



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

46. Balkenträger mit statisch unbestimmter Stützung

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

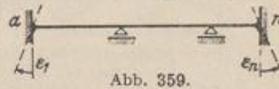
nach Abschn. 24 geometrischen Inhalt (Lösung A). Je kleiner die Anzahl der unabhängigen Komponenten des Verschiebungszustandes ist, um so eher wird man zur Lösung B greifen, dagegen werden die Schnittkräfte aus den statisch überzähligen Größen berechnet, wenn die Lösung A übersichtlich ist und nicht durch ungünstige Fehlerfortpflanzung leidet. Die zahlreichen Untersuchungen der folgenden Abschnitte bieten ausreichende Gelegenheit, die Brauchbarkeit der beiden Ansätze kritisch zu beurteilen.

Das Ergebnis beschreibt die Formänderung der Stäbe und ihre Schnittkräfte, aus denen die Spannungen des Querschnitts je nach der Ausführung des Tragwerks in Stahl oder Eisenbeton abgeleitet werden. Die Verteilung der Schnittkräfte auf die Bestandteile des Querschnitts ist dabei ebenso wie die Berechnung der Spannungen nur soweit behandelt worden, als dies für die Baustatik notwendig ist. Die vollständige Lösung der Aufgabe und die Untersuchung der Stabilität der Formänderung bleiben in der Regel der Festigkeitslehre vorbehalten. Damit ist das Ziel der Statik des Stabwerks umrissen, nachdem als Voraussetzung für die Brauchbarkeit ihrer Methoden die klare, durch physikalische und statische Erkenntnis bestimmte Konstruktion hervorgehoben worden ist.

Rieckhof: Experimentelle Statik für statisch unbestimmte Systeme. Selbstverlag Beton u. Eisen 1925 Heft 11 S. 260; 1926 S. 73; Beton u. Eisen 1926 Heft 8. — Hofacker, K.: Mechanostatische Untersuchungen hochgradig statisch unbestimmter Tragwerke. Schweiz. Bauztg. 1926 S. 153. — Gottschalk: Lösung statischer Aufgaben mittels Modellgerät. Z. VDI 1926 S. 261. — Derselbe: Lösung statischer Aufgaben mittels Kontinuität. Beton u. Eisen 1927 Heft 15; 1929 S. 113. — Tillmann, R.: Der Modellversuch in der Baustatik. Z. öst. Ing.- u. Arch.-Ver. 1929 Heft 27—30. — Ritter, M.: Experimentelle Methoden der Baustatik. Schweiz. Bauztg. Bd. 96 (1930) Heft 18. — Kann, F.: Fortschritte in der experimentellen Statik vielfach statisch unbestimmter Rahmensysteme. Abh. Int. Kongreß Lüttich 1930. — Derselbe: Drehwinkelverfahren in der experimentellen Statik des Rahmensystems. Z. d. B. 1931 Heft 30. — Beaufoy: Grundsätzliche Schwierigkeiten bei mech. Bemessungsverfahren. Engineering Heft 3491. London 1932. — Schächterle: Modellverfahren zur Ermittlung der inneren Kräfte von beliebig belasteten statisch unbestimmten Tragwerken mit Hilfe der Drehwinkel-Verformungslehre. Org. Fortschr. Eisenbahnwes. 1933 Heft 2.

46. Balkenträger mit statisch unbestimmter Stützung.

Die Trägerenden a und n sind frei drehbar, elastisch drehbar oder starr eingespannt. Die elastische Verdrehung der Endstützen wird durch den EJ_c -fachen Betrag $\varepsilon_1, \varepsilon_n$ des Winkels bestimmt, um den sich diese durch ein Kräftepaar von 1 mt drehen (Abb. 359). Bei starrer Einspannung ist $\varepsilon = 0$. Zur Berechnung der Schnittkräfte werden die negativen Einspannungs- und Stützenmomente $-M_k$ als überzählige Größen X_k verwendet (Abb. 360). Das Hauptsystem besteht dann aus einer Reihe einfacher Träger, die in den gestützten Gelenken k zusammenhängen. Die statisch unbestimmten Schnittkräfte werden nach den Abschnitten 23 ff. aus geometrischen Bedingungsgleichungen berechnet. Die Vorzahlen δ_{kk}, δ_{ik} und die Belastungszahlen $\delta_{k\infty}$ bedeuten dann die gegenseitige Verdrehung der Stützenquerschnitte k des Hauptsystems infolge von $-X_k = 1$ oder vorgeschriebenen äußeren Ursachen. Sie werden bei beliebig veränderlichem Querschnitt nach Abschn. 18, bei Approximation der Veränderlichkeit der Trägerquerschnitte nach S. 97 ff. aus den Angaben der Tabellen 13 bis 15 entwickelt. Die auf den Stab l_k entfallenden Anteile der Formänderungen $\delta_{(k-1)(k-1)}, \delta_{kk}$ sind bei symmetrischer Ausbildung



$$\left. \begin{aligned} \delta_{(k-1)(k-1),2} = \delta_{kk,1} &= 2\mu_k l_k/6, & \mu_k &= 3 \int_0^1 \xi^2 \zeta_k d\xi, \\ \delta_{k(k-1)} &= \lambda_k l_k/6, & \lambda_k &= 6 \int_0^1 \xi \xi' \zeta_k d\xi, \\ l_k &= l_k J_c/J_k, & \zeta_k &= J_k/J; \end{aligned} \right\} \quad (634)$$

bei unsymmetrischer Ausbildung in den Endfeldern

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11,1} &= 2\bar{\mu}_1 l'_1/6, & \bar{\mu}_1 &= 3 \int_0^1 \xi^2 \zeta_1 d\xi, \\ \delta_{nn,2} &= 2\bar{\mu}_n l'_{n+1}/6, & \bar{\mu}_n &= 3 \int_0^1 \xi'^2 \zeta_{n+1} d\xi'. \end{aligned} \right\} \quad (635)$$

Die Beiwerte $\mu_k, \lambda_k, \bar{\mu}$ werden für die Approximation der Querschnittsfunktion ζ_k nach (634) berechnet. Die Ergebnisse sind in Tabelle 29 eingetragen.

Tabelle 29. Beiwerte μ_k, λ_k und $\bar{\mu}$ für verschiedene Funktionen $\zeta_k = J_k/J$;

reduzierte Biegelinien $\bar{\omega}_D = \frac{6}{l_k l'_k} \delta_{km}, \bar{\omega}'_D = \frac{6}{l_k l'_k} \delta_{(k-1)m}$.

$\xi = x/l, \xi' = x'/l = 1 - \xi, \xi'' = \frac{1}{2} - \xi'; v = v/l, v' = 1 - v$.

a) Symmetrische Funktionen ζ_k ($\zeta_k = \text{const}$: $\mu = \lambda = 1$). ω_D nach Tab. 22 S. 116.

1		$\begin{aligned} \mu_k &= (1 - 2v)(1 - vv') \\ &= v'^3 - v^3 \\ \lambda_k &= (1 - 2v)(1 + 2vv') \end{aligned}$	$\begin{aligned} \bar{\omega}_D &= \omega_D - v^2 \{3\xi - 2v(2\xi - 1)\} \\ \bar{\omega}'_D &= \omega'_D - v^2 \{3\xi' - 2v(2\xi' - 1)\} \end{aligned} \quad *$
2		<p>(angenähert)</p> $\begin{aligned} \mu_k &= 1 - (1-n) \left[2vv' + \frac{v}{3} \right] \\ \lambda_k &= 1 - 3(1-n)v^2 \end{aligned}$	$\begin{aligned} \bar{\omega}_D &= \omega_D - (1-n)v^2 \left[\frac{9}{5}\xi - v(2\xi - 1) \right] \\ \bar{\omega}'_D &= \omega'_D - (1-n)v^2 \left[\frac{9}{5}\xi' - v(2\xi' - 1) \right] \end{aligned} \quad *$
3		$\begin{aligned} \mu_k &= 1 - \frac{1-n}{2} v(2 + v'^2) \\ \lambda_k &= 1 - (1-n)v^2(2 - v) \end{aligned}$	$\begin{aligned} \bar{\omega}_D &= \omega_D - \frac{1-n}{2} v^2(v + 2v'\xi) \\ \bar{\omega}'_D &= \omega'_D - \frac{1-n}{2} v^2(v + 2v'\xi') \end{aligned} \quad *$
4		$\begin{aligned} \zeta_k &= 1 - 4(1-n)\xi''^2 \\ \mu_k &= \frac{2n+3}{5} \\ \lambda_k &= \frac{n+4}{5} \end{aligned}$	$\begin{aligned} \bar{\omega}_D &= \omega_D - \frac{1-n}{5} \{ \omega_D - 2\omega_R \xi^2 (3\xi' - 1) \} \\ \bar{\omega}'_D &= \omega'_D - \frac{1-n}{5} \{ \omega'_D - 2\omega_R \xi'^2 (3\xi - 1) \} \end{aligned}$
5		$\begin{aligned} \zeta_k &= 1 - (1-n)(2\xi''^2)^{2r} \\ \mu_k &= \frac{3n(r+1) + r(4r+5)}{(2r+1)(2r+3)} \\ \lambda_k &= \frac{3n+4r(r+2)}{(2r+1)(2r+3)} \end{aligned}$	$\begin{aligned} \bar{\omega}_D &= \omega_D - \frac{3}{2}(1-n)\Phi \\ \bar{\omega}'_D &= \omega'_D - \frac{3}{2}(1-n)\Psi \end{aligned}$ $\begin{aligned} \Phi &= \frac{\{1 + (2r+1)\xi\} \{1 - (2\xi - 1)^{2(r+1)}\}}{(2r+1)(2r+2)(2r+3)} \\ \Psi &= \frac{\{1 + (2r+1)\xi'\} \{1 - (2\xi' - 1)^{2(r+1)}\}}{(2r+1)(2r+2)(2r+3)} \end{aligned}$

* $\bar{\omega}_D$ und $\bar{\omega}'_D$ für den Bereich zwischen den Vouten.

Tabelle 29 (Fortsetzung). b) Unsymmetrische Funktionen ζ_k .

6		$\bar{\mu} = v'^2 \approx \mu_k$	Feld 1 $\bar{\omega}_D = \omega_D - \xi v^2 (1 + 2v')$ Feld n + 1 $\bar{\omega}'_D = \omega'_D - \xi' v^2 (1 + 2v')$	*
7		(angenähert) $\bar{\mu} = 1 - (1-n) \left[2vv' + \frac{v}{3} \right]$ $= \mu_k$	Feld 1 $\bar{\omega}_D = \omega_D - \xi v^2 (1-n) \left(\frac{9}{5} - v \right)$ Feld n + 1 $\bar{\omega}'_D = \omega'_D - \xi' v^2 (1-n) \left(\frac{9}{5} - v \right)$	*
8		$\bar{\mu} = 1 - \frac{1-n}{4} v [(2-v)^2 + 2]$	Feld 1 $\bar{\omega}_D = \omega_D - \frac{1-n}{2} v^2 (2-v) \xi$ Feld n + 1 $\bar{\omega}'_D = \omega'_D - \frac{1-n}{2} v^2 (2-v) \xi'$	*
9		$\zeta_k = 1 - (1-n) \xi'^2$ $\bar{\mu} = \frac{3n+2}{5}$	Feld 1 $\bar{\omega}_D = \omega_D - \frac{3}{10} (1-n) (\xi - \xi^5)$ Feld n + 1 $\bar{\omega}'_D = \omega'_D - \frac{3}{10} (1-n) (\xi' - \xi'^5)$	
10		$\zeta_k = 1 - (1-n) \xi'^r$ $\bar{\mu} = \frac{3n+r}{3+r}$	Feld 1 $\bar{\omega}_D = \omega_D - \frac{6(1-n)}{(r+2)(r+3)} (\xi - \xi^{r+3})$ Feld n + 1 $\bar{\omega}'_D = \omega'_D - \frac{6(1-n)}{(r+2)(r+3)} (\xi' - \xi'^{r+3})$	

Die Beiwerte λ sind bei der Verstärkung des Trägers nächst den Stützen durch Vouten mit $v \leq 0,2$ angenähert gleich 1.

Die Belastungszahlen $\delta_{(k-1)0}$, δ_{k0} werden trotz der Berücksichtigung der elastischen Eigenschaften der Träger in den Vorzahlen des Ansatzes nach einer der Funktionen ζ_k in der Regel nur mit konstantem Trägheitsmoment angegeben. Die Fehler sind bei der Unsicherheit in der Bemessung und Eintragung der Lasten meist ohne Bedeutung. Sie werden aber trotzdem in den Einflußlinien δ_{mk} , d. h. also in den Biegelinien δ_{mk} des Hauptsystems besser vermieden, um für die Einflußlinien stetige Linien zu erhalten.

Die genauen Belastungszahlen entstehen durch numerische Integration von (300) und bei der Einführung einer der ausgezeichneten Funktionen ζ_k durch Anwendung der Tabellen 12 bis 21. In diesen sind auch die Ordinaten der Biegelinien δ_{mk} für Träger mit Vouten angeschrieben. In der Regel genügt jedoch die Berechnung der Biegelinien für den Bereich des Trägers zwischen den Vouten mit $J = J_k$ und die geradlinige Verlängerung bis zum Stützpunkt, da hier die Krümmung infolge des größeren Trägheitsmomentes der Vouten klein ist. Die Ordinaten des mittleren Abschnitts werden nach

$$\delta_{mk} = \frac{l_k l'_k}{6} \bar{\omega}_D \quad (636)$$

* $\bar{\omega}_D$ und $\bar{\omega}'_D$ für den Bereich zwischen den Vouten.

mit den Angaben der Tabelle 29 für die Funktion $\bar{\omega}_D$ berechnet. Bei annähernd konstantem Trägheitsmoment der einzelnen Träger k des Hauptsystems gelten die Vorzeichen und die Belastungszahlen der Tabelle 12. $\bar{\omega}_D$ wird dann gleich ω_D . Ist außerdem noch das mittlere Trägheitsmoment des Trägers k zur Stützweite l_k verhältnismäßig und damit $l_k J_c / J_k = l'_k = l'$, so erhalten die überzähligen Größen der Bedingungengleichungen (297) konstante Koeffizienten, die Ansatz und Lösung vereinfachen.

Die Schnittkräfte des Trägers aus einer Belastung \mathfrak{P} und den ihr zugeordneten überzähligen Größen X_{k-1}, X_k, X_{k+1} sind aus dem Gleichgewicht der äußeren Kräfte oder durch die formale Superposition nach (332) bestimmt (Abb. 360).

$$\left. \begin{aligned} \text{Stützenmomente:} & \quad -M_{k-1} = X_{k-1}, \quad -M_k = X_k, \\ \text{Momente im Felde } l_k: & \quad M = M_0 - X_{k-1} \xi' - X_k \xi, \\ \text{,, ,, ,, } l_{k+1}: & \quad M = M_0 - X_k \xi' - X_{k+1} \xi, \\ \text{Querkraften im Felde } l_k: & \quad Q = Q_0 - \frac{1}{l_k} (X_k - X_{k-1}), \\ \text{,, ,, ,, } l_{k+1}: & \quad Q = Q_0 - \frac{1}{l_{k+1}} (X_{k+1} - X_k), \\ \text{Stützkraft:} & \quad A_k = A_0 + \frac{1}{l_k} (X_k - X_{k-1}) - \frac{1}{l_{k+1}} (X_{k+1} - X_k). \end{aligned} \right\} \quad (637)$$

Die Ansätze gelten auch für die Bildung der Einflußlinien. Die Buchstaben A_0, M_0, Q_0 bezeichnen daher entweder die Stütz- und Schnittkräfte des einfachen Trägers oder deren Einflußlinien. Die Grenzwerte der Stützenmomente und der Biegemomente in Querschnitten zwischen dem Festpunkte $F_{(k-1)k}, F_{k(k-1)}$ (S. 255) aus gleichförmiger Belastung p treten stets bei feldweiser Belastung ein. In dem benachbarten Bereiche genügt in der Regel eine lineare Funktion, welche durch die

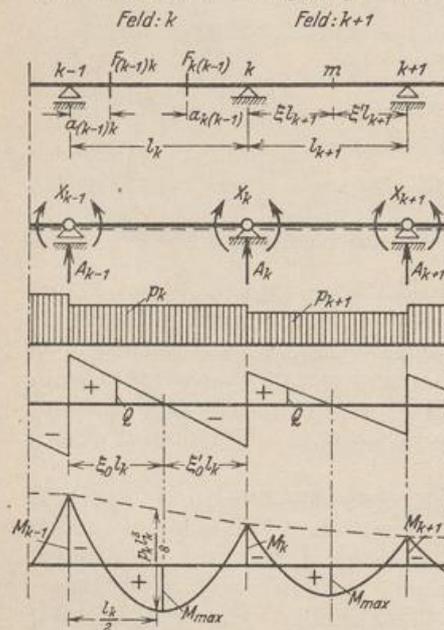


Abb. 360.

Grenzwerte der Biegemomente in den Stütz- und Festpunkten bestimmt ist. (Abb. 374i.) Aus diesem Grunde sind auch die Festpunkte F_{1a} und F_{nb} für die Randfelder l_1, l_{n+1} mit frei drehbaren Endstützen notwendig. Sie werden außerdem noch verwendet, um die Schnittkräfte des durchgehenden Trägers aus einem statisch bestimmten Biegemoment M_a oder M_b über einer Endstütze, z. B. durch Belastung eines Kragarmes, graphisch zu verfolgen. Die Abstände der Festpunkte sind nach (435) durch $\alpha_{1a} = \delta_{1a} / \delta_{11}^{(n-1)} = \delta_{1a} \beta_{11}$ und $\alpha_{nb} = \delta_{nb} / \delta_{nn}^{(n-1)} = \delta_{nb} \beta_{nn}$ bestimmt.

$$a_{1a} = \frac{\alpha_{1a} l_1}{1 + \alpha_{1a}}, \quad a_{nb} = \frac{\alpha_{nb} l_{n+1}}{1 + \alpha_{nb}}. \quad (638)$$

Mit M_p^* und Q_p^* als Biegemoment und Querkraft für gleichförmig verteilte volle Belastung des ganzen Trägers ist

$$\left. \begin{aligned} \max M_p + \min M_p &= M_p^*, \\ \max Q_p + \min Q_p &= Q_p^*. \end{aligned} \right\} \quad (639)$$

Daher kann oft zur Vereinfachung der Rechnung der eine Grenzwert aus M_p^*, Q_p^* und dem anderen berechnet werden.

Die Biegemomente des Trägers l_k sind bei gleichförmiger Belastung p_k (Abb. 360)

$$M = \frac{p_k l_k^2}{2} \omega_R - X_{k-1} \xi' - X_k \xi. \quad (640)$$

Die Abszissen $\xi_0 l_k, \xi'_0 l_k$ des Grenzwertes M_{\max} werden nach S. 42 aus der Bedingung $dM/d\xi = 0$ bestimmt. Mit

$$X_k - X_{k-1} = \Delta X_k \quad \text{ist} \quad \xi_0 = \frac{1}{2} - \frac{\Delta X_k}{p_k l_k^2}, \quad \xi'_0 = \frac{1}{2} + \frac{\Delta X_k}{p_k l_k^2} \quad (641)$$

und

$$M_{\max} = \frac{p_k l_k^2}{2} \xi_0^2 - X_{k-1} = \frac{p_k l_k^2}{2} \xi'_0{}^2 - X_k. \quad (642)$$

1. Träger über einem Feld. a) Einfach statisch unbestimmte Anordnung. Der Träger ist links eingespannt, rechts frei drehbar gelagert. Als statisch überzählige Größe X_1 dient das Einspannungsmoment $-M_a$ (Abb. 361).

$$X_1 = \frac{\delta_{10}}{\delta_{11} + \varepsilon_1} \quad (\text{starre Einspannung: } \varepsilon_1 = 0). \quad (643)$$

Zahlenrechnung bei beliebig veränderlichem Trägheitsmoment nach Abschn. 18,

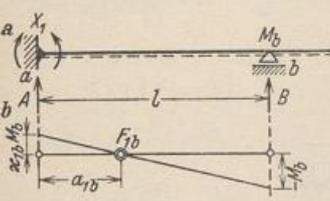


Abb. 361.

bei Approximation der elastischen Eigenschaften nach (635). Darnach ist für $\varepsilon_1 = 0$ (starre Einspannung) $\delta_{11} = \bar{\mu} 2l/6$, bei gleichbleibendem Querschnitt $\delta_{11} = l/3$ und δ_{10} nach Tabelle 12 einzusetzen. Der Festpunkt

F_{1b} wird mit $\delta_{1b} = \lambda l/6$ nach (437) durch

$$\frac{X_1}{M_b} = \kappa_{1b} = \frac{\lambda}{2\bar{\mu}}, \quad a_{1b} = \frac{\lambda l}{\lambda + 2\bar{\mu}} \quad (644)$$

bestimmt; für $J = \text{const}$ ist $\lambda = \bar{\mu} = 1$, $\kappa_{1b} = 1/2$, $a_{1b} = l/3$.

Bei Belastung des Kragträgers ist das Stützmoment M_b statisch bestimmt und daher $X_1 = \kappa_{1b} \cdot M_b$ (Abb. 361). Stütz- und Schnittkräfte für Träger mit konstantem Trägheitsmoment und $\varepsilon_1 = 0$ sind in Tabelle 30 eingetragen.

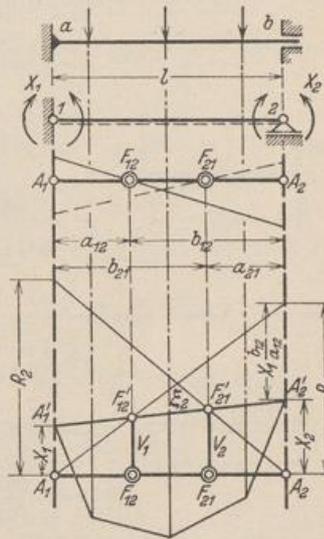


Abb. 362.

b) Zweifach statisch unbestimmte Anordnung. Der Träger ist auf der einen Seite starr, auf der anderen beweglich eingespannt (Abb. 362). Als statisch überzählige Größen werden die Einspannungsmomente $-M_a = X_1, -M_b = X_2$ verwendet und nach (345) für elastische Verdrehung der Stützen berechnet. Der EJ_c -fache Betrag der gegenseitigen Verdrehung der Stützenquerschnitte durch $-X_1 = 1$ oder $-X_2 = 1$ ist dann

$$\delta_{11} + \varepsilon_1 = \delta_{11}^*, \quad \delta_{22} + \varepsilon_2 = \delta_{22}^*, \quad (645)$$

so daß die folgenden geometrischen Bedingungsgleichungen entstehen:

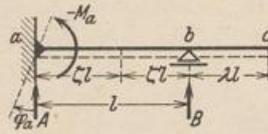
$$X_1 \delta_{11}^* + X_2 \delta_{12} = \delta_{10}, \quad X_1 \delta_{21} + X_2 \delta_{22}^* = \delta_{20}.$$

Die Vorzeichen und Belastungszahlen ergeben sich bei beliebig veränderlichem Trägheitsmoment nach Abschn. 18, bei Approximation der Funktion ζ nach Tabelle 29. Darnach ist $\delta_{11} = \delta_{22} = 2\bar{\mu} l/6$, $\delta_{12} = \lambda l/6$. Die algebraische Auflösung der Gleichungen steht auf S. 172, die Verwendung der Ergebnisse auf S. 396.

Zur graphischen Auflösung des Ansatzes dient folgende Umformung:

$$X_1 \frac{\delta_{11} + \varepsilon_1}{\delta_{12}} + X_2 = \frac{\delta_{10}}{\delta_{12}}, \quad X_1 + X_2 \frac{\delta_{22} + \varepsilon_2}{\delta_{12}} = \frac{\delta_{20}}{\delta_{12}}.$$

Tabelle 30. Links eingespannter, rechts frei gelagerter Träger, $J = \text{const.}$



Abszissen der Belastung: $\xi l, \xi' l$

Abszissen der Stabquerschnitte: $\zeta l, \zeta' l$

$-M_a = X_1$; Schnittkräfte zwischen a und b:

$$M = M_0 - X_1 \zeta'; \quad Q = Q_0 + X_1/l;$$

$$A = A_0 + X_1/l; \quad B = B_0 - X_1/l.$$

$A = \frac{1}{2}(2 - 3\xi^2 + \xi^3)$ $B = \frac{1}{2}\xi^2(3 - \xi)$ $M_a = -\frac{l}{2}(\xi' - \xi'^3) = -\frac{l}{2}\omega_D'$ <p>$\zeta = \xi: M_m = \frac{l}{2}\xi^2\xi'(3 - \xi)$</p>	$A = \frac{5}{8}pl$ $B = \frac{3}{8}pl$ $M_a = -\frac{pl^2}{8}$ <p>$\zeta = \frac{5}{8}: \max M = \frac{9pl^2}{128}$</p>
$A = -\frac{3}{2}\xi'$ $B = \frac{1}{2}(3\xi - 1)$ $M_a = +\frac{l}{2}\xi'$ $M_b = -l\xi'$	$A = -\frac{3}{4}pl\lambda^2$ $B = \frac{pl}{4}\lambda(4 + 3\lambda)$ $M_a = \frac{pl^2}{4}\lambda^2$ $M_b = -\frac{pl^2}{2}\lambda^2$
$A = \frac{pl}{2}\alpha(2 - \alpha^2 + \frac{\alpha^3}{4})$ $B = \frac{pl}{2}\alpha^3(1 - \frac{\alpha}{4})$ $M_a = -\frac{pl^2}{2}\alpha^2(1 - \alpha + \frac{\alpha^2}{4})$	$A = \frac{pl}{8}\alpha'^2(6 - \alpha'^2)$ $B = \frac{pl}{8}\alpha'(8 - 6\alpha' + \alpha'^3)$ $M_a = -\frac{pl^2}{8}\alpha'^2(2 - \alpha'^2)$
$A = \frac{pl}{40}\alpha(20 - 5\alpha^2 + \alpha^3)$ $B = \frac{pl}{40}\alpha^3(5 - \alpha)$ $M_a = -\frac{pl^2}{120}\alpha^2(20 - 15\alpha + 3\alpha^2)$ <p>Sonderfall: $\alpha = 1$</p> $A = \frac{2}{5}pl; \quad B = \frac{1}{15}pl; \quad M_a = -\frac{1}{15}pl^2$	$A = \frac{pl}{40}\alpha'^2(10 - \alpha'^2)$ $B = \frac{pl}{40}\alpha'(20 - 10\alpha' + \alpha'^3)$ $M_a = -\frac{pl^2}{120}\alpha'^2(10 - 3\alpha'^2)$ <p>Sonderfall: $\alpha' = 1$</p> $A = \frac{1}{10}pl; \quad B = \frac{1}{10}pl; \quad M_a = -\frac{1}{15}pl^2$
$A = -\frac{3}{2l}M\xi(2 - \xi) = -B; \quad M_a = +\frac{1}{2}M(1 - 3\xi'^2) = +\frac{1}{2}M\omega_M'$ <p>Sonderfall: $\xi = 1; \quad A = -\frac{3}{2l}M = -B; \quad M_a = +\frac{1}{2}M$</p>	

Ungleichförmige Temperaturänderung $t_o - t_u = \Delta t$: $M_a = \frac{3}{8}EJ_c \alpha_t \Delta t/h$

Stützenverschiebungen Δ_a, Δ_b und φ_a : $M_a = EJ_c \frac{3}{l} \left(\varphi_a + \frac{\Delta_a}{l} - \frac{\Delta_b}{l} \right)$

Tabelle 31. Beiderseits eingespannter Träger, $J = \text{const}^*$.



Abzissen der Belastung: $\xi l, \xi' l$
 Abzissen der Stabquerschnitte: $\zeta l, \zeta' l$
 $-M_a = X_1; -M_b = X_2.$

$$M = M_0 - X_1 \xi' - X_2 \xi; \quad A = A_0 - \frac{X_2 - X_1}{l}$$

$$Q = Q_0 - \frac{X_2 - X_1}{l}; \quad B = B_0 + \frac{X_2 - X_1}{l}$$

$A = \xi'^2 (1 + 2 \xi)$
 $B = \xi^2 (1 + 2 \xi')$
 $M_a = -l \xi \xi'^2; M_b = -l \xi^2 \xi'$
 $\zeta = \xi; M_m = 2 l \xi^2 \xi'^2$

$A = B = \frac{p l}{2}$
 $M_a = M_b = -\frac{p l^2}{12}$
 $\zeta = 0,2113$ und $\zeta = 0,7887; M = 0$
 $\zeta = 0,5; \max M = +\frac{p l^2}{24}$

$A = -6 M \xi (1 - \xi) 1/l$
 $B = +6 M \xi' (1 - \xi') 1/l$
 $M_a = -M (1 - 4 \xi + 3 \xi^2)$
 $M_b = -M \xi' (2 - 3 \xi')$

$A = \frac{p l}{20} \alpha'^3 (15 - 8 \alpha')$
 $B = \frac{p l}{20} \alpha' [10 - \alpha'^2 (15 - 8 \alpha')]$
 $M_a = -\frac{p l^2}{20} \alpha'^3 (5 - 4 \alpha')$
 $M_b = -\frac{p l^2}{30} \alpha'^2 (10 - 15 \alpha' + 6 \alpha'^2)$

$A = 2 p l \gamma [\xi'^2 (3 - 2 \xi') - \gamma^2 (2 \xi' - 1)]$
 $B = 2 p l \gamma [\xi^2 (3 - 2 \xi) - \gamma^2 (2 \xi - 1)]$
 $M_a = -\frac{2}{3} p l^2 \gamma [3 \xi'^2 \xi - \gamma^2 (3 \xi' - 1)]$
 $M_b = -\frac{2}{3} p l^2 \gamma [3 \xi^2 \xi' - \gamma^2 (3 \xi - 1)]$
 Sonderfall: $\gamma = \xi \leq 0,5$
 $A = 2 p l \xi [1 - 4 \xi^2 \xi']; B = 8 p l \xi^3 \xi'$
 $M_a = -\frac{2}{3} p l^2 \xi^2 [1 - 4 \xi' + 6 \xi'^2]$
 $M_b = -\frac{2}{3} p l^2 \xi^3 (2 - 3 \xi')$
 Sonderfall $\xi = 0,5: A = B = p l \gamma$
 $M_a = M_b = -\frac{p l^2}{12} \gamma [3 - 4 \gamma^2]$

$A = \frac{p l}{20} \alpha'^3 (5 - 2 \alpha')$
 $B = \frac{p l}{20} \alpha' [10 - \alpha'^2 (5 - 2 \alpha')]$
 $M_a = -\frac{p l^2}{60} \alpha'^3 (5 - 3 \alpha')$
 $M_b = -\frac{p l^2}{60} \alpha'^2 [10 (1 - \alpha') + 3 \alpha'^2]$
 Sonderfall: $\alpha' = 1$
 $A = \frac{p}{10} p l, B = \frac{p}{10} p l$
 $M_a = -\frac{1}{10} p l^2, M_b = -\frac{1}{10} p l^2$
 $\zeta = 0,237$ und $\zeta = 0,808; M = 0$
 $\zeta = 0,548; \max M = \frac{p l^2}{46,6}$

Ungleichförmige Temperaturänderung $t_0 - t_u = \Delta t: M_a = M_b = -E J_c \alpha_t \Delta t / h$

Stützenverschiebungen $\Delta_a, \Delta_b: M_a = -\frac{6}{l^2} (\Delta_b - \Delta_a) E J; M_b = -\frac{6}{l^2} (\Delta_a - \Delta_b) E J$

Stützenverdrehungen $\varphi_a, \varphi_b: M_a = +\frac{2}{l} (2 \varphi_a - \varphi_b) E J; M_b = \frac{2}{l} (2 \varphi_b - \varphi_a) E J$

* Weitere Belastungsfälle siehe Tabelle 17 Seite 112.

In dieser sind die reziproken Vorzahlen nach S. 255 Kennbeziehungen zwischen den Einspannungsmomenten. Sie bestimmen die Festpunkte F_{12}, F_{21} der Untersuchung (Abb. 362).

$$\delta_{10} = 0: \left. \begin{aligned} -\frac{X_1}{X_2} &= \frac{a_{12}}{b_{12}} = \kappa_{12} = \frac{\delta_{12}}{\delta_{11} + \varepsilon_1} = \frac{\lambda}{2\mu + 6\varepsilon_1/l}, \\ \delta_{20} = 0: -\frac{X_2}{X_1} &= \frac{a_{21}}{b_{21}} = \kappa_{21} = \frac{\delta_{12}}{\delta_{22} + \varepsilon_2} = \frac{\lambda}{2\mu + 6\varepsilon_2/l}. \end{aligned} \right\} \quad (646)$$

$$\left. \begin{aligned} a_{12} &= \frac{\delta_{12}}{\delta_{11} + \delta_{12} + \varepsilon_1} l = \frac{\lambda l}{2\mu + \lambda + 6\varepsilon_1/l}, \\ a_{21} &= \frac{\delta_{12}}{\delta_{22} + \delta_{12} + \varepsilon_2} l = \frac{\lambda l}{2\mu + \lambda + 6\varepsilon_2/l}. \end{aligned} \right\} \quad (647)$$

Je mehr sich die Endquerschnitte bei der Belastung des Trägers drehen, je größer also ε_1 und ε_2 vorgeschrieben werden, um so kleiner sind die Strecken a_{12}, a_{21} .

$$X_1 \frac{b_{12}}{a_{12}} + X_2 = \frac{\delta_{10}}{\delta_{12}} = R_1, \quad X_1 + X_2 \frac{b_{21}}{a_{21}} = \frac{\delta_{20}}{\delta_{12}} = R_2.$$

Die Quotienten R_1, R_2 besitzen die Dimension der unbekanntenen Einspannungsmomente. Sie sind unabhängig von den statisch unbestimmten Größen und erhalten durch die Art der graphischen Auflösung die Bezeichnung Kreuzlinienabschnitte. In der Regel werden die den Festpunkten F_{12}, F_{21} zugeordneten Ordinaten V_1, V_2 verwendet.

$$V_1 = \frac{a_{12}}{l} R_1 = \frac{\lambda}{2\mu + \lambda + 6\varepsilon_1/l} R_1, \quad V_2 = \frac{a_{21}}{l} R_2 = \frac{\lambda}{2\mu + \lambda + 6\varepsilon_2/l} R_2. \quad (648)$$

Bei konstantem Trägheitsmoment und $\varepsilon_1 = 0, \varepsilon_2 = 0$ ist $a_{12} = a_{21} = l/3, \kappa_{12} = \kappa_{21} = 1/2,$

$$R_1 = \frac{6\delta_{10}}{l}, \quad R_2 = \frac{6\delta_{20}}{l}; \quad V_1 = \frac{2\delta_{10}}{l}, \quad V_2 = \frac{2\delta_{20}}{l}. \quad (649)$$

Die Belastungszahlen δ_{10}, δ_{20} sind in Abschn. 18 als Verdrehung der Endtangente eines einfachen Balkenträgers angegeben, so daß sich besondere Tabellen für die Kreuzlinienabschnitte R_1, R_2 erübrigen. Die Abb. 362 zeigt neben der graphischen Ermittlung von X_1, X_2 aus R_1, R_2 oder V_1, V_2 außerdem noch die der Biegemomente des ganzen Trägers nach (637).

Bei konstantem Trägheitsmoment und $\varepsilon_1 = 0, \varepsilon_2 = 0$ entstehen Stütz- und Schnittkräfte nach Tabelle 31 (S. 399).

Die Anwendung der Tabellen 30 u. 31 läßt sich an der Berechnung einer Kranbahnstütze zeigen, deren Enden nach Abb. 363 frei, frei drehbar oder starr eingespannt sind.

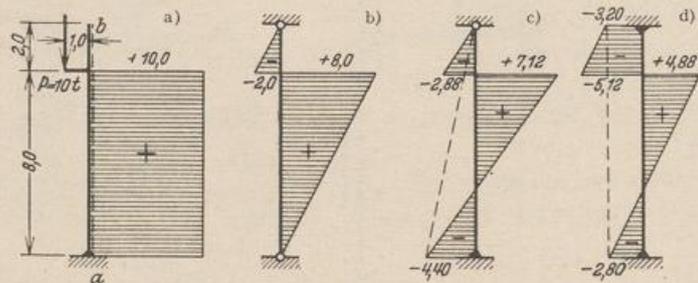


Abb. 363.

Abb. 363a: Kragträger und Abb. 363b: Balkenträger, Schnittkräfte nach Tabelle 6 u. 7.

Abb. 363c: Einseitig eingespannter und gelenkig gestützter Stab.

Tabelle 30 liefert für $M = -10,0 \text{ mt}, l = 10,0 \text{ m}, \xi = 0,8$

$$A = -B = + \frac{3}{2 \cdot 10,0} 10,0 \cdot 0,8 (2 - 0,8) = 1,44 \text{ t},$$

$$M_a = -\frac{1}{2} 10,0 [1 - 3 \cdot 0,2^2] = -4,4 \text{ mt}.$$

Abb. 363d: Beiderseits eingespannte Stütze.

Nach Tabelle 31 wird für $M = -10,0$ mt, $l = 10,0$ m, $\xi = 0,8$

$$A = -B = +6 \cdot 10,0 \cdot 0,8 (1 - 0,8) \frac{1}{10,0} = 0,96 \text{ t.}$$

$$M_a = +10,0 [1 - 4 \cdot 0,8 + 3 \cdot 0,8^2] = -2,8 \text{ mt,}$$

$$M_b = +10,0 \cdot 0,8 (2 - 3 \cdot 0,8) = -3,2 \text{ mt.}$$

2. Träger über zwei Feldern. Allgemeine Anordnung nach Abb. 364. Hauptsystem: Zwei einfache Träger (I), (II). Statisch überzählige Größen: Einspannungsmomente $-M_a = X_1$, $-M_c = X_3$, Stützenmoment $-M_b = X_2$. Berechnung bei allgemeiner Anordnung nach Abschn. 26, bei feldweise konstantem Trägheitsmoment mit Tabelle 32, Teil A. Teil B enthält Angaben bei veränderlichem Trägheitsmoment.

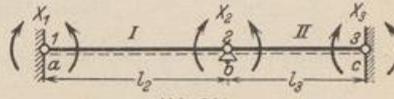


Abb. 364.

Tabelle 32. Träger über zwei Feldern.

A. Das Trägheitsmoment ist feldweise konstant.

Abkürzungen: 1) $\alpha = l_2/l_3$, 2) $\alpha' = l_2'/l_3'$, 3) $\varphi = 2(1 + \alpha')$,
4) $\psi = \frac{4 + 3\alpha'}{2}$, 5) $\eta = \frac{3 + 4\alpha'}{2}$.

Klammerwerte $[\omega_D' - \kappa_{k(k-1)} \omega_D]$ und $[\omega_D - \kappa_{k(k-1)} \omega_D']$ sind für $0,200 < \kappa < 0,380$ in Tabelle 34 Seite 410 angegeben.

Formeln zur Ermittlung der Festpunktabstände aus den Kennbezeichnungen:

$$a_{(k-1)k} = \frac{\kappa_{k(k-1)} l_k}{1 + \kappa_{k(k-1)}}, \quad a_{k(k-1)} = \frac{\kappa_{k(k-1)} l_k}{1 + \kappa_{k(k-1)}}.$$

Berechnung der Stützkräfte: vgl. Seite 396 und 424.

a) Anordnung Abb. 365.

$$-M_b = X_2$$

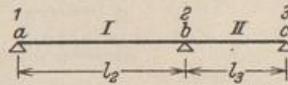


Abb. 365.

Kennbeziehungen:

$$\begin{aligned} \kappa_{a2} &= 0, & \kappa_{c2} &= 0, \\ \kappa_{2c} &= \frac{1}{\varphi}, & \kappa_{2a} &= \frac{\alpha'}{\varphi}. \end{aligned}$$

$$X_2 = \frac{1}{\varphi l_3'} 6 \delta_{20}.$$

Einflusslinien:

Bereich	I	II
φX_2	$l_2 \alpha' \omega_D$	$l_3 \omega_D'$

Schnittkräfte für feldweise Belastung:

Belastung			
X_2	$\frac{p l_3^2 \alpha'}{4 \varphi}$	$\frac{p l_3^2}{4 \varphi}$	$\frac{p l_3^2}{4 \varphi} (1 + \alpha'^2)$
I	max M	$\frac{p l_3^2}{2} \xi_0^2$	$\frac{p l_3^2}{2} \xi_0^2$
	ξ_0	$\frac{\psi}{2 \varphi}$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{4 \alpha'^2} \frac{1 + \alpha'^2}{\varphi}$
II	max M	$\frac{p l_3^2}{2} \xi_0'^2$	$\frac{p l_3^2}{2} \xi_0'^2$
	ξ_0'	$\frac{\eta}{2 \varphi}$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \frac{1 + \alpha'^2}{\varphi}$

Überzählige Schnittkraft X_2 für besondere Belastungen:

Belastung		
X_2	$\frac{p l_2^3}{4} \frac{\alpha'}{\psi} [2(\beta^2 - \alpha^2) - (\beta^4 - \alpha^4)]$	$-\frac{1}{\psi} [\omega_M M_I \alpha' - \omega'_M M_{II}]$

Ungleichförmige Erwärmung $t_u - t_o = \Delta t$: $X_2 = \frac{3}{2} E J_o \frac{\alpha' \Delta t}{d} \frac{l_2 + l_3}{l_2 + l_3}$.

Stützensenkungen $\Delta_a, \Delta_b, \Delta_c$: $X_2 = \frac{3 E J_o}{l_2 + l_3} \left[\frac{\Delta_a}{l_2} - \Delta_b \left(\frac{1}{l_2} + \frac{1}{l_3} \right) + \frac{\Delta_c}{l_3} \right]$.

b) Anordnung Abb. 366.

$-M_a = X_1, \quad -M_b = X_2.$

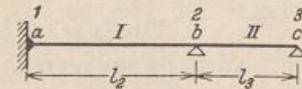


Abb. 366.

Kennbeziehungen:

$$\begin{aligned} \kappa_{12} &= \frac{1}{2}, & \kappa_{c2} &= 0, \\ \kappa_{2c} &= \frac{1}{\psi}, & \kappa_{21} &= \frac{\alpha'}{\psi}. \end{aligned}$$

Konjugierte Matrix der β_{ik} :

	δ_{10}	δ_{20}
$\frac{1}{3} l_2 \psi \cdot X_1$	φ/α'	-1
$\frac{1}{3} l_3 \psi \cdot X_2$	-1	2

Einflußlinien:

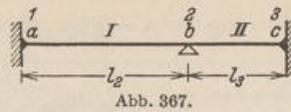
Bereich	I	II
$\psi \cdot X_1$	$\frac{l_2}{2} \varphi [\omega'_D - \kappa_{21} \omega_D]$	$-\frac{l_3}{2} \omega'_D$
$\psi \cdot X_2$	$l_2 \alpha' [\omega_D - \kappa_{12} \omega'_D]$	$l_3 \omega_D$

Schnittkräfte für feldweise Belastung:

Belastung			
X_1	$\frac{p l_2^3}{16} \frac{2 + \varphi}{\psi}$	$-\frac{p l_2^3}{8} \frac{1}{\psi}$	$\frac{p l_2^3}{16} \frac{\alpha^2 (2 + \varphi) - 2}{\psi}$
X_2	$\frac{p l_2^3}{8} \frac{\alpha'}{\psi}$	$\frac{p l_2^3}{4} \frac{1}{\psi}$	
I	max M	$\frac{p l_2^3}{8} \left(4 \xi_0'^2 - \frac{\alpha'}{\psi} \right)$	$\frac{p l_2^3}{8} \left(4 \xi_0^2 - \frac{1}{\alpha^2} \frac{2 + \alpha' \alpha^2}{\psi} \right)$
	ξ_0	$\frac{3 \varphi}{8 \psi}$	$\frac{1}{2} + \frac{3 - 2 \alpha^2}{8 \psi \alpha^2}$
II	max M		$\frac{p l_2^3}{2} \xi_0'^2$
	ξ_0'		$\frac{3 \varphi}{8 \psi}$

c) Anordnung Abb. 367.

$-M_a = X_1, \quad -M_b = X_2, \quad -M_c = X_3.$



Kennbeziehungen:

$$\begin{aligned} \kappa_{12} &= \frac{1}{2}, & \kappa_{32} &= \frac{1}{2}, \\ \kappa_{23} &= \frac{1}{\psi}, & \kappa_{21} &= \frac{\alpha'}{\eta}. \end{aligned}$$

Konjugierte Matrix der β_{ik} :

	δ_{10}	δ_{20}	δ_{30}
$\frac{1}{2} l_2^3 \varphi \cdot X_1$	$2 \eta / \alpha'$	-2	1
$\frac{1}{2} l_3^3 \varphi \cdot X_2$	-2	4	-2
$\frac{1}{2} l_3^3 \varphi \cdot X_3$	1	-2	2ψ

Einflußlinien:

Bereich:	I	II
$\frac{3}{4} \varphi \cdot X_1$	$\frac{l_2}{2} \eta [\omega_D' - \kappa_{21} \omega_D]$	$-\frac{l_3}{2} [\omega_D' - \kappa_{32} \omega_D]$
$\frac{3}{4} \varphi \cdot X_2$	$l_2 \alpha' [\omega_D' - \kappa_{12} \omega_D']$	$l_3 [\omega_D' - \kappa_{32} \omega_D]$
$\frac{3}{4} \varphi \cdot X_3$	$-\frac{l_2}{2} \alpha' [\omega_D' - \kappa_{12} \omega_D']$	$\frac{l_3}{2} \psi [\omega_D' - \kappa_{23} \omega_D']$

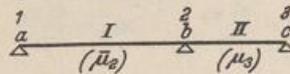
Schnittkräfte für feldweise Belastung:

Belastung			
X_1	$\frac{p l_2^3}{12} \frac{\varphi + 1}{\varphi}$	$-\frac{p l_3^3}{12} \frac{1}{\varphi}$	$\frac{p l_3^3}{12} \frac{\alpha^2 (\varphi + 1) - 1}{\varphi}$
X_2	$\frac{p l_2^3}{6} \frac{\alpha'}{\varphi}$	$\frac{p l_3^3}{6} \frac{1}{\varphi}$	$\frac{p l_3^3}{6} \frac{1 + \alpha' \alpha^2}{\varphi}$
X_3	$-\frac{p l_2^3}{12} \frac{\alpha'}{\varphi}$	$\frac{p l_3^3}{6} \frac{\psi - 1}{\varphi}$	$\frac{p l_3^3}{12} \frac{\alpha' (3 - \alpha^2) + 2}{\varphi}$
I	max M	$\frac{p l_2^3}{6} \left(3 \xi_0'^2 - \frac{\alpha'}{\varphi} \right)$	$\frac{p l_3^3}{6} \left(3 \xi_0'^2 - \frac{1}{\alpha^2} \frac{1 + \alpha' \alpha^2}{\varphi} \right)$
	ξ_0	$\frac{\eta}{2 \varphi}$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{\alpha^2} \frac{1 - \alpha^2}{4 \varphi}$
II	max M	$\frac{p l_3^3}{6} \left(3 \xi_0'^2 - \frac{1}{\varphi} \right)$	$\frac{p l_3^3}{6} \left(3 \xi_0'^2 - \frac{1 + \alpha' \alpha^2}{\varphi} \right)$
	ξ_0'	$\frac{\psi}{2 \varphi}$	$\frac{1}{2} - \alpha' \frac{1 - \alpha^2}{4 \varphi}$

B. Das Trägheitsmoment ist veränderlich.

Anordnung nach Abb. 368

$-M_b = X_2$



Unsymmetrischer Verlauf* der Funktionen ζ_k .

Abb. 368*.

Approximation von $\zeta_k = J_k/J$ und Beiwert $\bar{\mu}$: Tabelle 29b, S. 395.

Die Belastungszahlen können nach S. 395 mit hinreichender Genauigkeit für feldweise konstantes Trägheitsmoment berechnet werden.

* Für symmetrischen Verlauf von ζ_k tritt an die Stelle von $\bar{\mu}$ der entsprechende Wert μ der Tabelle 29. (In Abb. 368 ist $\mu_3 = \bar{\mu}_3$.)

Abkürzungen: $\alpha = l_2/l_3$; $\alpha' = l'_2/l'_3$; $\varphi' = 2(\bar{\mu}_3 + \bar{\mu}_2 \alpha')$.

$$X_2 = \frac{1}{\psi' l'_3} 6 \delta_{20}$$

Einflußlinien:		
Bereich:	I	II
$\varphi' \cdot X_2$	$l_2 \alpha' \bar{\omega}_D$	$l_3 \bar{\omega}'_D$

Reduzierte Biegelinien $\bar{\omega}_D, \bar{\omega}'_D$ nach Tabelle 29, S. 395.

Schnittkräfte für feldweise Belastung:

Belastung			
X_2	$\frac{p l_2^3 \alpha'}{4 \varphi'}$	$\frac{p l_3^3}{4 \varphi'}$	$\frac{p l_3^3}{4} \frac{1 + \alpha' \alpha^2}{\varphi'}$

3. Träger über drei Feldern. Allgemeine Anordnung nach Abb. 369. Hauptsystem: Drei einfache Träger. Statisch überzählige Größen: Einspannungsmomente $-M_a = X_1, -M_d = X_4$, Stützenmomente $-M_b = X_2, -M_c = X_3$. Berechnung bei allgemeiner Anordnung nach Abschn. 26, bei feldweise konstantem Trägheitsmoment mit den Werten der Tabelle 33, Teil A. Teil B enthält Angaben bei veränderlichem Trägheitsmoment.



Abb. 369.

Tabelle 33. Träger über drei Feldern.

A. Das Trägheitsmoment ist feldweise konstant.

- Abkürzungen: 1) $\alpha'_1 = l'_2/l'_3$, 3) $\varphi_1 = 2(1 + \alpha'_1)$, 5) $\psi_1 = 2(1 + \frac{2}{3} \alpha'_1)$,
 2) $\alpha'_2 = l'_4/l'_3$, 4) $\varphi_2 = 2(1 + \alpha'_2)$, 6) $\psi_2 = 2(1 + \frac{2}{3} \alpha'_2)$,
 7) $\eta_1 = \varphi_1 \varphi_2 - 1$, 9) $\eta_3 = \psi_1 \psi_2 - 1$,
 8) $\eta_2 = \psi_1 \varphi_2 - 1$, 10) $\eta_4 = \varphi_1 \psi_2 - 1$.

Klammerwerte $[\omega'_D - \kappa_{k(k-1)} \omega_D]$ und $[\omega_D - \kappa_{(k-1)k} \omega'_D]$ sind für $0,200 < \kappa < 0,380$ in der Tabelle 34 Seite 410 angegeben.

Formeln zur Ermittlung der Festpunktabstände aus den Kennbeziehungen:

$$a_{(k-1)k} = \frac{\kappa_{(k-1)k} l_k}{1 + \kappa_{(k-1)k}}; \quad a_{k(k-1)} = \frac{\kappa_{k(k-1)} l_k}{1 + \kappa_{k(k-1)}}$$

Berechnung der Stützkräfte und der maximalen Momente: vgl. S. 396.

a) Anordnung Abb. 370.

$$-M_b = X_2, \quad -M_c = X_3,$$

Abkürzungen: 1 bis 4 und 7.

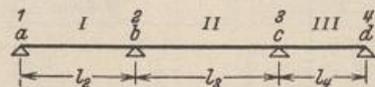


Abb. 370.

Kennbeziehungen:

$$\begin{aligned} \kappa_{a2} &= 0, & \kappa_{a3} &= 0 \\ \kappa_{23} &= \frac{1}{\varphi_1}, & \kappa_{32} &= \frac{1}{\varphi_2} \\ \kappa_{34} &= \frac{\alpha'_2 \varphi_1}{\eta_1}, & \kappa_{2a} &= \frac{\alpha'_1 \varphi_2}{\eta_1} \end{aligned}$$

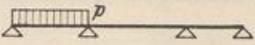
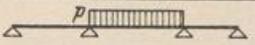
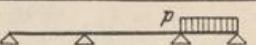
Konjugierte Matrix der β_{ik}

$$\begin{matrix} & \delta_{20} & \delta_{30} \\ \frac{1}{6} l'_3 \eta_1 \cdot X_2 & \varphi_2 & -1 \\ \frac{1}{6} l'_3 \eta_1 \cdot X_3 & -1 & \varphi_1 \end{matrix}$$

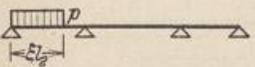
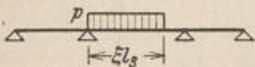
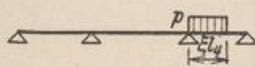
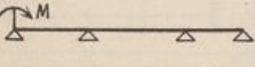
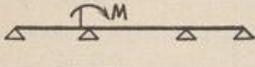
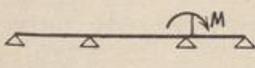
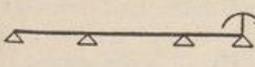
Einflußlinien:

Bereich:	I	II	III
$\eta_1 \cdot X_2$	$l_2 \alpha'_1 \varphi_2 \omega_D$	$l_3 \varphi_2 [\omega'_D - \kappa_{32} \omega_D]$	$-l_4 \alpha'_2 \omega'_D$
$\eta_1 \cdot X_3$	$-l_2 \alpha'_1 \omega_D$	$l_3 \varphi_1 [\omega_D - \kappa_{23} \omega'_D]$	$l_4 \alpha'_2 \varphi_1 \omega'_D$

Überzählige Größen für feldweise Belastung:

Belastung			
$\eta_1 \cdot X_2$	$\frac{p l_2^3}{4} \alpha'_1 \varphi_2$	$\frac{p l_3^3}{4} (\varphi_2 - 1)$	$-\frac{p l_4^3}{4} \alpha'_2$
$\eta_1 \cdot X_3$	$-\frac{p l_2^3}{4} \alpha'_1$	$\frac{p l_3^3}{4} (\varphi_1 - 1)$	$\frac{p l_4^3}{4} \alpha'_2 \varphi_1$

Überzählige Größen für besondere Belastungen:

	$X_2 = \frac{1}{\eta_1} \frac{p l_2^2}{4} \alpha'_1 \varphi_2 \xi^2 (2 - \xi^2)$ $X_3 = -\frac{1}{\eta_1} \frac{p l_2^2}{4} \alpha'_1 \xi^2 (2 - \xi^2)$
	$X_2 = \frac{1}{\eta_1} \frac{p l_3^2}{4} \xi^2 [2(2\varphi_2 - 1) - 4\xi\varphi_2 + \xi^2(\varphi_2 + 1)]$ $X_3 = \frac{1}{\eta_1} \frac{p l_3^2}{4} \xi^2 [4\alpha'_1 + 4\xi - \xi^2(\varphi_1 + 1)]$
	$X_2 = -\frac{1}{\eta_1} \frac{p l_4^2}{4} \alpha'_2 \xi^2 (4 - 4\xi + \xi^2)$ $X_3 = \frac{1}{\eta_1} \frac{p l_4^2}{4} \alpha'_2 \varphi_1 \xi^2 (4 - 4\xi + \xi^2)$
	$X_2 = \frac{1}{\eta_1} M \alpha'_1 \varphi_2; \quad X_3 = -\frac{1}{\eta_1} M \alpha'_1$
	$X_2 = -\frac{1}{\eta_1} 2 M \alpha'_1 \varphi_2; \quad X_3 = \frac{1}{\eta_1} 2 M \alpha'_1$
	$X_2 = -\frac{1}{\eta_1} 2 M \alpha'_2; \quad X_3 = \frac{1}{\eta_1} 2 M \alpha'_2 \varphi_1$
	$X_2 = \frac{1}{\eta_1} M \alpha'_2; \quad X_3 = -\frac{1}{\eta_1} M \alpha'_2 \varphi_1$

Ungleichförmige Erwärmung $t_a - t_b = \Delta t$:

$$X_2 = E J_c \frac{\alpha_t \Delta t}{d} \frac{3}{l_3^2 \eta_1} [\varphi_2 (l_2 + l_3) - (l_3 + l_4)]$$

$$X_3 = E J_c \frac{\alpha_t \Delta t}{d} \frac{3}{l_3^2 \eta_1} [\varphi_1 (l_3 + l_4) - (l_2 + l_3)].$$

Stützenverschiebungen $\Delta_a, \Delta_b, \Delta_c$ und Δ_d :

$$X_2 = E J_c \frac{6}{l_3^2 \eta_1} \left[\frac{1}{l_2} (\Delta_a - \Delta_b) \varphi_2 - \frac{1}{l_3} (\Delta_b - \Delta_c) (\varphi_2 + 1) + \frac{1}{l_4} (\Delta_c - \Delta_d) \right]$$

$$X_3 = E J_c \frac{6}{l_3^2 \eta_1} \left[\frac{1}{l_4} (\Delta_d - \Delta_c) \varphi_1 - \frac{1}{l_3} (\Delta_c - \Delta_b) (\varphi_1 + 1) + \frac{1}{l_2} (\Delta_b - \Delta_a) \right].$$

b) Anordnung Abb. 371.

$$-M_a = X_1, \quad -M_b = X_2, \quad -M_c = X_3$$

Abkürzungen 1 bis 5, 7 und 8.

Kennbeziehungen:

$$\begin{aligned} \kappa_{12} &= \frac{1}{2}, & \kappa_{43} &= 0, \\ \kappa_{23} &= \frac{1}{\psi_1}, & \kappa_{32} &= \frac{1}{\varphi_2}, \\ \kappa_{34} &= \frac{\alpha'_3 \psi_1}{\eta_3}, & \kappa_{21} &= \frac{\alpha'_1 \varphi_2}{\eta_1}. \end{aligned}$$

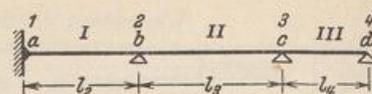


Abb. 371.

Konjugierte Matrix der β_{ik} :

	δ_{10}	δ_{20}	δ_{30}
$\frac{1}{3} l'_3 \eta_2 \cdot X_1$	η_1/α'_1	$-\varphi_2$	1
$\frac{1}{3} l'_3 \eta_2 \cdot X_2$	$-\varphi_2$	$2 \varphi_2$	-2
$\frac{1}{3} l'_3 \eta_2 \cdot X_3$	1	-2	$2 \psi_1$

Einflußlinien:

Bereich:	I	II	III
$\eta_2 \cdot X_1$	$\frac{l_2}{2} \eta_1 [\omega'_D - \kappa_{21} \omega'_D]$	$-\frac{l_3}{2} \varphi_2 [\omega'_D - \kappa_{32} \omega'_D]$	$\frac{l_4}{2} \alpha'_2 \omega'_D$
$\eta_2 \cdot X_2$	$l_2 \alpha'_1 \varphi_2 [\omega'_D - \kappa_{12} \omega'_D]$	$l_3 \varphi_2 [\omega'_D - \kappa_{32} \omega'_D]$	$-l_4 \alpha'_2 \omega'_D$
$\eta_2 \cdot X_3$	$-l_2 \alpha'_1 [\omega'_D - \kappa_{12} \omega'_D]$	$l_3 \psi_1 [\omega'_D - \kappa_{23} \omega'_D]$	$l_4 \alpha'_2 \psi_1 \omega'_D$

Überzählige Größen für feldweise Belastung:

Belastung			
$\eta_2 \cdot X_1$	$\frac{p l_2^3}{16} [\varphi_2 (2 + \varphi_1) - 2]$	$-\frac{p l_3^3}{8} (\varphi_2 - 1)$	$\frac{p l_4^3}{8} \alpha'_2$
$\eta_2 \cdot X_2$	$\frac{p l_2^3}{8} \alpha'_1 \varphi_2$	$\frac{p l_3^3}{4} (\varphi_2 - 1)$	$-\frac{p l_4^3}{4} \alpha'_2$
$\eta_2 \cdot X_3$	$-\frac{p l_2^3}{8} \alpha'_1$	$\frac{p l_3^3}{4} (\psi_1 - 1)$	$\frac{p l_4^3}{4} \alpha'_2 \psi_1$

c) Anordnung Abb. 372

$$-M_a = X_1, \quad -M_b = X_2,$$

$$-M_c = X_3, \quad -M_d = X_4$$

Abkürzungen 1 bis 6, 8 bis 10.

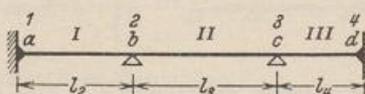


Abb. 372.

Kennbeziehungen:

$$\begin{aligned} \kappa_{12} &= \frac{1}{2}, & \kappa_{43} &= \frac{1}{2}, \\ \kappa_{23} &= \frac{1}{\psi_1}, & \kappa_{32} &= \frac{1}{\psi_2}, \\ \kappa_{34} &= \frac{\alpha'_3 \psi_1}{\eta_2}, & \kappa_{21} &= \frac{\alpha'_1 \psi_2}{\eta_4}. \end{aligned}$$

Konjugierte Matrix der β_{ik} :

	δ_{10}	δ_{20}	δ_{30}	δ_{40}
$\frac{2}{3} l'_3 \eta_3 \cdot X_1$	$2 \eta_4/\alpha'_1$	$-2 \psi_2$	2	-1
$\frac{2}{3} l'_3 \eta_3 \cdot X_2$	$-2 \psi_2$	$4 \psi_2$	-4	2
$\frac{2}{3} l'_3 \eta_3 \cdot X_3$	2	-4	$4 \psi_1$	$-2 \psi_1$
$\frac{2}{3} l'_3 \eta_3 \cdot X_4$	-1	2	$-2 \psi_1$	$2 \eta_2/\alpha'_2$

Einflußlinien:

Bereich:	I	II	III
$\eta_3 \cdot X_1$	$\frac{l_2}{2} \eta_4 [\omega'_D - \kappa_{21} \omega_D]$	$-\frac{l_3}{2} \psi_3 [\omega'_D - \kappa_{32} \omega_D]$	$\frac{l_4}{2} \alpha'_2 [\omega'_D - \kappa_{43} \omega_D]$
$\eta_3 \cdot X_2$	$l_2 \alpha'_1 \psi_2 [\omega_D - \kappa_{12} \omega'_D]$	$l_3 \psi_2 [\omega'_D - \kappa_{32} \omega_D]$	$-l_4 \alpha'_2 [\omega'_D - \kappa_{43} \omega_D]$
$\eta_3 \cdot X_3$	$-l_2 \alpha'_1 [\omega_D - \kappa_{12} \omega'_D]$	$l_3 \psi_1 [\omega_D - \kappa_{23} \omega'_D]$	$l_4 \alpha'_2 \psi_1 [\omega'_D - \kappa_{43} \omega_D]$
$\eta_3 \cdot X_4$	$\frac{l_2}{2} \alpha'_1 [\omega_D - \kappa_{12} \omega'_D]$	$-\frac{l_3}{2} \psi_1 [\omega_D - \kappa_{23} \omega'_D]$	$\frac{l_4}{2} \eta_2 [\omega_D - \kappa_{34} \omega'_D]$

Überzählige Größen für feldweise Belastung:

Belastung			
$\eta_3 \cdot X_1$	$\frac{p l_2^3}{16} [\psi_2 (2 + \varphi_1) - 2]$	$-\frac{p l_3^3}{8} (\psi_2 - 1)$	$\frac{p l_4^3}{16} \alpha'_2$
$\eta_3 \cdot X_2$	$\frac{p l_2^3}{8} \alpha'_1 \psi_2$	$\frac{p l_3^3}{4} (\psi_2 - 1)$	$-\frac{p l_4^3}{8} \alpha'_2$
$\eta_3 \cdot X_3$	$-\frac{p l_2^3}{8} \alpha'_1$	$\frac{p l_3^3}{4} (\psi_1 - 1)$	$\frac{p l_4^3}{8} \alpha'_2 \psi_1$
$\eta_3 \cdot X_4$	$\frac{p l_2^3}{16} \alpha'_1$	$-\frac{p l_3^3}{8} (\psi_1 - 1)$	$\frac{p l_4^3}{16} [\psi_1 (2 + \varphi_2) - 2]$

B. Das Trägheitsmoment ist veränderlich.

Anordnung Abb. 373

$-M_b = X_2, -M_c = X_3.$

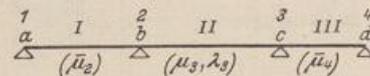


Abb. 373.

Unsymmetrischer Verlauf* von ζ_k im Feld I und III, symmetrischer Verlauf von ζ_k im Felde II. Approximation von $\zeta_k = J_k/J$ und Beiwerte $\mu, \bar{\mu}$ und λ : Tabelle 29 S. 394 [$\lambda_2 \approx \lambda_4 \approx 1$, oder numerisch nach (634)].

Die Belastungszahlen können nach Seite 395 mit hinreichender Genauigkeit für feldweise konstantes Trägheitsmoment berechnet werden.

Abkürzungen: $\alpha'_1 = l'_2/l'_3, \varphi'_1 = \frac{2}{\lambda_3} (\mu_3 + \bar{\mu}_2 \alpha'_1),$
 $\alpha'_2 = l'_4/l'_3, \varphi'_2 = \frac{2}{\lambda_3} (\mu_3 + \bar{\mu}_4 \alpha'_2),$
 $\eta'_1 = \lambda_3 (\varphi'_1 \varphi'_2 - 1).$

Kennbeziehungen:

$\kappa_{22} = 0, \kappa_{23} = \frac{1}{\varphi'_1}, \kappa_{34} = \frac{\alpha'_2 \varphi'_1}{\eta'_1} \lambda_4,$
 $\kappa_{33} = \frac{1}{\varphi'_2}, \kappa_{24} = \frac{\alpha'_1 \varphi'_2}{\eta'_2} \lambda_2.$

Konjugierte Matrix der β_{ik} :

	δ_{20}	δ_{30}
$\frac{1}{6} l'_3 \eta'_1 \cdot X_2$	φ'_2	-1
$\frac{1}{6} l'_3 \eta'_1 \cdot X_3$	-1	φ'_1

* Für symmetrischen Verlauf von ζ_k im Felde I und III sind die Werte $\bar{\mu}_2, \bar{\mu}_4$ durch die entsprechenden Werte μ_2, μ_4 der Tabelle 29 zu ersetzen.

Einflußlinien:

Bereich	I	II	III
$\eta'_1 \cdot X_2$	$l_2 \alpha'_1 \varphi'_2 \bar{\omega}_D$	$l_3 \varphi'_2 [\bar{\omega}_D - \alpha_{12} \bar{\omega}_D]$	$-l_4 \alpha'_2 \bar{\omega}_D$
$\eta'_1 \cdot X_3$	$-l_2 \alpha'_1 \bar{\omega}_D$	$l_3 \varphi'_1 [\bar{\omega}_D - \alpha_{23} \bar{\omega}_D]$	$l_4 \alpha'_2 \varphi'_1 \bar{\omega}_D$

Reduzierte Biegelinien $\bar{\omega}_D, \bar{\omega}'_D$ nach Tabelle 29 S. 394.

Überzählige Größen für feldweise Belastung:

Belastung			
$\eta'_1 \cdot X_2$	$\frac{p l_2^3}{4} \alpha'_1 \varphi'_2$	$\frac{p l_3^3}{4} (\varphi'_2 - 1)$	$-\frac{p l_4^3}{4} \alpha'_2$
$\eta'_1 \cdot X_3$	$-\frac{p l_2^3}{4} \alpha'_1$	$\frac{p l_3^3}{4} (\varphi'_1 - 1)$	$\frac{p l_4^3}{4} \alpha'_2 \varphi'_1$

Durchgehender Träger über vier Stützen (Abb. 374 auf Seite 412).

Berechnung mit den Werten der Tabelle 33, Teil A a).

$$l_2 = 12,0 \text{ m}, \quad J_c/J_2 = 2,5, \quad l'_2 = 30,0 \text{ m}$$

$$l_3 = 18,0 \text{ m}, \quad J_c/J_3 = 1,0, \quad l'_3 = 18,0 \text{ m}$$

$$l_4 = 9,0 \text{ m}, \quad J_c/J_4 = 4,0, \quad l'_4 = 36,0 \text{ m}$$

$$J_c = \frac{1,4^3}{12} \cdot 0,5 = 0,11433 \text{ m}^4; \quad E = 2100000 \text{ t/m}^2; \quad \alpha_1 = 0,00001.$$

Abkürzungen: $\alpha'_1 = \frac{30}{18} = \frac{5}{3}, \quad \varphi_1 = 2 \left(1 + \frac{5}{3}\right) = \frac{16}{3},$

$$\alpha'_2 = \frac{36}{18} = 2, \quad \varphi_2 = 2(1 + 2) = 6,$$

$$\eta_1 = \frac{16}{3} \cdot 6 - 1 = 31.$$

Kennbeziehungen:

$$\alpha_{a2} = 0,$$

$$\alpha_{d3} = 0,$$

$$\alpha_{23} = \frac{3}{16},$$

$$\alpha_{32} = \frac{1}{6},$$

$$\alpha_{3d} = \frac{2 \cdot 16}{31 \cdot 3} = \frac{32}{93},$$

$$\alpha_{2a} = \frac{5 \cdot 6}{3 \cdot 31} = \frac{30}{93}.$$

Konjugierte Matrix der β_{ik} :

$$-M_b = X_2; \quad -M_c = X_3$$

$$\frac{1}{6} l'_3 \eta_1 = \frac{1}{6} 18,0 \cdot 31 = 93;$$

	δ_{20}	δ_{30}
$93 \cdot X_2$	6	-1
$93 \cdot X_3$	-1	16/3

Festpunktabstände: (Abb. 374i) $a_{a2} = a_{d3} = 0$

$$a_{23} = \frac{3 \cdot 18,0}{16 \left(1 + \frac{3}{16}\right)} = 2,84 \text{ m}; \quad a_{32} = \frac{1 \cdot 18,0}{6 \left(1 + \frac{1}{6}\right)} = 2,57 \text{ m};$$

$$a_{3d} = \frac{32 \cdot 9}{93 \left(1 + \frac{32}{93}\right)} = 2,30 \text{ m}; \quad a_{2a} = \frac{30 \cdot 12}{93 \left(1 + \frac{30}{93}\right)} = 2,93 \text{ m}.$$

Einflußlinien: Werte $[\omega'_D - \kappa_{32} \omega_D]$ und $[\omega_D - \kappa_{23} \omega'_D]$ vgl. Tabelle 34 S. 410.

Bereich:	I	II	III
$31 \cdot X_2$ (Abb. 374b)	$12,0 \cdot \frac{5}{3} \cdot 6 \omega_D = 120 \omega_D$	$18,0 \cdot 6 \cdot [\omega'_D - \kappa_{32} \omega_D]$ $= 108 [\omega'_D - \kappa_{32} \omega_D]$	$-9,0 \cdot 2 \cdot \omega'_D = -18 \omega'_D$
$31 \cdot X_3$ (Abb. 374c)	$-12,0 \cdot \frac{5}{3} \cdot \omega_D = -20 \omega_D$	$18,0 \cdot \frac{16}{3} [\omega_D - \kappa_{23} \omega'_D]$ $= 96 [\omega_D - \kappa_{23} \omega'_D]$	$9,0 \cdot 2 \cdot \frac{16}{3} \cdot \omega'_D = 96 \omega'_D$

Einflußlinien der Stütz- und Schnittkräfte.

a) Stützendruck A (Abb. 374d)

$$A = A_0 - \frac{X_2}{l_2} = A_0 - \frac{X_2}{12,0};$$

b) Querkraft Q im Felde 2 (Abb. 374e)

$$Q = Q_0 + \frac{X_2 - X_3}{l_3} = Q_0 + \frac{X_2 - X_3}{18,0};$$

c) Stützendruck B : (Abb. 374f)

$$B = B_0 + \left(\frac{1}{l_2} + \frac{1}{l_3}\right) X_2 - \frac{1}{l_3} X_3$$

$$= B_0 + \left(\frac{1}{12,0} + \frac{1}{18,0}\right) X_2 - \frac{1}{18,0} X_3;$$

d) Moment M_m im Felde 1 (Abb. 374g)

$$M_m = M_{m0} - \xi_m X_2 = M_{m0} - \frac{X_2}{2};$$

e) Moment M_n im Felde 2 (Abb. 374h)

$$M_n = M_{n0} - \xi'_n X_2 - \xi_n X_3 = M_{n0} - \frac{X_2 + X_3}{2}$$

Schnittkräfte für gleichförmige Streckenlast $p = 1,0 \text{ t/m}$.

a) feldweise Belastung:

Belastung			
$31 \cdot X_2$	$\frac{12,0^2}{4} \cdot \frac{5}{3} \cdot 6 = 360$	$\frac{18,0^2}{4} (6 - 1) = 405$	$-\frac{9,0^2}{4} \cdot 2 = -40,5$
$31 \cdot X_3$	$-\frac{12,0^2}{4} \cdot \frac{5}{3} = -60$	$\frac{18,0^2}{4} \left(\frac{16}{3} - 1\right) = 351$	$\frac{9,0^2}{4} \cdot 2 \cdot \frac{16}{3} = 216$

b) Streckenlasten:

	$X_2 = \frac{1}{31} \frac{12,0^2}{4} \frac{5}{3} 6 \xi^2 (2 - \xi^2) = \frac{360}{31} \xi^2 (2 - \xi^2)$ $X_3 = -\frac{1}{31} \frac{12,0^2}{4} \frac{5}{3} \xi^2 (2 - \xi^2) = -\frac{60}{31} \xi^2 (2 - \xi^2)$
	$X_2 = \frac{1}{31} \frac{18,0^2}{4} \xi^2 [2(2 \cdot 6,0 - 1) - 4 \xi 6,0 + \xi^2 (6,0 + 1)]$ $= \frac{81}{31} \xi^2 [22 - 24 \xi + 7 \xi^2]$ $X_3 = \frac{1}{31} \frac{18,0^2}{4} \xi^2 \left[4 \cdot \frac{5}{3} + 4 \xi - \xi^2 \left(\frac{16}{3} + 1\right)\right]$ $= \frac{27}{31} \xi^2 [20 + 12 \xi - 19 \xi^2]$
	$X_2 = -\frac{1}{31} \frac{9,0^2}{4} 2 \xi^2 (4 - 4 \xi + \xi^2) = -\frac{40,5}{31} \xi^2 (4 - 4 \xi + \xi^2)$ $X_3 = \frac{1}{31} \frac{9,0^2}{4} 2 \frac{16}{3} \xi^2 (4 - 4 \xi + \xi^2) = \frac{216}{31} \xi^2 (4 - 4 \xi + \xi^2)$

Tabelle 34. $\omega'_D - \alpha_{k(k-1)} \omega_D$.

x	$\xi = x : l =$													x
	0,1	0,2	$\frac{1}{4}$	0,30	$\frac{1}{3}$	0,4	0,5	0,6	$\frac{2}{3}$	0,7	$\frac{3}{4}$	0,8	0,9	
0,200	0,15120	0,24960	0,28125	0,30240	0,31111	0,31680	0,30000	0,25920	0,22222	0,20160	0,16875	0,13440	0,06480	0,200
02	100	922	078	185	052	613	0,29925	843	148	089	809	382	446	02
04	080	883	031	131	0,30993	546	850	766	074	017	744	325	412	04
06	061	845	0,27984	076	933	478	775	690	000	0,19946	678	267	377	06
08	041	806	938	022	874	411	700	613	0,21926	874	613	210	343	08
0,210	0,15021	0,24768	0,27891	0,29967	0,30815	0,31344	0,29625	0,25536	0,21852	0,19803	0,16547	0,13152	0,06309	0,210
12	012	730	844	912	756	277	550	459	778	732	481	094	275	12
14	0,14981	691	797	858	696	210	475	382	704	660	416	037	241	14
16	962	653	750	803	637	142	400	306	630	589	350	0,12979	206	16
18	942	614	703	749	578	075	325	229	556	517	284	922	172	18
0,220	0,14922	0,24576	0,27656	0,29694	0,30519	0,31008	0,29250	0,25152	0,21482	0,19446	0,16219	0,12864	0,06138	0,220
22	902	538	609	639	459	0,30941	175	075	407	375	153	806	104	22
24	882	499	563	585	400	874	100	0,24998	333	303	088	749	070	24
26	863	467	516	530	341	806	025	922	259	232	022	691	035	26
28	843	422	469	476	282	739	0,28950	845	185	160	0,15956	634	001	28
0,230	0,14823	0,24384	0,27422	0,29421	0,30222	0,30672	0,28875	0,24768	0,21111	0,19089	0,15891	0,12576	0,05967	0,230
32	803	346	375	366	163	605	800	691	037	018	825	518	933	32
34	783	307	328	312	104	538	725	614	0,20963	0,18946	759	461	899	34
36	764	269	281	257	045	470	650	538	889	875	694	403	864	36
38	744	230	234	203	0,29985	403	575	461	815	803	628	346	830	38
0,240	0,14724	0,24192	0,27188	0,29148	0,29926	0,30336	0,28500	0,24384	0,20741	0,18732	0,15563	0,12288	0,05796	0,240
42	704	154	141	093	867	269	425	307	667	661	497	230	762	42
44	684	115	094	039	807	202	350	230	593	589	431	173	728	44
46	664	077	047	0,28984	748	134	275	154	519	518	366	115	693	46
48	645	038	000	930	689	067	200	077	444	446	300	058	659	48
0,250	0,14625	0,24000	0,26953	0,28875	0,29630	0,30000	0,28125	0,24000	0,20370	0,18375	0,15234	0,12000	0,05625	0,250
52	605	0,23962	906	820	570	0,29933	050	0,23923	296	304	169	0,11942	591	52
54	585	923	859	766	511	866	0,27975	846	222	232	103	885	557	54
56	566	885	813	711	452	798	900	770	148	161	038	827	522	56
58	546	846	766	657	393	731	825	693	074	089	0,14972	770	488	58
0,260	0,14526	0,23808	0,26719	0,28602	0,29333	0,29664	0,27750	0,23616	0,20000	0,18018	0,14906	0,11712	0,05454	0,260
62	506	770	672	547	274	597	675	539	0,19926	0,17947	841	654	420	62
64	486	731	625	493	215	530	600	462	852	875	775	597	386	64
66	467	693	578	438	156	462	525	386	777	804	709	539	351	66
68	447	654	531	384	096	395	450	309	703	732	644	482	317	68
0,270	0,14427	0,23616	0,26484	0,28329	0,29037	0,29328	0,27375	0,23232	0,19629	0,17661	0,14578	0,11424	0,05283	0,270
72	407	578	438	274	0,28978	261	300	155	555	590	513	366	249	72
74	387	539	391	220	919	194	225	078	481	518	447	309	215	74
76	368	501	344	165	859	126	150	002	407	447	381	251	180	76
78	348	462	297	111	800	059	075	0,22925	333	375	316	194	146	78
0,280	0,14328	0,23424	0,26250	0,28056	0,28741	0,28992	0,27000	0,22848	0,19259	0,17304	0,14250	0,11136	0,05112	0,280
82	308	386	203	001	682	925	0,26925	771	185	233	184	078	078	82
84	288	347	156	0,27947	622	858	850	694	111	161	119	021	044	84
86	269	309	109	892	563	790	775	618	037	090	053	0,10963	009	86
88	249	270	063	838	504	723	700	541	0,18963	018	0,13988	906	0,04975	88
	0,9	0,8	$\frac{3}{4}$	0,7	$\frac{2}{3}$	0,6	0,5	0,4	$\frac{1}{3}$	0,3	$\frac{1}{4}$	0,2	0,1	x

$\omega_D - \alpha_{(k-1)k} \omega'_D$.

Tabelle 34. $\omega_D' - \alpha_{k(k-1)} \omega_D$.

x	$\xi = x:l =$													x
	0,1	0,2	¼	0,3	½	0,4	0,5	0,6	¾	0,7	¾	0,8	0,9	
0,290	0,14229	0,23232	0,26016	0,27783	0,28444	0,28656	0,26625	0,22464	0,18889	0,16947	0,13922	0,10848	0,04941	0,290
02	209	194	0,25969	728	385	589	550	387	814	876	856	790	907	92
04	189	155	922	674	326	522	475	310	740	804	791	733	873	94
06	170	117	875	619	267	454	400	234	666	733	725	675	838	96
08	150	078	828	565	207	387	325	157	592	661	659	618	804	98
0,300	0,14130	0,23040	0,25781	0,27510	0,28148	0,28320	0,26250	0,22080	0,18518	0,16590	0,13594	0,10560	0,04770	0,300
02	110	002	734	455	089	253	175	003	444	519	528	502	736	02
04	090	0,22063	688	401	030	186	100	0,21926	370	447	463	445	702	04
06	071	925	641	346	0,27970	118	025	850	296	376	397	387	667	06
08	051	886	594	292	911	051	0,25950	773	222	304	331	330	633	08
0,310	0,14031	0,22848	0,25547	0,27237	0,27852	0,27984	0,25875	0,21696	0,18148	0,16233	0,13266	0,10272	0,04599	0,310
12	011	810	500	182	793	917	800	619	074	162	200	214	565	12
14	0,13991	771	453	128	733	850	725	542	000	090	134	157	531	14
16	972	733	406	073	674	782	650	466	0,17925	019	069	099	496	16
18	952	694	359	019	615	715	575	389	851	0,15947	003	042	462	18
0,320	0,13932	0,22656	0,25313	0,26964	0,27556	0,27648	0,25500	0,21312	0,17777	0,15876	0,12938	0,09984	0,04428	0,320
22	912	618	266	909	496	581	425	235	703	805	872	926	394	22
24	892	579	219	855	437	514	350	158	629	733	806	869	360	24
26	873	541	172	800	378	446	275	082	555	662	741	811	325	26
28	853	502	125	746	319	379	200	005	481	590	675	754	291	28
0,330	0,13833	0,22464	0,25078	0,26691	0,27259	0,27312	0,25125	0,20928	0,17407	0,15519	0,12609	0,09696	0,04257	0,330
32	813	426	031	636	200	245	050	851	333	448	544	638	223	32
34	793	387	0,24984	582	141	178	0,24975	774	259	376	478	581	189	34
36	774	349	938	527	082	110	900	698	185	305	413	523	154	36
38	754	310	891	473	022	043	825	621	111	233	347	466	120	38
0,340	0,13734	0,22272	0,24844	0,26418	0,26963	0,26976	0,24750	0,20544	0,17037	0,15162	0,12281	0,09408	0,04086	0,340
42	714	234	707	363	904	909	675	467	0,16962	091	216	350	052	42
44	694	195	750	309	847	842	600	390	888	019	150	293	018	44
46	675	157	703	254	785	774	525	314	814	0,14948	084	235	0,03983	46
48	655	118	656	200	726	707	450	237	740	876	019	178	949	48
0,350	0,13635	0,22080	0,24609	0,26145	0,26667	0,26640	0,24375	0,20160	0,16666	0,14805	0,11953	0,09120	0,03915	0,350
52	615	042	563	090	607	573	300	083	592	734	888	062	881	52
54	595	003	516	036	548	506	225	006	518	662	822	005	847	54
56	576	0,21965	469	0,25981	489	438	150	0,19930	444	591	756	0,08947	812	56
58	556	926	422	927	430	371	075	853	370	519	691	890	778	58
0,360	0,13536	0,21888	0,24375	0,25872	0,26370	0,26304	0,24000	0,19776	0,16296	0,14448	0,11625	0,08832	0,03744	0,360
62	516	850	328	817	311	237	0,23925	699	222	377	559	774	710	62
64	496	811	281	763	252	170	850	622	148	305	494	717	676	64
66	477	773	234	708	193	102	775	546	073	234	428	659	641	66
68	457	734	188	654	133	035	700	469	0,15999	162	363	602	607	68
0,370	0,13437	0,21696	0,24141	0,25599	0,26074	0,25963	0,23625	0,19392	0,15925	0,14091	0,11297	0,08544	0,03573	0,370
72	417	658	093	544	015	901	550	315	852	020	232	486	539	72
74	397	619	046	490	0,25955	834	475	238	778	0,13948	166	429	505	74
76	378	581	0,23999	435	896	766	400	162	704	877	101	371	470	76
78	358	542	952	381	837	699	325	085	630	805	035	314	436	78
0,380	0,13338	0,21504	0,23906	0,25326	0,25778	0,25632	0,23250	0,19008	0,15556	0,13734	0,10969	0,08256	0,03402	0,380
	0,9	0,8	¾	0,7	¾	0,6	0,5	0,4	¾	0,3	¼	0,2	0,1	x

$\omega_D - \alpha_{(k-1)k} \omega_D'$

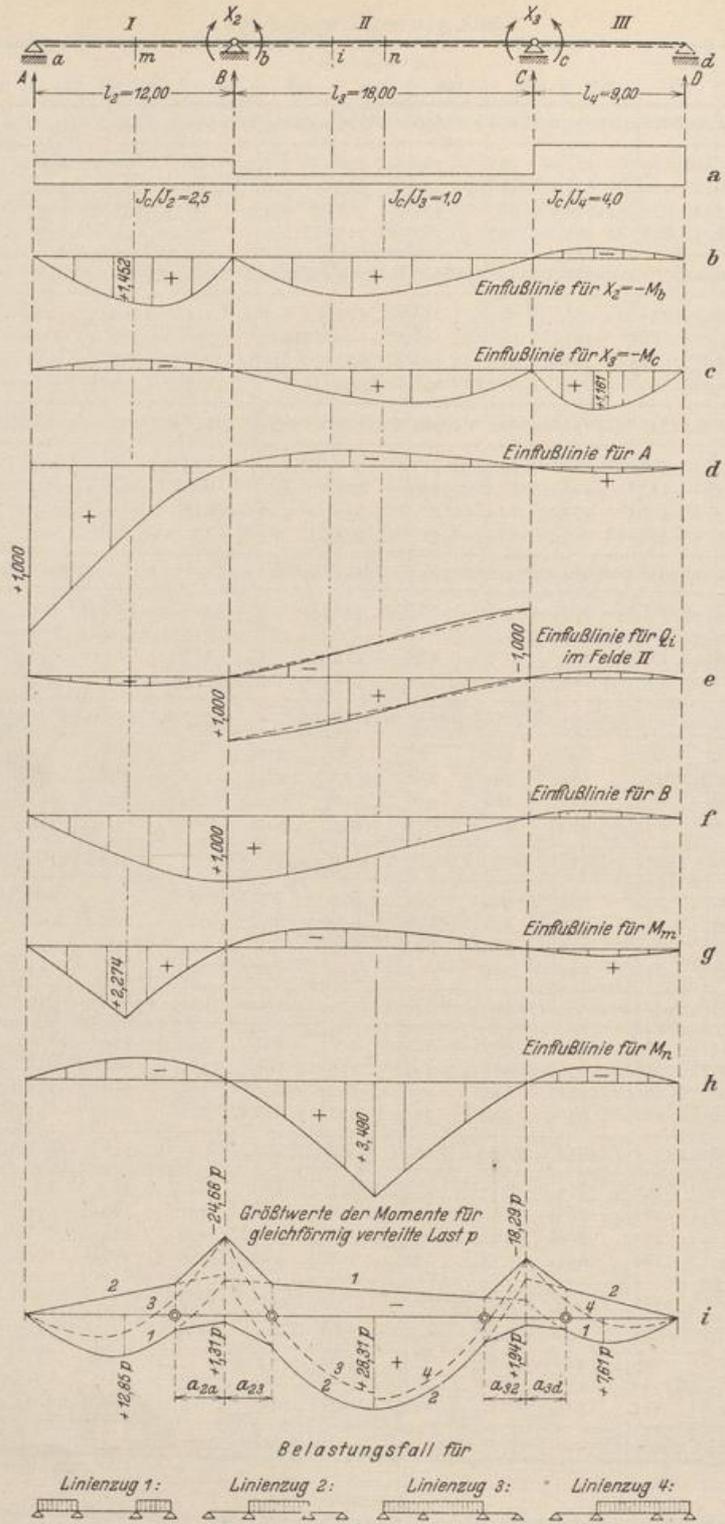
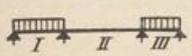
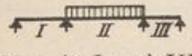


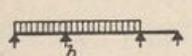
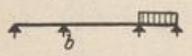
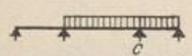
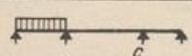
Abb. 374.

Grenzwerte der Momente bei gleichförmiger Streckenlast $p = 1,0 \text{ t/m}$ (Abb. 374i).

a) Feldmomente: Überzählige Größen für ungünstigste Laststellung.

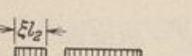
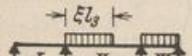
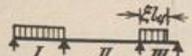
 <p>M_{\max} in I und III M_{\min} in II</p>	$X_2 = \frac{1}{31} (360 - 40,5) = 10,30 \text{ mt,}$ $X_3 = \frac{1}{31} (216 - 60,0) = 5,03 \text{ mt.}$
 <p>M_{\min} in I und III M_{\max} in II</p>	$X_2 = \frac{40,5}{31} = 13,06 \text{ mt,} \quad X_3 = \frac{351}{31} = 11,32 \text{ mt.}$

b) Stützenmomente: $-M_b = X_2, \quad -M_c = X_3.$

 <p>$M_b \text{ min}$</p>	$X_2 \text{ max} = \frac{1}{31} (360 + 40,5) = 24,68 \text{ mt,}$ $X_3 = \frac{1}{31} (351 - 60) = 9,40 \text{ mt.}$
 <p>$M_b \text{ max}$</p>	$X_2 \text{ min} = -\frac{40,5}{31} = -1,31 \text{ mt,} \quad X_3 = \frac{216}{31} = 6,96 \text{ mt.}$
 <p>$M_c \text{ min}$</p>	$X_2 = \frac{1}{31} (40,5 - 40,5) = 11,75 \text{ mt,}$ $X_3 \text{ max} = \frac{1}{31} (351 + 216) = 18,29 \text{ mt.}$
 <p>$M_c \text{ max}$</p>	$X_2 = \frac{1}{31} 360 = 11,6 \text{ mt,} \quad X_3 \text{ min} = -\frac{60}{31} = -1,94 \text{ mt.}$

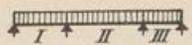
Grenzwerte der Querkräfte bei gleichförmiger Streckenlast $p = 1,0 \text{ t/m}$ (Abb. 375).

a) Q_{\min} :

 <p>Q_{\min} im Feld I</p>	$Q_{0 \min} = -\frac{l_2}{2} \xi^2 = -\frac{12,0}{2} \xi^2 = -6,0 \xi^2,$ $X_2 = \frac{360}{31} \xi^2 (2 - \xi^2) + \frac{40,5}{31},$ $Q_{\min} = Q_{0 \min} - \frac{X_2}{l_2} = Q_{0 \min} - \frac{X_2}{12,0}.$
 <p>Q_{\min} im Feld II</p>	$Q_{0 \min} = -\frac{l_3}{2} \xi^2 = -\frac{18,0}{2} \xi^2 = -9,0 \xi^2,$ $X_2 = \frac{81}{31} \xi^2 [22 - 24 \xi + 7 \xi^2] - \frac{40,5}{31},$ $X_3 = \frac{27}{31} \xi^2 [20 + 12 \xi - 19 \xi^2] + \frac{216}{31},$ $Q_{\min} = Q_{0 \min} + \frac{X_2 - X_3}{l_3} = Q_{0 \min} + \frac{X_2 - X_3}{18,0}.$
 <p>Q_{\min} im Feld III</p>	$Q_{0 \min} = -\frac{l_4}{2} \xi^2 = -\frac{9,0}{2} \xi^2 = -4,5 \xi^2,$ $X_3 = \frac{216}{31} \xi^2 (4 - 4 \xi + \xi^2) - \frac{60}{31},$ $Q_{\min} = Q_{0 \min} + \frac{X_3}{l_4} = Q_{0 \min} + \frac{X_3}{9,0}.$

b) Q_{\max} : Nach (639) ist

$$Q_{\max} = Q^* - Q_{\min}.$$

Vollbelastung: 	$X_2^* = \frac{1}{31} (360 + 405 - 40,5) = 23,35 \text{ mt}$		
	$X_3^* = \frac{1}{31} (-60 + 351 + 216) = 16,36 \text{ mt}$		
Bereich:	I	II	III
Q_0^*	$\left(\frac{1}{2} - \xi\right) l_2 = (0,5 - \xi) 12,0$	$\left(\frac{1}{2} - \xi\right) l_3 = (0,5 - \xi) 18,0$	$\left(\frac{1}{2} - \xi\right) l_4 = (0,5 - \xi) 9,0$
Q^*	$Q_0^* - X_2^*/l_2 = (0,5 - \xi) 12,0 - \frac{23,35}{12,0} = 12,0 (0,338 - \xi)$	$Q_0^* + (X_2^* - X_3^*)/l_3 = (0,5 - \xi) 18,0 + \frac{23,35 - 16,36}{18,0} = 18,0 (0,522 - \xi)$	$Q_0^* + X_3^*/l_4 = (0,5 - \xi) 9,0 + \frac{16,36}{9,0} = 9,0 (0,702 - \xi)$

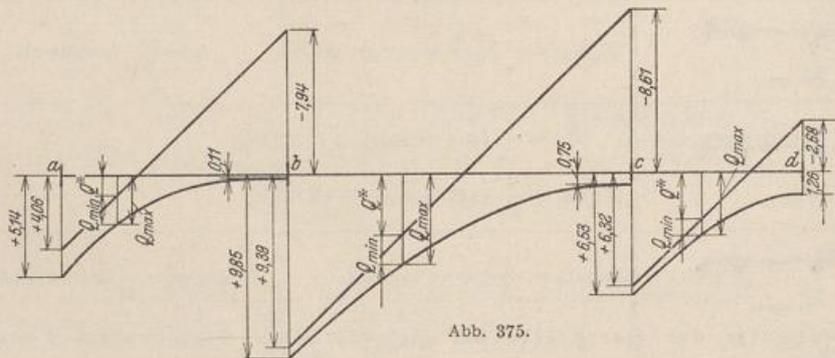


Abb. 375.

Überzählige Größen aus ungleichförmiger Erwärmung:

$$t_u - t_0 = \Delta t = 15^\circ; \quad d = 1,0 \text{ m}; \quad E J_e = 240\,100 \text{ tm}^2;$$

$$X_2 = 240\,100 \frac{0,00001 \cdot 15}{1,0} \cdot \frac{3}{18,0 \cdot 31} [6(12,0 + 18,0) - (18,0 + 9,0)] = 29,60 \text{ mt},$$

$$X_3 = 240\,100 \frac{0,00001 \cdot 15}{1,0} \cdot \frac{3}{18,0 \cdot 31} \left[\frac{16}{3} (18,0 + 9,0) - (12,0 + 18,0) \right] = 22,08 \text{ mt}.$$

Überzählige Größen aus Stützenverschiebungen:

$$\Delta_a = 0; \quad \Delta_b = 0,010 \text{ m}; \quad \Delta_c = 0,015 \text{ m}; \quad \Delta_d = 0; \quad E J_e = 240\,100 \text{ tm}^2;$$

$$X_2 = 240\,100 \frac{6}{18,0 \cdot 31} \left[\frac{1}{12,0} (-0,01) 6 - \frac{1}{18,0} (0,01 - 0,015) (6 + 1) + \frac{1}{9,0} 0,015 \right],$$

$$X_3 = 240\,100 \frac{6}{18,0 \cdot 31} \left[\frac{1}{9,0} (-0,015) \frac{16}{3} - \frac{1}{18,0} (0,015 - 0,01) \left(\frac{16}{3} + 1 \right) + \frac{1}{12,0} 0,01 \right],$$

$$X_2 = -3,58 \text{ mt}; \quad X_3 = -25,4 \text{ mt}.$$

47. Der durchlaufende Balkenträger auf beliebig vielen frei drehbaren Zwischenstützen.

Die Endstützen des Tragwerks sind frei drehbar aufgelagert oder starr eingespannt. Elastische Einspannung der Endstützen kann nach S. 397 berücksichtigt werden. Die Verwendung der Einspannungs- und Stützenmomente $-M_k$ ($k = 1 \dots n$)