



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Zahlenbeispiele

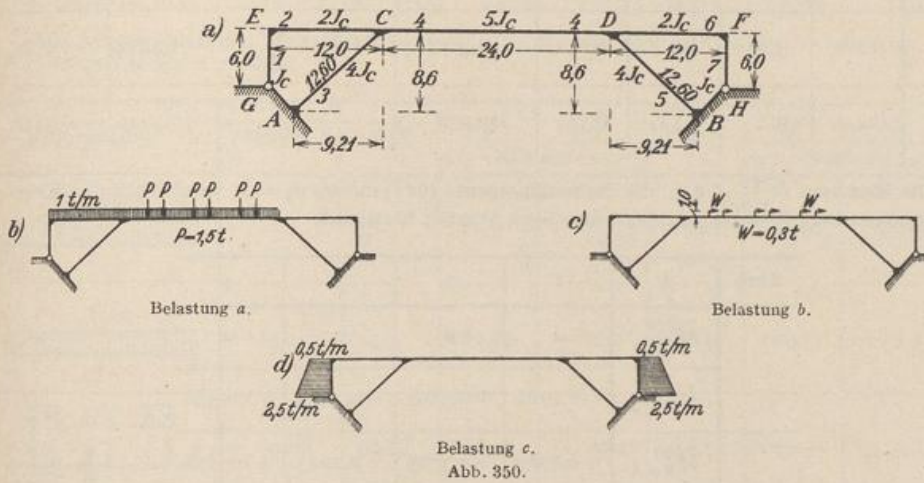
[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

Die Wurzeln ψ_c ($c = 1 \dots f$) werden durch den Gaußschen Algorithmus oder durch Iteration bestimmt. Bei mehreren Belastungsfällen wird die reziproke Matrix β_{bc} zu den Vorzahlen a_{bc} angegeben und ψ_c nach (633) berechnet

$$-\psi_c = \sum \beta_{cb} a_{b0} \quad (633)$$

Rahmenträger einer Brücke als Beispiel eines offenen Stabzugs.

Die Berechnung der Schnittkräfte ist für drei Belastungsfälle nach Abb. 350 und für eine gleichförmige Erwärmung der Riegelstäbe und Schrägstützen durchgeführt worden.



Belastung a.
Belastung b.
Belastung c.
Abb. 350.

1. Kennbeziehungen und Festpunkte. Anwendung der Beziehungen (619) und (622). Randbedingungen: $a_1 = a'_1 = 0$, $a_3 = a'_3 = 12,6/3 = 4,2$ m.

Festpunkte und Anschlußzahlen:

$$\begin{aligned} \varrho_E^{(1)} = \varrho_F^{(7)} = \frac{3}{l_1} = 0,5, \quad \varrho_D^{(3)} = \varrho_D^{(5)} = \frac{4}{l_3} = 1,27, \\ v_{EC} = 1 : \left(3 + \frac{6}{l_2 \varrho_E^{(1)}} \right) = 0,2, \quad a_{EC} = a_2 = 2,4, \quad \varrho_D^{(2)} = \frac{2}{l_2} \frac{1 - v_{EC}}{\frac{2}{3} - v_{EC}} = 0,5714. \\ v_{CD} = 1 : \left(3 + \frac{6}{l_4 (\varrho_D^{(2)} + \varrho_D^{(3)})} \right) = 0,272, \quad a_{CD} = a_4 = 6,524, \quad \varrho_D^{(4)} = \frac{2}{l_4} \frac{1 - v_{CD}}{\frac{2}{3} - v_{CD}} = 0,7684. \\ v_{DF} = 1 : \left(3 + \frac{6}{l_6 (\varrho_D^{(4)} + \varrho_D^{(5)})} \right) = 0,286, \quad a_{DF} = a_6 = 3,438, \quad \varrho_D^{(6)} = \varrho_D^{(2)} = 0,5714, \\ v_{DB} = 1 : \left(3 + \frac{6}{l_5 (\varrho_D^{(4)} + \varrho_D^{(6)})} \right) = 0,226, \quad a_{DB} = a_5 = 2,850, \quad \varrho_F^{(6)} = \varrho_E^{(2)} = \frac{2}{l_6} \frac{1 - v_{DF}}{\frac{2}{3} - v_{DF}} = 0,6256, \\ v_{FH} = 1 : \left(3 + \frac{6}{l_7 \varrho_F^{(6)}} \right) = 0,2175, \quad a_{FH} = a_7 = 1,305. \end{aligned}$$

Kennbeziehungen und Übergangszahlen:

$$\begin{aligned} \kappa_{CE} = \kappa_{DF} = \frac{a_6}{l_6 - a_6} = 0,4015, \quad \kappa_{DC} = \kappa_{OD} = \frac{a_4}{l_4 - a_4} = 0,3733, \\ \kappa_{FD} = \kappa_{EO} = \frac{a_2}{l_2 - a_2} = 0,25, \quad \kappa_{AO} = \kappa_{BD} = \frac{a_3}{l_3 - a_3} = 0,5, \\ \mu_{42} = \mu_{46} = -\frac{\varrho_D^{(4)}}{\varrho_D^{(3)} + \varrho_D^{(4)}} = -0,3770, \quad \mu_{32} = \mu_{56} = -\frac{\varrho_D^{(3)}}{\varrho_D^{(3)} + \varrho_D^{(4)}} = -0,6230, \\ \mu_{54} = \mu_{34} = -\frac{\varrho_D^{(5)}}{\varrho_D^{(5)} + \varrho_D^{(6)}} = -0,6897, \quad \mu_{64} = \mu_{24} = -\frac{\varrho_D^{(6)}}{\varrho_D^{(5)} + \varrho_D^{(6)}} = -0,3103, \\ \mu_{23} = \mu_{65} = -\frac{\varrho_D^{(2)}}{\varrho_D^{(2)} + \varrho_D^{(4)}} = -0,4265, \quad \mu_{43} = \mu_{45} = -\frac{\varrho_D^{(4)}}{\varrho_D^{(2)} + \varrho_D^{(4)}} = -0,5735 \end{aligned}$$

2. Stabendmomente für $l_h = CD$ bei einer Drehung $\vartheta_h = 1$ nach (624).

Stab	l_h	l'_h	a_h	a'_h	$l_h - a_h - a'_h$	$\overline{M}_{C\vartheta,h}^{(h)}$	$\overline{M}_{D\vartheta,h}^{(h)}$
1	6,0	6,0	0	1,305	4,695	0	-0,2780
2	12,0	6,0	2,4	3,438	6,162	$-\frac{6}{6,0} \frac{2,4}{6,162} = -0,3895$	-0,5579
3	12,6	3,15	4,2	2,850	5,550	$-\frac{6}{3,15} \frac{4,2}{5,550} = -1,4414$	-0,9781
4	24,0	4,8	6,524	6,524	10,952	$-\frac{6}{4,8} \frac{6,524}{10,952} = -0,7446$	-0,7446

Die Momente $\overline{M}_{J\vartheta,h}^{(k)}$, d. h. die Stabendmomente für l_k infolge $\vartheta_h = 1$, werden mit den Kennbeziehungen und Übergangszahlen aus obigen Werten bestimmt.

Stab	h	1	2	3	4
1	$\overline{M}_{G\vartheta,h}^{(1)}$	0	0	0	0
	$\overline{M}_{E\vartheta,h}^{(1)}$	-0,2780	+0,3895	-0,1043	-0,0578
2	$\overline{M}_{E\vartheta,h}^{(2)}$	+0,2780	-0,3895	+0,1043	+0,0578
	$\overline{M}_{C\vartheta,h}^{(2)}$	+0,1116	-0,5579	+0,4172	+0,2310
3	$\overline{M}_{A\vartheta,h}^{(3)}$	-0,0348	+0,1738	-1,4414	+0,2568
	$\overline{M}_{C\vartheta,h}^{(3)}$	-0,0695	+0,3476	-0,9781	+0,5136
4	$\overline{M}_{C\vartheta,h}^{(4)}$	-0,0421	+0,2103	+0,5609	-0,7446
	$\overline{M}_{D\vartheta,h}^{(4)}$	-0,0157	+0,0785	+0,2094	-0,7446
5	$\overline{M}_{D\vartheta,h}^{(5)}$	+0,0108	-0,0541	-0,1444	+0,5136
	$\overline{M}_{B\vartheta,h}^{(5)}$	+0,0054	-0,0270	-0,0722	+0,2568
6	$\overline{M}_{D\vartheta,h}^{(6)}$	+0,0049	-0,0244	-0,0650	+0,2310
	$\overline{M}_{F\vartheta,h}^{(6)}$	+0,0012	-0,0061	-0,0162	+0,0578
7	$\overline{M}_{F\vartheta,h}^{(7)}$	-0,0012	+0,0061	+0,0162	-0,0578
	$\overline{M}_{H\vartheta,h}^{(7)}$	0	0	0	0

In diesen Tabellen sind die Endmomente aller Stäbe aus der Verdrehung $\vartheta_h = 1$ des einzelnen Stabes h enthalten (vgl. S. 378). Sie bilden die Grundlage zur Bestimmung von $\overline{M}_{J_i}^{(h)}$ und $\overline{M}_{J_1}^{(h)}$ nach (629).

3. Stabendmomente des belasteten Stabes $l_h = CD$ nach (627). $1/\kappa = \lambda$.

Stab	l_h	a_h	$\kappa_{CD} = \frac{a_h}{l_h - a_h}$	λ_{CD}	a'_h	$\kappa_{DC} = \frac{a'_h}{l_h - a'_h}$	λ_{DC}	$\lambda_{CD} \lambda_{DC} - 1$	$\lambda_{CD} - \kappa_{DC}$	$\lambda_{DC} - \kappa_{CD}$
1	6,00	0	0	∞	1,305	0,2780	3,597	∞	∞	3,597
2	12,00	2,40	0,25	4	3,438	0,4015	2,491	8,964	3,598	2,241
3	12,60	4,20	0,50	2	2,850	0,2923	3,421	5,842	1,708	2,921
4	24,00	6,524	0,3733	2,679	6,524	0,3733	2,679	6,177	2,306	2,306

Die vorgeschriebenen Belastungsfälle werden in die den einzelnen Stäben zufallenden Teilbelastungen α bis ε zerlegt.

Teilbelastung	$R_D^{(h)}$	$R_C^{(h)}$	$R^{(h)}$		$\overline{M}_{D0}^{(h)}$	$R_C^{(h)}$		$\overline{M}_{D0}^{(h)}$
			$\lambda_{CD} - \kappa_{DC}$	$\lambda_{CD} \lambda_{DC} - 1$		$\lambda_{CD} - \kappa_{DC}$	$\lambda_{CD} \lambda_{DC} - 1$	
	-36	36	10,00	-4,016	-5,98	-16,06	+4,016	+12,05
	-144	144	62,45	-23,31	-39,14	-62,45	+23,31	+39,14
	-60,86	60,86	26,39	-9,853	-16,54	-26,39	+9,853	+16,54
	-0,1125	0,1125	-0,049	-0,018	+0,067	-0,049	-0,018	+0,067
	-12,900	-	-	0	0	-3,586	-	+3,586

Die übrigen Stabendmomente einer Teilbelastung werden mit den Kennbeziehungen oder graphisch mit den Festpunkten berechnet. Die Belastung des Stabes l_4 liefert im Falle β und γ symmetrische, im Falle δ antimetrische Ergebnisse.

Die Momente aus der Belastung a (Abb. 350b) werden durch Superposition der Ergebnisse α, β, γ erhalten. Der Belastungsfall b (Abb. 350c) ist mit der Teilbelastung δ identisch. Der Belastungsfall c (Abb. 350d) ist symmetrisch. Die Schnittkräfte entstehen durch Superposition der Ergebnisse ε mit denjenigen aus der spiegelbildlich gleichartigen Belastung des Stabes FH .

Belastung	$\overline{M}_{E0}^{(2)}$	$\overline{M}_{D0}^{(2)}$	$\overline{M}_{D0}^{(3)}$	$\overline{M}_{D0}^{(4)}$	$\overline{M}_{D0}^{(4)}$	$\overline{M}_{D0}^{(5)}$	$\overline{M}_{D0}^{(6)}$	$\overline{M}_{F0}^{(6)}$
α	-5,98	+12,05	-7,51	-4,54	-1,70	+1,17	+0,53	+0,13
β	+3,04	+12,15	+26,99	-39,14	+39,14	-26,99	-12,15	-3,04
γ	+1,28	+5,13	+11,41	-16,54	+16,54	-11,41	-5,13	-1,28
δ	-0,005	-0,021	-0,046	+0,067	+0,067	-0,046	-0,021	-0,005
ε	-3,59	-1,44	+0,90	+0,54	+0,20	-0,14	-0,06	-0,02
a	-1,66	+29,33	+30,89	-60,22	+53,98	-37,23	-16,75	-4,19
b	-0,005	-0,021	-0,046	+0,067	+0,067	-0,046	-0,021	-0,005
c	-3,57	-1,38	+1,04	+0,34	-0,34	-1,04	-1,38	-3,57

Die Stabendmomente aus den Belastungen a, b, c gelten für das unverschiebliche Knoten-
netz und sind daher nur für den symmetrischen Belastungsfall c endgültig (Abb. 351).

4. Temperaturmomente. Die Temperaturänderung des Tragwerks ist symmetrisch, der Symmetriepunkt des Riegels l_4 erleidet daher keine waagerechte Verschiebung. Unter der An-

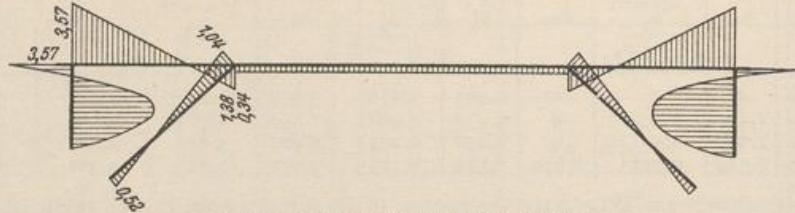


Abb. 351. Biegemomente aus Belastung c.

nahme, daß die Riegelstäbe ihre Temperatur um $+20^\circ$, die Schrägstützen l_3 und l_5 um $+10^\circ$ und die Endstützen um 0° ändern, sind die Längenänderungen $\alpha_i l_i$ der Stäbe l_h für

$$h = 1 \text{ u. } 7 \quad 2 \text{ u. } 6 \quad 3 \text{ u. } 5 \quad 4$$

$$\Delta l = 0 \quad +0,0024 \quad +0,00126 \quad +0,0048 \text{ m.}$$

Die Stabdrehwinkel ϑ_{ht} werden mit dem Prinzip der virtuellen Verrückungen nach Abschn. 18 berechnet. Hiernach ist $1 \vartheta_{ht} = E J_c \sum N \alpha_i l_i$. Die gedachten Kräfte sind mit den ihnen zugeordneten Längskräften in Abb. 352 eingetragen.

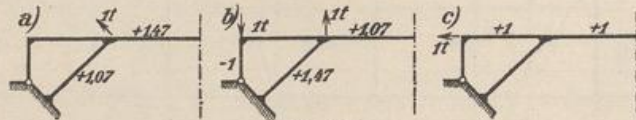


Abb. 352.

Dann ist mit $E J_c = 16670 \text{ tm}^2$: $\vartheta_{4t} = 0$.

$$\vartheta_{5t} = -\vartheta_{3t} = \frac{E J_c}{l_3} (+1,47 \cdot 0,0024 + 1,07 \cdot 0,00126) = +6,45,$$

$$\vartheta_{6t} = -\vartheta_{2t} = \frac{E J_c}{l_2} (+1,07 \cdot 0,0024 + 1,47 \cdot 0,00126) = +6,13,$$

$$\vartheta_{7t} = -\vartheta_{1t} = \frac{E J_c}{l_1} (+1,00 \cdot 0,0024 + 1,00 \cdot 0,0024) = +13,33,$$

Nach (629) ergeben sich die Anschlußmomente aus

$$\bar{M}_{Ji}^{(k)} = \sum \bar{M}_{J\vartheta, h}^{(k)} \vartheta_{ht}. \quad (\text{Abb. 353.})$$

Stab	h =	1	2	3	4	5	6	7	$\bar{M}_{Ji}^{(k)}$
1	$\bar{M}_{G\vartheta, h}^{(1)} \vartheta_{ht}$	0	0	0	0	0	0	0	0
	$\bar{M}_{E\vartheta, h}^{(1)} \vartheta_{ht}$	+3,71	-2,39	+0,67	0	+0,10	+0,04	-0,02	+2,11
2	$\bar{M}_{E\vartheta, h}^{(2)} \vartheta_{ht}$	-3,71	+2,39	-0,67	0	-0,10	-0,04	+0,02	-2,11
	$\bar{M}_{C\vartheta, h}^{(2)} \vartheta_{ht}$	-1,49	+3,42	-2,69	0	-0,42	-0,15	+0,06	-1,27
3	$\bar{M}_{A\vartheta, h}^{(3)} \vartheta_{ht}$	+0,46	-1,06	+9,30	0	-0,46	-0,17	+0,07	+8,14
	$\bar{M}_{C\vartheta, h}^{(3)} \vartheta_{ht}$	+0,93	-2,13	+6,31	0	-0,93	-0,33	+0,14	+3,99
4	$\bar{M}_{C\vartheta, h}^{(4)} \vartheta_{ht}$	+0,56	-1,29	-3,62	0	+1,35	+0,48	-0,21	-2,73
	$\bar{M}_{D\vartheta, h}^{(4)} \vartheta_{ht}$	+0,21	-0,48	-1,35	0	+3,62	+1,29	-0,56	+2,73

(Fortsetzung)

Stab	$h=$	1	2	3	4	5	6	7	$\overline{M}_{Jt}^{(h)}$
5	$\overline{M}_{D\vartheta, h}^{(5)} \vartheta_{ht}$	-0,14	+0,33	+0,93	0	-6,31	+2,13	-0,93	-3,99
	$\overline{M}_{B\vartheta, h}^{(5)} \vartheta_{ht}$	-0,07	+0,17	+0,46	0	-9,30	+1,06	-0,46	-8,14
6	$\overline{M}_{D\vartheta, h}^{(6)} \vartheta_{ht}$	-0,06	+0,15	+0,42	0	+2,69	-3,42	+1,49	+1,27
	$\overline{M}_{F\vartheta, h}^{(6)} \vartheta_{ht}$	-0,02	+0,04	+0,10	0	+0,67	-2,39	+3,71	+2,11
7	$\overline{M}_{F\vartheta, h}^{(7)} \vartheta_{ht}$	+0,02	-0,04	-0,10	0	-0,67	+2,39	-3,71	-2,11
	$\overline{M}_{H\vartheta, h}^{(7)} \vartheta_{ht}$	0	0	0	0	0	0	0	0

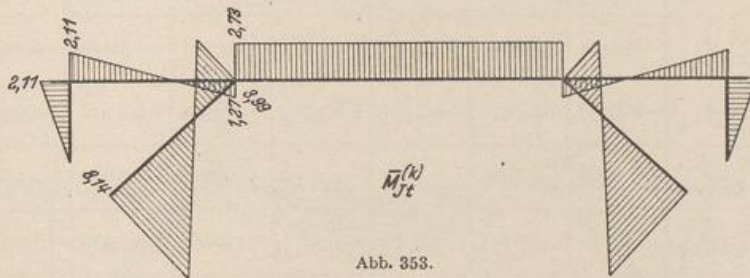


Abb. 353.

5. Momente $\overline{M}_{Jt}^{(k)}$ des einfach geometrisch unbestimmten Systems für $\psi_1 = 1$. Da die Stabdrehwinkel für die Belastungsfälle a und b (Abb. 350 b, c) von Null verschieden sind, wird die zweite Stufe der Berechnung notwendig. Die Knotenpunktfigur besitzt einen Freiheitsgrad. Als Parameter ψ_1 der Formänderung wird der Drehwinkel ϑ_1 gewählt.

Statische Bedingung: $\psi_1 a_{11} + a_{10} = 0$

$$a_{11} = \sum \overline{M}_1^{(k)} v_{k1}; \quad a_{10} = \sum (M_{k1} + \overline{M}_0^{(k)}) v_{k1}.$$

Die Werte v_{k1} werden aus dem Polplan der kinematischen Kette Abb. 354 entnommen:

$$v_{11} = v_{71} = \psi_1 = 1,$$

$$v_{21} = v_{61} = 6:11,21 = 0,5352,$$

$$v_{31} = v_{51} = \frac{16,42 \cdot 0,5352}{12,6} = 0,6975,$$

$$v_{41} = -\frac{0,5352 \cdot 16,42}{16,42} = -0,5352.$$

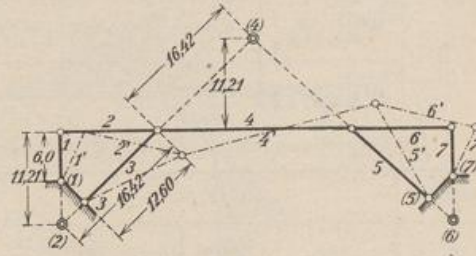


Abb. 354.

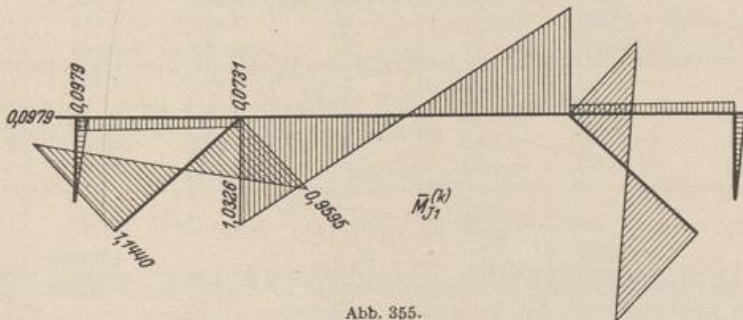


Abb. 355.

Die Momente $\bar{M}_1^{(k)}$ werden nach (629) aus den Werten $\bar{M}_{J_1}^{(k)} = \sum \bar{M}_{J_1, h} \vartheta_{h1}$ bestimmt (Abb. 355).

Stab	$h =$	1	2	3	4	5	6	7	$\bar{M}_{J_1}^{(k)}$
1	$\bar{M}_{G\vartheta, h}^{(1)} \vartheta_{h1}$	0	0	0	0	0	0	0	0
	$\bar{M}_{E\vartheta, h}^{(1)} \vartheta_{h1}$	-0,2780	+0,2085	-0,0727	+0,0309	+0,0113	+0,0033	-0,0012	-0,0979
2	$\bar{M}_{E\vartheta, h}^{(2)} \vartheta_{h1}$	+0,2780	-0,2085	+0,0727	-0,0309	-0,0113	-0,0033	+0,0012	+0,0979
	$\bar{M}_{C\vartheta, h}^{(2)} \vartheta_{h1}$	+0,1116	-0,2986	+0,2910	-0,1236	-0,0453	-0,0131	+0,0049	-0,0731
3	$\bar{M}_{A\vartheta, h}^{(3)} \vartheta_{h1}$	-0,0348	+0,0930	-1,0054	-0,1374	-0,0504	-0,0144	+0,0054	-1,1440
	$\bar{M}_{C\vartheta, h}^{(3)} \vartheta_{h1}$	-0,0695	+0,1860	-0,6822	-0,2749	-0,1007	-0,0290	+0,0108	-0,9595
4	$\bar{M}_{C\vartheta, h}^{(4)} \vartheta_{h1}$	-0,0421	+0,1126	+0,3912	+0,3985	+0,1461	+0,0420	-0,0157	+1,0326
	$\bar{M}_{D\vartheta, h}^{(4)} \vartheta_{h1}$	-0,0157	+0,0420	+0,1461	+0,3985	+0,3912	+0,1126	-0,0421	+1,0326
5	$\bar{M}_{D\vartheta, h}^{(5)} \vartheta_{h1}$	+0,0108	-0,0290	-0,1007	-0,2749	-0,6822	+0,1860	-0,0695	-0,9595
	$\bar{M}_{B\vartheta, h}^{(5)} \vartheta_{h1}$	+0,0054	-0,0144	-0,0504	-0,1374	-1,0054	+0,0930	-0,0348	-1,1440
6	$\bar{M}_{D\vartheta, h}^{(6)} \vartheta_{h1}$	+0,0049	-0,0131	-0,0453	-0,1236	+0,2910	-0,2986	+0,1116	-0,0731
	$\bar{M}_{F\vartheta, h}^{(6)} \vartheta_{h1}$	+0,0012	-0,0033	-0,0113	-0,0309	+0,0727	-0,2085	+0,2780	+0,0979
7	$\bar{M}_{F\vartheta, h}^{(7)} \vartheta_{h1}$	-0,0012	+0,0033	+0,0113	+0,0309	-0,0727	+0,2085	-0,2780	-0,0979
	$\bar{M}_{H\vartheta, h}^{(7)} \vartheta_{h1}$	0	0	0	0	0	0	0	0

6. Ermittlung von ψ_1 für die Belastungen a und b .

Belastung		$a \equiv (\alpha, \beta, \gamma)$			$b \equiv \delta$			$\psi_1 = 1$	
k	v_{k1}	M_{k1}	$\bar{M}_0^{(k)}$	$(M_{k1} + \bar{M}_0^{(k)})v_{k1}$	M_{k1}	$\bar{M}_0^{(k)}$	$(M_{k1} + \bar{M}_0^{(k)})v_{k1}$	$\bar{M}_1^{(k)}$	$\bar{M}_1^{(k)}v_{k1}$
1	+1	0	+ 1,66	+ 1,66	0	+0,005	+0,005	-0,0979	-0,0979
2	+0,5352	$1 \cdot 12 \cdot \frac{1}{2} = 72$	+27,67	+53,34	0	-0,026	-0,014	+0,0248	+0,0133
3	+0,6975	0	+46,34	+32,32	0	-0,069	-0,048	-2,1035	-1,4672
4	-0,5352	0	- 6,24	+ 3,34	$-6 \cdot 0,3 \cdot 10,21$ $-18,378$	+0,134	+9,764	+2,0652	-1,1053
5	+0,6975	0	-55,85	-38,96	0	-0,069	-0,048	-2,1035	-1,4672
6	+0,5352	0	-20,94	-11,21	0	-0,026	-0,014	+0,0248	+0,0133
7	+1	0	+ 4,19	+ 4,19	0	+0,005	+0,005	-0,0979	-0,0979
		$a_{10} = +44,63$			$b_{10} = +9,650$			$a_{11} = -4,209$	

Belastung a : $\psi_1 = -\frac{+44,68}{-4,209} = +10,62$.

Belastung b : $\psi_1 = -\frac{+9,650}{-4,209} = +2,293$.

Die endgültigen Stabmomente werden aus der folgenden Superposition gefunden:

$$M_J^{(k)} = \bar{M}_{J_0}^{(k)} + \psi_1 \bar{M}_{J_1}^{(k)}.$$

	$M_E^{(2)}$	$M_G^{(2)}$	$M_G^{(3)}$	$M_G^{(4)}$	$M_A^{(3)}$	$M_D^{(4)}$	$M_D^{(5)}$	$M_D^{(6)}$	$M_E^{(5)}$	$M_F^{(6)}$	
Belastung a	$\bar{M}_{J_0}^{(A)}$	-1,66	+29,53	+30,89	-60,22	+15,44	+53,98	-37,23	-16,75	-18,62	-4,19
	$\bar{M}_{J_1}^{(A)}$	+0,098	-0,073	-0,960	+1,033	-1,144	+1,033	-0,960	-0,073	-1,144	+0,098
	$\psi_1 \bar{M}_{J_1}^{(A)}$	+1,04	-0,78	-10,20	+10,97	-12,15	+10,97	-10,20	-0,78	-12,15	+1,04
Belastung b	$M_{J_0}^{(A)}$	-0,62	+28,55	+20,69	-49,25	+3,29	+64,95	-47,43	-17,53	-30,77	-3,15
	$\bar{M}_{J_0}^{(A)}$	-0,005	-0,021	-0,046	+0,067	-0,023	+0,067	-0,046	-0,021	-0,023	-0,005
	$\psi_1 \bar{M}_{J_1}^{(A)}$	+0,225	-0,167	-2,201	+2,369	-2,623	+2,369	-2,201	-0,167	-2,623	+0,225
	$M_{J_0}^{(A)}$	+0,220	-0,188	-2,247	+2,436	-2,646	+2,436	-2,247	-0,188	-2,646	+0,220

Die Ergebnisse sind in Abb. 356 und 357 enthalten. Die Richtigkeit wird mit den Gleichgewichtsbedingungen der Schnittkräfte an einem Knoten oder Stabteil nachgeprüft.

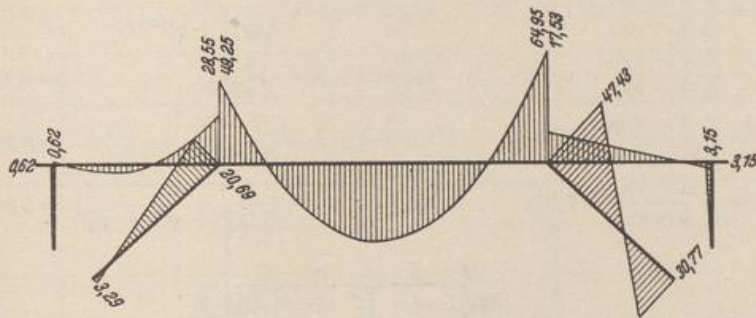


Abb. 356. Biegemomente aus Belastung a.

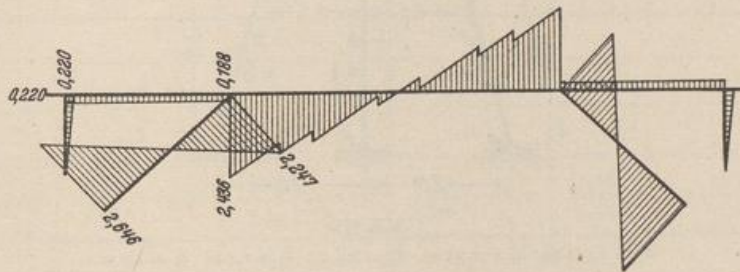


Abb. 357. Biegemomente aus Belastung b.

Festpunkte und Übergangszahlen eines geschlossenen Rahmens.

Die Festpunkte werden durch allmähliche Annäherung gewonnen.

1. Randbedingungen für die Festpunktermittlung

$$a_{AC} = a_{BE} = 0, \quad a_{FD} = 3,0,$$

$$q_G^{(1)} = q_E^{(1)} = \frac{3}{l_1} = 1,290; \quad q_D^{(4)} = \frac{4}{l_4} = 1,778.$$

2. Festpunkte der linken Zelle beim Fortschreiten im Uhrzeigersinn: Die Werte $v_{EJ} = 0,25$ und $v_{ED} = 0,25$ werden zunächst geschätzt und führen zu den Anschlußzahlen $q_J^{(10)} = 0,798$ und $q_D^{(8)} = 2,39$. Ausgangswert: $v_{JD} = 0,25$.

$$\begin{aligned} \varrho_D^{(5)} &= \frac{2}{l'_5} \frac{1 - \nu_{JD}}{\frac{2}{3} - \nu_{JD}} = 1,20, & \nu_{DC} &= 1: \left(3 + \frac{6}{l'_3 (\varrho_D^{(4)} + \varrho_D^{(5)} + \varrho_D^{(6)})} \right) = 0,267, \\ \varrho_C^{(2)} &= \frac{2}{l'_2} \frac{1 - \nu_{DC}}{\frac{2}{3} - \nu_{DC}} = 2,44, & \nu_{CH} &= 1: \left(3 + \frac{6}{l'_3 (\varrho_C^{(1)} + \varrho_C^{(2)})} \right) = 0,246, \\ \varrho_H^{(3)} &= \frac{2}{l'_3} \frac{1 - \nu_{CH}}{\frac{2}{3} - \nu_{CH}} = 2,39, & \nu_{HJ} &= 1: \left(3 + \frac{6}{l'_6 \varrho_H^{(3)}} \right) = 0,281, \\ \varrho_J^{(6)} &= \frac{2}{l'_6} \frac{1 - \nu_{HJ}}{\frac{2}{3} - \nu_{HJ}} = 0,828, & \nu_{JD} &= 1: \left(3 + \frac{6}{l'_5 (\varrho_J^{(6)} + \varrho_J^{(10)})} \right) = 0,236. \end{aligned}$$

Die Rechnung wird mit $\nu_{JD} = 0,236$ wiederholt und der geschätzte Wert ν_{KJ} wegen der Symmetrie des Systems durch den verbesserten Wert $\nu_{KJ} = \nu_{HJ} = 0,281$ ersetzt. Der Wert $\nu_{ED} = 0,250$ wird beibehalten. ν_{KJ} und ν_{ED} liefern die Anschlusszahlen $\varrho_D^{(10)} = 0,828$, $\varrho_D^{(8)} = 2,39$ und diese nach dem ersten Ansatz die Werte $\varrho_D^{(5)} = 1,18$, $\nu_{DC} = 0,267$. Da ν_{DC} sich gegenüber der ersten Rechnung nicht geändert hat, gilt das gleiche für $\varrho_C^{(2)}$, ν_{CH} , $\varrho_H^{(3)}$, ν_{HJ} , $\varrho_J^{(6)}$ und ν_{JD} .

3. Festpunkte der linken Zelle beim Fortschreiten entgegen dem Uhrzeigersinn. Die Werte $\nu_{KJ} = 0,281$ und $\nu_{ED} = 0,250$ mit den Anschlusszahlen $\varrho_J^{(10)} = 0,828$ und $\varrho_D^{(8)} = 2,39$ werden wieder verwendet. Als Ausgangswert dient $\nu_{DJ} = 0,25$.

$$\begin{aligned} \varrho_J^{(5)} &= \frac{2}{l'_5} \frac{1 - \nu_{DJ}}{\frac{2}{3} - \nu_{DJ}} = 1,20, & \nu_{JH} &= 1: \left(3 + \frac{6}{l'_6 (\varrho_J^{(5)} + \varrho_J^{(10)})} \right) = 0,273, \\ \varrho_H^{(6)} &= \frac{2}{l'_6} \frac{1 - \nu_{JH}}{\frac{2}{3} - \nu_{JH}} = 0,820, & \nu_{HC} &= 1: \left(3 + \frac{6}{l'_3 \varrho_H^{(6)}} \right) = 0,127, \\ \varrho_C^{(3)} &= \frac{2}{l'_3} \frac{1 - \nu_{HC}}{\frac{2}{3} - \nu_{HC}} = 2,15, & \nu_{CD} &= 1: \left(3 + \frac{6}{l'_2 (\varrho_C^{(1)} + \varrho_C^{(3)})} \right) = 0,240, \\ \varrho_D^{(2)} &= \frac{2}{l'_2} \frac{1 - \nu_{CD}}{\frac{2}{3} - \nu_{CD}} = 2,37, & \nu_{DJ} &= 1: \left(3 + \frac{6}{l'_5 (\varrho_D^{(2)} + \varrho_D^{(4)} + \varrho_D^{(8)})} \right) = 0,302. \end{aligned}$$

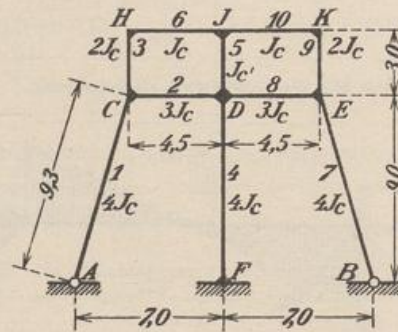


Abb. 358.

$$l'_1 = 2,325 \text{ m}, \quad l'_4 = 2,25 \text{ m}, \quad l'_2 = 1,5 \text{ m}, \quad l'_3 = 1,5 \text{ m}, \quad l'_6 = 4,5 \text{ m}.$$

Der neue Ausgangswert $\nu_{DJ} = 0,302$ und die verbesserten $\nu_{KJ} = 0,281$, $\nu_{ED} = 0,240$ führen in Verbindung mit $\varrho_J^{(10)} = 0,828$ und $\varrho_D^{(8)} = 2,37$ der Reihe nach zu

$$\varrho_J^{(5)} = 1,274, \quad \nu_{JH} = 0,275, \quad \varrho_H^{(6)} = 0,822, \quad \nu_{HC} = 0,127.$$

Da ν_{HC} sich im Vergleich zur ersten Rechnung nicht geändert hat, gelten für $\varrho_C^{(3)}$, ν_{CD} und $\varrho_D^{(2)}$ die bekannten Ergebnisse.

4. Die Rechnung ist im Uhrzeigersinn mit $\nu_{ED} = 0,250$ und $\varrho_D^{(8)} = 2,39$ entwickelt worden. Die verbesserten Werte $\nu_{ED} = 0,240$ und $\varrho_D^{(8)} = 2,37$ führen innerhalb der Genauigkeit des Rechenschiebers zu keiner Änderung der Ergebnisse

$$\begin{aligned} \nu_{CA} &= 1: \left(3 + \frac{6}{l'_1 (\varrho_C^{(3)} + \varrho_C^{(1)})} \right) = 0,281, & \varrho_A^{(1)} &= \frac{2}{l'_1} \frac{1 - \nu_{CA}}{\frac{2}{3} - \nu_{CA}} = 1,60, \\ \nu_{DF} &= 1: \left(3 + \frac{6}{l'_4 (\varrho_D^{(2)} + \varrho_D^{(5)} + \varrho_D^{(8)})} \right) = 0,290, & \varrho_F^{(4)} &= \frac{2}{l'_4} \frac{1 - \nu_{DF}}{\frac{2}{3} - \nu_{DF}} = 1,67. \end{aligned}$$

5. Übersicht der Ergebnisse:

Kno- ten	ν				ϱ			
	links	rechts	oben	unten	links	rechts	oben	unten
A	—	—	0	—	—	—	1,60	—
B	—	—	0	—	—	—	1,60	—
C	—	0,240	0,246	0,281	—	2,44	2,15	1,29
D	0,267	0,267	0,302	0,290	2,37	2,37	1,18	1,78
E	0,240	—	0,246	0,281	2,44	—	2,15	1,29
F	—	—	0,333	—	—	—	1,67	—
H	—	0,281	—	0,127	—	0,82	—	2,39
J	0,275	0,275	—	0,236	0,83	0,83	—	1,27
K	0,281	—	—	0,127	0,82	—	—	2,39

6. Übergangszahlen $-\mu_{ik}$ nach (616).

C					
1		2		3	
2	3	1	3	1	2
$\frac{2,44}{4,59} = 0,53$	$\frac{2,15}{4,59} = 0,47$	$\frac{1,29}{3,44} = 0,37$	$\frac{2,15}{3,44} = 0,63$	$\frac{1,29}{3,73} = 0,35$	$\frac{2,44}{3,73} = 0,65$
J					
5		6		10	
6	10	5	10	5	6
$\frac{0,83}{1,66} = 0,50$	$\frac{0,83}{1,66} = 0,50$	$\frac{1,27}{2,10} = 0,60$	$\frac{0,83}{2,10} = 0,40$	$\frac{1,27}{2,10} = 0,60$	$\frac{0,83}{2,10} = 0,40$
D					
2			4		
4	5	8	2	5	8
$\frac{1,78}{5,33} = 0,33$	$\frac{1,18}{5,33} = 0,22$	$\frac{2,37}{5,33} = 0,45$	$\frac{2,37}{5,92} = 0,40$	$\frac{1,18}{5,92} = 0,20$	$\frac{2,37}{5,92} = 0,40$
D					
5			8		
2	4	8	2	4	5
$\frac{2,37}{6,52} = 0,36$	$\frac{1,78}{6,52} = 0,28$	$\frac{2,37}{6,52} = 0,36$	$\frac{2,37}{5,33} = 0,45$	$\frac{1,78}{5,33} = 0,33$	$\frac{1,18}{5,33} = 0,22$

Ritter, W.: Anwendung der graphischen Statik, III. Teil: Der kontinuierliche Balken. Zürich 1900. — Schächterle, W.: Elastische Bogen, Bogenstellungen und mehrstielige Rahmen. Berlin 1912. — Ritter, A.: Berechnung rechteckiger Silozellen. Stuttgart 1916. — Straßner, A.: Statik der Rahmentragwerke und der elastischen Bogenträger. Berlin 1916. — Hoost, K.: Beitrag zur Berechnung rechteckiger Rahmen und Rahmenträger. Dissertation Danzig 1917. — Pichl, E.: Der durchgehende gelenklose Bogen auf elastischen Stützen. Stuttgart 1919. — Suter, E.: Die Methode der Festpunkte. Berlin 1923.

