$\overline{M}^{(4)}_{C\vartheta,h}$	$-0{,}0421$	$+0{,}2103$	$+0{,}5609$	$-0{,}7446$
	$\overline{M}^{(4)}_{D\vartheta,h}$	$-0{,}0157$	$+0{,}0785$	$+0{,}2094$	$-0{,}7446$
5	$\overline{M}^{(5)}_{D\vartheta,h}$	$+0{,}0108$	$-0{,}0541$	$-0{,}1444$	$+0{,}5136$
	$\overline{M}^{(5)}_{B\vartheta,h}$	$+0{,}0054$	$-0{,}0270$	$-0{,}0722$	$+0{,}2568$
6	$\overline{M}^{(6)}_{D\vartheta,h}$	$+0{,}0049$	$-0{,}0244$	$-0{,}0650$	$+0{,}2310$
	$\overline{M}^{(6)}_{F\vartheta,h}$	$+0{,}0012$	$-0{,}0061$	$-0{,}0162$	$+0{,}0578$
7	$\overline{M}^{(7)}_{F\vartheta,h}$	$-0{,}0012$	$+0{,}0061$	$+0{,}0162$	$-0{,}0578$
	$\overline{M}^{(7)}_{H\vartheta,h}$	0	0	0	0

In diesen Tabellen sind die Endmomente aller Stäbe aus der Verdrehung $\vartheta_h = 1$ des einzelnen Stabes h enthalten (vgl. S. 378). Sie bilden die Grundlage zur Bestimmung von $\overline{M}^{(h)}_{Jt}$ und $\overline{M}^{(h)}_{J1}$ nach (629).

3. Stabendmomente des belasteten Stabes $l_h = C\,D$ nach (627). $1/\varkappa = \lambda$.

Stab	l_h	a_h	$\varkappa_{CD} = \dfrac{a_h}{l_h - a_h}$	λ_{CD}	a'_h	$\varkappa_{DC} = \dfrac{a'_h}{l_h - a'_h}$	λ_{DC}	$\lambda_{CD}\lambda_{DC} - 1$	$\lambda_{CD} - \varkappa_{DC}$	$\lambda_{DC} - \varkappa_{CD}$
1	6,00	0	0	∞	1,305	0,2780	3,597	∞	∞	3,597
2	12,00	2,40	0,25	4	3,438	0,4015	2,491	8,964	3,598	2,241
3	12,60	4,20	0,50	2	2,850	0,2923	3,421	5,842	1,708	2,921
4	24,00	6,524	0,3733	2,679	6,524	0,3733	2,679	6,177	2,306	2,306

Die vorgeschriebenen Belastungsfälle werden in die den einzelnen Stäben zufallenden Teilbelastungen α bis ε zerlegt.

Teilbelastung	$R_D^{(h)}$	$R_C^{(h)}$	$\dfrac{R_C^{(h)}}{\lambda_{CD}-\varkappa_{DC}}$	$\dfrac{R_D^{(h)}}{\lambda_{CD}\lambda_{DC}-1}$	$\overline{M}_{C0}^{(h)}$	$\dfrac{R_D^{(h)}}{\lambda_{DC}-\varkappa_{CD}}$	$\dfrac{R_C^{(h)}}{\lambda_{CD}\lambda_{DC}-1}$	$\overline{M}_{D0}^{(h)}$
α 	$-$ 36	36	10,00	$-$ 4,016	$-$ 5,98	$-$16,06	$+$ 4,016	$+$12,05
β 	$-$144	144	62,45	$-$23,31	$-$39,14	$-$62,45	$+$23,31	$+$39,14
γ 	$-$ 60,86	60,86	26,39	$-$ 9,853	$-$16,54	$-$26,39	$+$ 9,853	$+$16,54
δ 	$-$ 0,1125	$-$0,1125	$-$0,049	$-$ 0,018	$+$ 0,067	$-$ 0,049	$-$ 0,018	$+$ 0,067
ε 	$-$ 12,900	—	—	0	0	$-$ 3,586	—	$+$ 3,586

Die übrigen Stabendmomente einer Teilbelastung werden mit den Kennbeziehungen oder graphisch mit den Festpunkten berechnet. Die Belastung des Stabes l_4 liefert im. Falle β und γ symmetrische, im Falle δ antimetrische Ergebnisse.

Die Momente aus der Belastung a (Abb. 350b) werden durch Superposition der Ergebnisse α, β, γ erhalten. Der Belastungsfall b (Abb. 350c) ist mit der Teilbelastung δ identisch. Der Belastungsfall c (Abb. 350d) ist symmetrisch. Die Schnittkräfte entstehen durch Superposition der Ergebnisse ε mit denjenigen aus der spiegelbildlich gleichartigen Belastung des Stabes FH.

Belastung	$\overline{M}_{E0}^{(2)}$	$\overline{M}_{C0}^{(2)}$	$\overline{M}_{C0}^{(3)}$	$\overline{M}_{C0}^{(4)}$	$\overline{M}_{D0}^{(4)}$	$\overline{M}_{D0}^{(5)}$	$\overline{M}_{D0}^{(6)}$	$\overline{M}_{F0}^{(6)}$
α	$-$5,98	$+$12,05	$-$7,51	$-$4,54	$-$1,70	$+$1,17	$+$0,53	$+$0,13
β	$+$3,04	$+$12,15	$+$26,99	$-$39,14	$+$39,14	$-$26,99	$-$12,15	$-$3,04
γ	$+$1,28	$+$5,13	$+$11,41	$-$16,54	$+$16,54	$-$11,41	$-$5,13	$-$1,28
δ	$-$0,005	$-$0,021	$-$0,046	$+$0,067	$+$0,067	$-$0,046	$-$0,021	$-$0,005
ε	$-$3,59	$-$1,44	$+$0,90	$+$0,54	$+$0,20	$-$0,14	$-$0,06	$-$0,02
a	$-$1,66	$+$29,33	$+$30,89	$-$60,22	$+$53,98	$-$37,23	$-$16,75	$-$4,19
b	$-$0,005	$-$0,021	$-$0,046	$+$0,067	$+$0,067	$-$0,046	$-$0,021	$-$0,005
c	$-$3,57	$-$1,38	$+$1,04	$+$0,34	$-$0,34	$-$1,04	$-$1,38	$-$3,57

Die Stabendmomente aus den Belastungen a, b, c gelten für das unverschiebliche Knotennetz und sind daher nur für den symmetrischen Belastungsfall c endgültig (Abb. 351).

4. Temperaturmomente. Die Temperaturänderung des Tragwerks ist symmetrisch, der Symmetriepunkt des Riegels l_4 erleidet daher keine waagerechte Verschiebung. Unter der An-

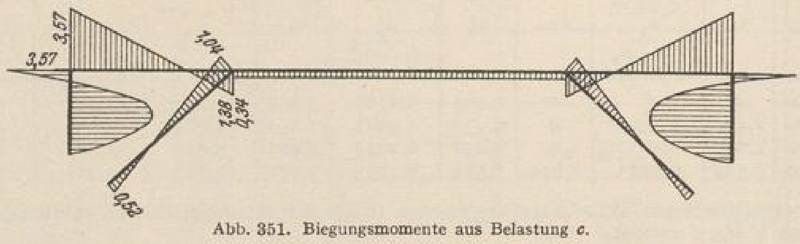


Abb. 351. Biegungsmomente aus Belastung c.

nahme, daß die Riegelstäbe ihre Temperatur um $+20^0$, die Schrägstützen l_3 und l_5 um $+10^0$ und die Endstützen um 0^0 ändern, sind die Längenänderungen $\alpha_t\, tl$ der Stäbe l_h für

$h =$	1 u. 7	2 u. 6	3 u. 5	4
$\Delta l =$	0	$+0{,}0024$	$+0{,}00126$	$+0{,}0048$ m.

Die Stabdrehwinkel ϑ_{ht} werden mit dem Prinzip der virtuellen Verrückungen nach Abschn. 18 berechnet. Hiernach ist $1\,\vartheta_{ht} = E\,J_c \Sigma \overline{N}\,\alpha_t\, tl$. Die gedachten Kräfte sind mit den ihnen zugeordneten Längskräften in Abb. 352 eingetragen.

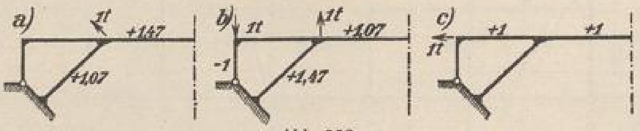


Abb. 352.

Dann ist mit $E\,J_c = 16670$ tm²: $\vartheta_{4t} = 0$.

$$\vartheta_{5t} = -\vartheta_{3t} = \frac{E\,J_c}{l_3}(+1{,}47 \cdot 0{,}0024 + 1{,}07 \cdot 0{,}00126) = +\ 6{,}45\,,$$

$$\vartheta_{6t} = -\vartheta_{2t} = \frac{E\,J_c}{l_2}(+1{,}07 \cdot 0{,}0024 + 1{,}47 \cdot 0{,}00126) = +\ 6{,}13\,,$$

$$\vartheta_{7t} = -\vartheta_{1t} = \frac{E\,J_c}{l_1}(+1{,}00 \cdot 0{,}0024 + 1{,}00 \cdot 0{,}0024) = +13{,}33\,,$$

Nach (629) ergeben sich die Anschlußmomente aus

$$\overline{M}_{Jt}^{(k)} = \Sigma\, \overline{M}_{J\vartheta,h}^{(k)}\, \vartheta_{ht}\,. \qquad \text{(Abb. 353.)}$$

Stab	$h =$	1	2	3	4	5	6	7	$\overline{M}_{Jt}^{(k)}$
1	$\overline{M}_{G\vartheta,h}^{(1)}\vartheta_{ht}$	0	0	0	0	0	0	0	0
	$\overline{M}_{E\vartheta,h}^{(1)}\vartheta_{ht}$	+3,71	−2,39	+0,67	0	+0,10	+0,04	−0,02	+2,11
2	$\overline{M}_{E\vartheta,h}^{(2)}\vartheta_{ht}$	−3,71	+2,39	−0,67	0	−0,10	−0,04	+0,02	−2,11
	$\overline{M}_{C\vartheta,h}^{(2)}\vartheta_{ht}$	−1,49	+3,42	−2,69	0	−0,42	−0,15	+0,06	−1,27
3	$\overline{M}_{A\vartheta,h}^{(3)}\vartheta_{ht}$	+0,46	−1,06	+9,30	0	−0,46	−0,17	+0,07	+8,14
	$\overline{M}_{C\vartheta,h}^{(3)}\vartheta_{ht}$	+0,93	−2,13	+6,31	0	−0,93	−0,33	+0,14	+3,99
4	$\overline{M}_{C\vartheta,h}^{(4)}\vartheta_{ht}$	+0,56	−1,29	−3,62	0	+1,35	+0,48	−0,21	−2,73
	$\overline{M}_{D\vartheta,h}^{(4)}\vartheta_{ht}$	+0,21	−0,48	−1,35	0	+3,62	+1,29	−0,56	+2,73

(Fortsetzung).

Stab	$h=$	1	2	3	4	5	6	7	$\overline{M}_{Jt}^{(k)}$
5	$\overline{M}_{D\vartheta,h}^{(5)}\vartheta_{ht}$	−0,14	+0,33	+0,93	0	−6,31	+2,13	−0,93	−3,99
	$\overline{M}_{B\vartheta,h}^{(5)}\vartheta_{ht}$	−0,07	+0,17	+0,46	0	−9,30	+1,06	−0,46	−8,14
6	$\overline{M}_{D\vartheta,h}^{(6)}\vartheta_{ht}$	−0,06	+0,15	+0,42	0	+2,69	−3,42	+1,49	+1,27
	$\overline{M}_{F\vartheta,h}^{(6)}\vartheta_{ht}$	−0,02	+0,04	+0,10	0	+0,67	−2,39	+3,71	+2,11
7	$\overline{M}_{F\vartheta,h}^{(7)}\vartheta_{ht}$	+0,02	−0,04	−0,10	0	−0,67	+2,39	−3,71	−2,11
	$\overline{M}_{H\vartheta,h}^{(7)}\vartheta_{ht}$	0	0	0	0	0	0	0	0

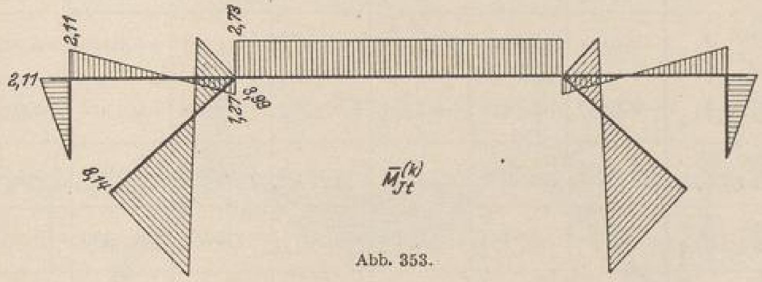


Abb. 353.

5. Momente $\overline{M}_{J1}^{(k)}$ des einfach geometrisch unbestimmten Systems für $\psi_1 = 1$. Da die Stabdrehwinkel für die Belastungsfälle a und b (Abb. 350 b, c) von Null verschieden sind, wird die zweite Stufe der Berechnung notwendig. Die Knotenpunktfigur besitzt einen Freiheitsgrad. Als Parameter ψ_1 der Formänderung wird der Drehwinkel ϑ_1 gewählt.

Statische Bedingung: $\psi_1\, a_{11} + a_{10} = 0$

$a_{11} = \Sigma\, \overline{M}_1^{(k)}\, v_{k1}$; $\quad a_{10} = \Sigma\, (\mathsf{M}_{k1} + \overline{M}_0^{(k)})\, v_{k1}$.

Die Werte v_{k1} werden aus dem Polplan der kinematischen Kette Abb. 354 entnommen:

$$v_{11} = v_{71} = \psi_1 = 1\,,$$

$$v_{21} = v_{61} = 6:11{,}21 = 0{,}5352\,,$$

$$v_{31} = v_{51} = \frac{16{,}42 \cdot 0{,}535}{12{,}6} = 0{,}6975\,,$$

$$v_{41} = -\frac{0{,}535 \cdot 16{,}42}{16{,}42} = -0{,}5352\,.$$

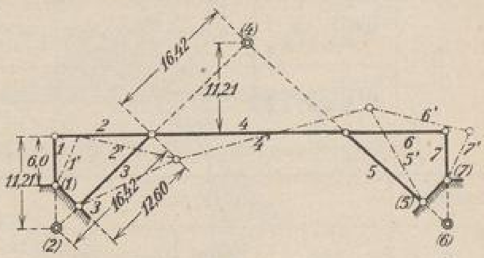


Abb. 354.

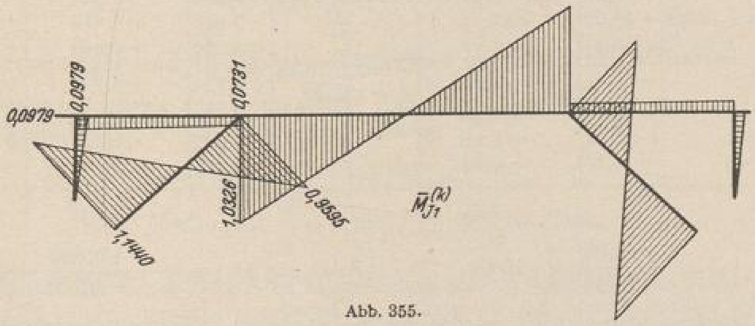


Abb. 355.

Die Momente $\overline{M}_1^{(k)}$ werden nach (629) aus den Werten $\overline{M}_{J1}^{(k)} = \sum \overline{M}_{J\vartheta,h}\,\vartheta_{h1}$ bestimmt (Abb. 355).

Stab	$h =$	1	2	3	4	5	6	7	$\overline{M}_{J1}^{(k)}$
1	$\overline{M}_{G\vartheta,h}^{(1)}\vartheta_{h1}$	0	0	0	0	0	0	0	0
	$\overline{M}_{E\vartheta,h}^{(1)}\vartheta_{h1}$	−0,2780	+0,2085	−0,0727	+0,0309	+0,0113	+0,0033	−0,0012	−0,0979
2	$\overline{M}_{E\vartheta,h}^{(2)}\vartheta_{h1}$	+0,2780	−0,2085	+0,0727	−0,0309	−0,0113	−0,0033	+0,0012	+0,0979
	$\overline{M}_{C\vartheta,h}^{(2)}\vartheta_{h1}$	+0,1116	−0,2986	+0,2910	−0,1236	−0,0453	−0,0131	+0,0049	−0,0731
3	$\overline{M}_{A\vartheta,h}^{(3)}\vartheta_{h1}$	−0,0348	+0,0930	−1,0054	−0,1374	−0,0504	−0,0144	+0,0054	−1,1440
	$\overline{M}_{C\vartheta,h}^{(3)}\vartheta_{h1}$	−0,0695	+0,1860	−0,6822	−0,2749	−0,1007	−0,0290	+0,0108	−0,9595
4	$\overline{M}_{C\vartheta,h}^{(4)}\vartheta_{h1}$	−0,0421	+0,1126	+0,3912	+0,3985	+0,1461	+0,0420	−0,0157	+1,0326
	$\overline{M}_{D\vartheta,h}^{(4)}\vartheta_{h1}$	−0,0157	+0,0420	+0,1461	+0,3985	+0,3912	+0,1126	−0,0421	+1,0326
5	$\overline{M}_{D\vartheta,h}^{(5)}\vartheta_{h1}$	+0,0108	−0,0290	−0,1007	−0,2749	−0,6822	+0,1860	−0,0695	−0,9595
	$\overline{M}_{B\vartheta,h}^{(5)}\vartheta_{h1}$	+0,0054	−0,0144	−0,0504	−0,1374	−1,0054	+0,0930	−0,0348	−1,1440
6	$\overline{M}_{D\vartheta,h}^{(6)}\vartheta_{h1}$	+0,0049	−0,0131	−0,0453	−0,1236	+0,2910	−0,2986	+0,1116	−0,0731
	$\overline{M}_{F\vartheta,h}^{(6)}\vartheta_{h1}$	+0,0012	−0,0033	−0,0113	−0,0309	+0,0727	−0,2085	+0,2780	+0,0979
7	$\overline{M}_{F\vartheta,h}^{(7)}\vartheta_{h1}$	−0,0012	+0,0033	+0,0113	+0,0309	−0,0727	+0,2085	−0,2780	−0,0979
	$\overline{M}_{H\vartheta,h}^{(7)}\vartheta_{h1}$	0	0	0	0	0	0	0	0

6. Ermittlung von ψ_1 für die Belastungen a und b.

Belastung		$a \equiv (\alpha, \beta, \gamma)$			$b \equiv \delta$			$\psi_1 = 1$	
k	ν_{k1}	M_{k1}	$\overline{M}_0^{(k)}$	$(\mathsf{M}_{k1}+\overline{M}_0^{(k)})\nu_{k1}$	M_{k1}	$\overline{M}_0^{(k)}$	$(\mathsf{M}_{k1}+\overline{M}_0^{(k)})\nu_{k1}$	$\overline{M}_1^{(k)}$	$\overline{M}_1^{(k)}\nu_{k1}$
1	+1	0	+ 1,66	+ 1,66	0	+0,005	+0,005	−0,0979	−0,0979
2	+0,5352	$1\cdot 12\cdot\frac{12}{2}=72$	+27,67	+53,34	0	−0,026	−0,014	+0,0248	+0,0133
3	+0,6975	0	+46,34	+32,32	0	−0,069	−0,048	−2,1035	−1,4672
4	−0,5352	0	− 6,24	+ 3,34	$-6\cdot 0{,}3\cdot 10{,}21$ $-18{,}378$	+0,134	+9,764	+2,0652	−1,1053
5	+0,6975	0	−55,85	−38,96	0	−0,069	−0,048	−2,1035	−1,4672
6	+0,5352	0	−20,94	−11,21	0	−0,026	−0,014	+0,0248	+0,0133
7	+1	0	+ 4,19	+ 4,19	0	+0,005	+0,005	−0,0979	−0,0979
				$a_{10} = +44{,}63$			$a_{10} = +9{,}650$		$a_{11} = -4{,}209$

Belastung a: $\psi_1 = -\dfrac{+44{,}68}{-4{,}209} = +10{,}62$. Belastung b: $\psi_1 = -\dfrac{+9{,}650}{-4{,}209} = +2{,}293$.

Die endgültigen Stabmomente werden aus der folgenden Superposition gefunden:

$$M_J^{(k)} = \overline{M}_{J0}^{(k)} + \psi_1\,\overline{M}_{J1}^{(k)}.$$

		$M_E^{(2)}$	$M_G^{(2)}$	$M_G^{(3)}$	$M_G^{(4)}$	$M_A^{(3)}$	$M_D^{(4)}$	$M_D^{(5)}$	$M_D^{(6)}$	$M_B^{(5)}$	$M_F^{(6)}$
Belastung *a*	$\overline{M}_{J0}^{(h)}$	−1,66	+29,53	+30,89	−60,22	+15,44	+53,98	−37,23	−16,75	−18,62	−4,19
	$\overline{M}_{J1}^{(h)}$	+0,098	−0,073	−0,960	+1,033	−1,144	+1,033	−0,960	−0,073	−1,144	+0,098
	$\psi_1 \overline{M}_{J1}^{(h)}$	+1,04	−0,78	−10,20	+10,97	−12,15	+10,97	−10,20	−0,78	−12,15	+1,04
	$M_{J0}^{(h)}$	−0,62	+28,55	+20,69	−49,25	+3,29	+64,95	−47,43	−17,53	−30,77	−3,15
Belastung *b*	$\overline{M}_{J0}^{(h)}$	−0,005	−0,021	−0,046	+0,067	−0,023	+0,067	−0,046	−0,021	−0,023	−0,005
	$\psi_1 \overline{M}_{J1}^{(h)}$	+0,225	−0,167	−2,201	+2,369	−2,623	+2,369	−2,201	−0,167	−2,623	+0,225
	$M_{J0}^{(h)}$	+0,220	−0,188	−2,247	+2,436	−2,646	+2,436	−2,247	−0,188	−2,646	+0,220

Die Ergebnisse sind in Abb. 356 und 357 enthalten. Die Richtigkeit wird mit den Gleichgewichtsbedingungen der Schnittkräfte an einem Knoten oder Stabteil nachgeprüft.

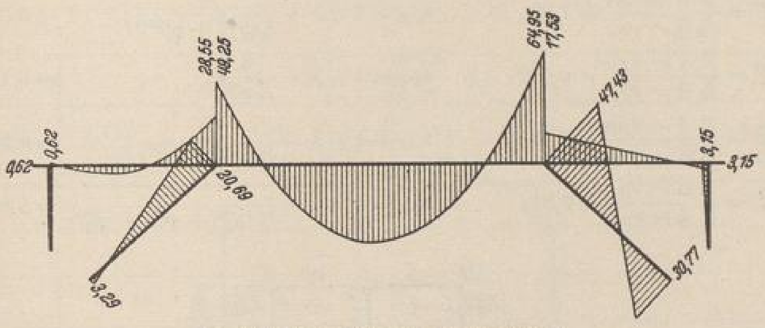


Abb. 356. Biegungsmomente aus Belastung *a*.

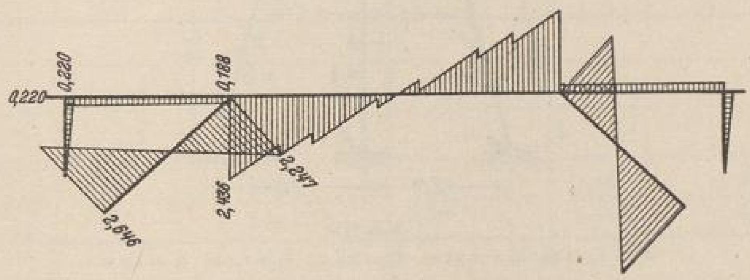


Abb. 357. Biegungsmomente aus Belastung *b*.

Festpunkte und Übergangszahlen eines geschlossenen Rahmens.

Die Festpunkte werden durch allmähliche Annäherung gewonnen.

1. Randbedingungen für die Festpunktermittlung

$$a_{AG} = a_{BE} = 0, \qquad a_{FD} = 3{,}0,$$

$$\varrho_G^{(1)} = \varrho_E^{(1)} = \frac{3}{l_1'} = 1{,}290; \quad \varrho_D^{(4)} = \frac{4}{l_4'} = 1{,}778.$$

2. Festpunkte der linken Zelle beim Fortschreiten im Uhrzeigersinn: Die Werte $\nu_{KJ} = 0{,}25$ und $\nu_{ED} = 0{,}25$ werden zunächst geschätzt und führen zu den Anschlußzahlen $\varrho_J^{(10)} = 0{,}798$ und $\varrho_D^{(8)} = 2{,}39$. Ausgangswert: $\nu_{JD} = 0{,}25$.

$$\varrho_D^{(5)} = \frac{2}{l_5'}\,\frac{1 - \nu_{JD}}{\frac{2}{3} - \nu_{JD}} = 1{,}20\,, \qquad \nu_{DC} = 1 : \left(3 + \frac{6}{l_2'(\varrho_D^{(4)} + \varrho_D^{(5)} + \varrho_D^{(8)})}\right) = 0{,}267\,,$$

$$\varrho_C^{(2)} = \frac{2}{l_2'}\,\frac{1 - \nu_{DC}}{\frac{2}{3} - \nu_{DC}} = 2{,}44\,, \qquad \nu_{CH} = 1 : \left(3 + \frac{6}{l_3'(\varrho_C^{(1)} + \varrho_C^{(2)})}\right) = 0{,}246\,,$$

$$\varrho_H^{(3)} = \frac{2}{l_3'}\,\frac{1 - \nu_{CH}}{\frac{2}{3} - \nu_{CH}} = 2{,}39\,, \qquad \nu_{HJ} = 1 : \left(3 + \frac{6}{l_6'\,\varrho_H^{(3)}}\right) = 0{,}281\,,$$

$$\varrho_J^{(6)} = \frac{2}{l_6'}\,\frac{1 - \nu_{HJ}}{\frac{2}{3} - \nu_{HJ}} = 0{,}828\,, \qquad \nu_{JD} = 1 : \left(3 + \frac{6}{l_5'(\varrho_J^{(6)} + \varrho_J^{(10)})}\right) = 0{,}236\,.$$

Die Rechnung wird mit $\nu_{JD} = 0{,}236$ wiederholt und der geschätzte Wert ν_{KJ} wegen der Symmetrie des Systems durch den verbesserten Wert $\nu_{KJ} = \nu_{HJ} = 0{,}281$ ersetzt. Der Wert $\nu_{ED} = 0{,}250$ wird beibehalten. ν_{KJ} und ν_{ED} liefern die Anschlußzahlen $\varrho_J^{(10)} = 0{,}828$, $\varrho_D^{(8)} = 2{,}39$ und diese nach dem ersten Ansatz die Werte $\varrho_D^{(5)} = 1{,}18$, $\nu_{DC} = 0{,}267$. Da ν_{DC} sich gegenüber der ersten Rechnung nicht geändert hat, gilt das gleiche für $\varrho_C^{(2)}$, ν_{CH}, $\varrho_H^{(3)}$, ν_{HJ}, $\varrho_J^{(6)}$ und ν_{JD}.

3. Festpunkte der linken Zelle beim Fortschreiten entgegen dem Uhrzeigersinn. Die Werte $\nu_{KJ} = 0{,}281$ und $\nu_{ED} = 0{,}250$ mit den Anschlußzahlen $\varrho_J^{(10)} = 0{,}828$ und $\varrho_D^{(8)} = 2{,}39$ werden wieder verwendet. Als Ausgangswert dient $\nu_{DJ} = 0{,}25$.

$$\varrho_J^{(5)} = \frac{2}{l_5'}\,\frac{1 - \nu_{DJ}}{\frac{2}{3} - \nu_{DJ}} = 1{,}20\,, \qquad \nu_{JH} = 1 : \left(3 + \frac{6}{l_6'(\varrho_J^{(5)} + \varrho_J^{(10)})}\right) = 0{,}273\,,$$

$$\varrho_H^{(6)} = \frac{2}{l_6'}\,\frac{1 - \nu_{JH}}{\frac{2}{3} - \nu_{JH}} = 0{,}820\,, \qquad \nu_{HC} = 1 : \left(3 + \frac{6}{l_3'\,\varrho_H^{(6)}}\right) = 0{,}127\,,$$

$$\varrho_C^{(3)} = \frac{2}{l_3'}\,\frac{1 - \nu_{HC}}{\frac{2}{3} - \nu_{HC}} = 2{,}15\,, \qquad \nu_{CD} = 1 : \left(3 + \frac{6}{l_2'(\varrho_C^{(1)} + \varrho_C^{(3)})}\right) = 0{,}240\,,$$

$$\varrho_D^{(2)} = \frac{2}{l_2'}\,\frac{1 - \nu_{CD}}{\frac{2}{3} - \nu_{CD}} = 2{,}37\,, \qquad \nu_{DJ} = 1 : \left(3 + \frac{6}{l_5'(\varrho_D^{(2)} + \varrho_D^{(4)} + \varrho_D^{(8)})}\right) = 0{,}302\,.$$

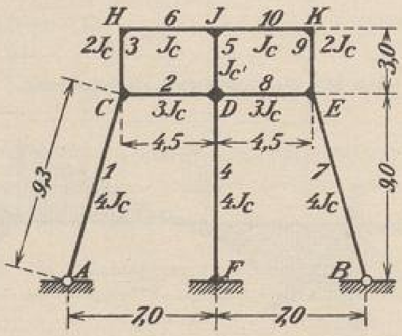


Abb. 358.

$l_1' = 2{,}325$ m, $l_4' = 2{,}25$ m, $l_2' = 1{,}5$ m, $l_3' = 1{,}5$ m, $l_6 = 4{,}5$ m.

Der neue Ausgangswert $\nu_{DJ} = 0{,}302$ und die verbesserten $\nu_{KJ} = 0{,}281$, $\nu_{ED} = 0{,}240$ führen in Verbindung mit $\varrho_J^{(10)} = 0{,}828$ und $\varrho_D^{(8)} = 2{,}37$ der Reihe nach zu

$$\varrho_J^{(5)} = 1{,}274\,, \qquad \nu_{JH} = 0{,}275\,, \qquad \varrho_H^{(6)} = 0{,}822\,, \qquad \nu_{HC} = 0{,}127\,.$$

Da ν_{HC} sich im Vergleich zur ersten Rechnung nicht geändert hat, gelten für $\varrho_C^{(3)}$, ν_{CD} und $\varrho_D^{(2)}$ die bekannten Ergebnisse.

4. Die Rechnung ist im Uhrzeigersinn mit $\nu_{ED} = 0{,}250$ und $\varrho_D^{(8)} = 2{,}39$ entwickelt worden. Die verbesserten Werte $\nu_{ED} = 0{,}240$ und $\varrho_D^{(8)} = 2{,}37$ führen innerhalb der Genauigkeit des Rechenschiebers zu keiner Änderung der Ergebnisse

$$\nu_{CA} = 1 : \left(3 + \frac{6}{l_1'(\varrho_C^{(2)} + \varrho_C^{(3)})}\right) = 0{,}281\,, \qquad \varrho_A^{(1)} = \frac{2}{l_1'}\,\frac{1 - \nu_{CA}}{\frac{2}{3} - \nu_{CA}} = 1{,}60\,,$$

$$\nu_{DF} = 1 : \left(3 + \frac{6}{l_4'(\varrho_D^{(2)} + \varrho_D^{(5)\prime} + \varrho_D^{(8)})}\right) = 0{,}290\,, \qquad \varrho_F^{(4)} = \frac{2}{l_4'}\,\frac{1 - \nu_{DF}}{\frac{2}{3} - \nu_{DF}} = 1{,}67\,.$$

5. Übersicht der Ergebnisse:

Knoten	ν				ϱ			
	links	rechts	oben	unten	links	rechts	oben	unten
A	—	—	0	—	—	—	1,60	—
B	—	—	0	—	—	—	1,60	—
C	—	0,240	0,246	0,281	—	2,44	2,15	1,29
D	0,267	0,267	0,302	0,290	2,37	2,37	1,18	1,78
E	0,240	—	0,246	0,281	2,44	—	2,15	1,29
F	—	—	0,333	—	—	—	1,67	—
H	—	0,281	—	0,127	—	0,82	—	2,39
J	0,275	0,275	—	0,236	0,83	0,83	—	1,27
K	0,281	—	—	0,127	0,82	—	—	2,39

6. Übergangszahlen $-\mu_{ik}$ nach (616).

C					
1		2		3	
2	3	1	3	1	2
$\frac{2,44}{4,59}=0,53$	$\frac{2,15}{4,59}=0,47$	$\frac{1,29}{3,44}=0,37$	$\frac{2,15}{3,44}=0,63$	$\frac{1,29}{3,73}=0,35$	$\frac{2,44}{3,73}=0,65$

J					
5		6		10	
6	10	5	10	5	6
$\frac{0,83}{1,66}=0,50$	$\frac{0,83}{1,66}=0,50$	$\frac{1,27}{2,10}=0,60$	$\frac{0,83}{2,10}=0,40$	$\frac{1,27}{2,10}=0,60$	$\frac{0,83}{2,10}=0,40$

D					
2			4		
4	5	8	2	5	8
$\frac{1,78}{5,33}=0,33$	$\frac{1,18}{5,33}=0,22$	$\frac{2,37}{5,33}=0,45$	$\frac{2,37}{5,92}=0,40$	$\frac{1,18}{5,92}=0,20$	$\frac{2,37}{5,92}=0,40$

D					
5			8		
2	4	8	2	4	5
$\frac{2,37}{6,52}=0,36$	$\frac{1,78}{6,52}=0,28$	$\frac{2,37}{6,52}=0,36$	$\frac{2,37}{5,33}=0,45$	$\frac{1,78}{5,33}=0,33$	$\frac{1,18}{5,33}=0,22$

Ritter, W.: Anwendung der graphischen Statik, III. Teil: Der kontinuierliche Balken. Zürich 1900. — Schächterle, W.: Elastische Bogen, Bogenstellungen und mehrstielige Rahmen. Berlin 1912. — Ritter, A.: Berechnung rechteckiger Silozellen. Stuttgart 1916. — Straßner, A.: Statik der Rahmentragwerke und der elastischen Bogenträger. Berlin 1916. — Hoost, K: Beitrag zur Berechnung rechteckiger Rahmen und Rahmenträger. Dissertation Danzig 1917. — Pichl, E.: Der durchgehende gelenklose Bogen auf elastischen Stützen. Stuttgart 1919. — Suter, E.: Die Methode der Festpunkte. Berlin 1923.