



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Träger über zwei Feldern

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

Abb. 363d: Beiderseits eingespannte Stütze.

Nach Tabelle 31 wird für $M = -10,0$ mt, $l = 10,0$ m, $\xi = 0,8$

$$A = -B = +6 \cdot 10,0 \cdot 0,8 (1 - 0,8) \frac{1}{10,0} = 0,96 \text{ t.}$$

$$M_a = +10,0 [1 - 4 \cdot 0,8 + 3 \cdot 0,8^2] = -2,8 \text{ mt,}$$

$$M_b = +10,0 \cdot 0,8 (2 - 3 \cdot 0,8) = -3,2 \text{ mt.}$$

2. Träger über zwei Feldern. Allgemeine Anordnung nach Abb. 364. Hauptsystem: Zwei einfache Träger (I), (II). Statisch überzählige Größen: Einspannungsmomente $-M_a = X_1$, $-M_c = X_3$, Stützenmoment $-M_b = X_2$. Berechnung bei allgemeiner Anordnung nach Abschn. 26, bei feldweise konstantem Trägheitsmoment mit Tabelle 32, Teil A. Teil B enthält Angaben bei veränderlichem Trägheitsmoment.

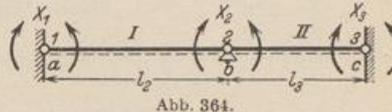


Abb. 364.

Tabelle 32. Träger über zwei Feldern.

A. Das Trägheitsmoment ist feldweise konstant.

Abkürzungen: 1) $\alpha = l_2/l_3$, 2) $\alpha' = l_2'/l_3'$, 3) $\varphi = 2(1 + \alpha')$,
4) $\psi = \frac{4 + 3\alpha'}{2}$, 5) $\eta = \frac{3 + 4\alpha'}{2}$.

Klammerwerte $[\omega_D' - \kappa_{k(k-1)} \omega_D]$ und $[\omega_D - \kappa_{k(k-1)} \omega_D']$ sind für $0,200 < \kappa < 0,380$ in Tabelle 34 Seite 410 angegeben.

Formeln zur Ermittlung der Festpunktabstände aus den Kennbezeichnungen:

$$a_{(k-1)k} = \frac{\kappa_{k(k-1)} l_k}{1 + \kappa_{k(k-1)}}, \quad a_{k(k-1)} = \frac{\kappa_{k(k-1)} l_k}{1 + \kappa_{k(k-1)}}.$$

Berechnung der Stützkkräfte: vgl. Seite 396 und 424.

a) Anordnung Abb. 365.

$$-M_b = X_2$$

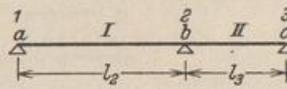


Abb. 365.

Kennbeziehungen:

$$\begin{aligned} \kappa_{a2} &= 0, & \kappa_{c2} &= 0, \\ \kappa_{2c} &= \frac{1}{\varphi}, & \kappa_{2a} &= \frac{\alpha'}{\varphi}. \end{aligned}$$

$$X_2 = \frac{1}{\varphi l_3'} 6 \delta_{20}.$$

Einflusslinien:

Bereich	I	II
φX_2	$l_2 \alpha' \omega_D$	$l_3 \omega_D'$

Schnittkräfte für feldweise Belastung:

Belastung			
X_2	$\frac{p l_2^3 \alpha'}{4 \varphi}$	$\frac{p l_3^3}{4 \varphi}$	$\frac{p l_3^3}{4 \varphi} (1 + \alpha'^2)$
I	max M	$\frac{p l_2^3}{2} \xi_0^2$	$\frac{p l_3^3}{2} \xi_0^2$
	ξ_0	$\frac{\psi}{2 \varphi}$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{4 \alpha'^2} \frac{1 + \alpha' \alpha'^2}{\varphi}$
II	max M	$\frac{p l_3^3}{2} \xi_0'^2$	$\frac{p l_3^3}{2} \xi_0'^2$
	ξ_0'	$\frac{\eta}{2 \varphi}$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \frac{1 + \alpha' \alpha'^2}{\varphi}$

Überzählige Schnittkraft X_2 für besondere Belastungen:

Belastung		
X_2	$\frac{p l_2^3}{4} \frac{\alpha'}{\psi} [2(\beta^2 - \alpha^2) - (\beta^4 - \alpha^4)]$	$-\frac{1}{\psi} [\omega_M M_I \alpha' - \omega'_M M_{II}]$

Ungleichförmige Erwärmung $t_u - t_o = \Delta t$: $X_2 = \frac{3}{2} E J_o \frac{\alpha' \Delta t}{d} \frac{l_2 + l_3}{l_2 + l_3}$.

Stützensenkungen $\Delta_a, \Delta_b, \Delta_c$: $X_2 = \frac{3 E J_o}{l_2 + l_3} \left[\frac{\Delta_a}{l_2} - \Delta_b \left(\frac{1}{l_2} + \frac{1}{l_3} \right) + \frac{\Delta_c}{l_3} \right]$.

b) Anordnung Abb. 366.

$-M_a = X_1, \quad -M_b = X_2.$

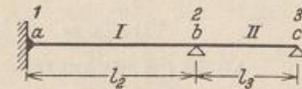


Abb. 366.

Kennbeziehungen:

$$\begin{aligned} \kappa_{12} &= \frac{1}{2}, & \kappa_{c2} &= 0, \\ \kappa_{2c} &= \frac{1}{\psi}, & \kappa_{21} &= \frac{\alpha'}{\psi}. \end{aligned}$$

Konjugierte Matrix der β_{ik} :

	δ_{10}	δ_{20}
$\frac{1}{3} l_2 \psi \cdot X_1$	φ/α'	-1
$\frac{1}{3} l_3 \psi \cdot X_2$	-1	2

Einflußlinien:

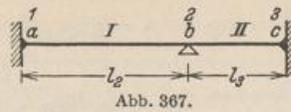
Bereich	I	II
$\psi \cdot X_1$	$\frac{l_2}{2} \varphi [\omega'_D - \kappa_{21} \omega_D]$	$-\frac{l_3}{2} \omega'_D$
$\psi \cdot X_2$	$l_2 \alpha' [\omega_D - \kappa_{12} \omega'_D]$	$l_3 \omega_D$

Schnittkräfte für feldweise Belastung:

Belastung			
X_1	$\frac{p l_2^3}{16} \frac{2 + \varphi}{\psi}$	$-\frac{p l_2^3}{8} \frac{1}{\psi}$	$\frac{p l_3^3}{16} \frac{\alpha^2 (2 + \varphi) - 2}{\psi}$
X_2	$\frac{p l_2^3}{8} \frac{\alpha'}{\psi}$	$\frac{p l_2^3}{4} \frac{1}{\psi}$	
I	max M	$\frac{p l_2^3}{8} \left(4 \xi_0'^2 - \frac{\alpha'}{\psi} \right)$	$\frac{p l_3^3}{8} \left(4 \xi_0^2 - \frac{1}{\alpha^2} \frac{2 + \alpha' \alpha^2}{\psi} \right)$
	ξ_0	$\frac{3 \varphi}{8 \psi}$	$\frac{1}{2} + \frac{3 - 2 \alpha^2}{8 \psi \alpha^2}$
II	max M	$\frac{p l_2^3}{2} \xi_0'^2$	$\frac{p l_3^3}{2} \xi_0^2$
	ξ_0'	$\frac{3 \varphi}{8 \psi}$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{8} \frac{2 + \alpha' \alpha^2}{\psi}$

c) Anordnung Abb. 367.

$-M_a = X_1, \quad -M_b = X_2, \quad -M_c = X_3.$



Kennbeziehungen:

$$\begin{aligned} \kappa_{12} &= \frac{1}{2}, & \kappa_{32} &= \frac{1}{2}, \\ \kappa_{23} &= \frac{1}{\psi}, & \kappa_{21} &= \frac{\alpha'}{\eta}. \end{aligned}$$

Konjugierte Matrix der β_{ik} :

	δ_{10}	δ_{20}	δ_{30}
$\frac{1}{2} l_2' \varphi \cdot X_1$	$2 \eta / \alpha'$	-2	1
$\frac{1}{2} l_3' \varphi \cdot X_2$	-2	4	-2
$\frac{1}{2} l_3' \varphi \cdot X_3$	1	-2	2ψ

Einflußlinien:

Bereich:	I	II
$\frac{3}{4} \varphi \cdot X_1$	$\frac{l_2}{2} \eta [\omega_D' - \kappa_{21} \omega_D]$	$-\frac{l_3}{2} [\omega_D' - \kappa_{32} \omega_D]$
$\frac{3}{4} \varphi \cdot X_2$	$l_2 \alpha' [\omega_D' - \kappa_{12} \omega_D]$	$l_3 [\omega_D' - \kappa_{32} \omega_D]$
$\frac{3}{4} \varphi \cdot X_3$	$-\frac{l_2}{2} \alpha' [\omega_D' - \kappa_{12} \omega_D]$	$\frac{l_3}{2} \psi [\omega_D' - \kappa_{23} \omega_D]$

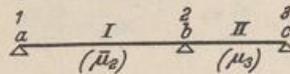
Schnittkräfte für feldweise Belastung:

Belastung			
X_1	$\frac{p l_2^2}{12} \frac{\varphi + 1}{\varphi}$	$-\frac{p l_3^2}{12} \frac{1}{\varphi}$	$\frac{p l_3^2}{12} \frac{\alpha^2 (\varphi + 1) - 1}{\varphi}$
X_2	$\frac{p l_2^2}{6} \frac{\alpha'}{\varphi}$	$\frac{p l_3^2}{6} \frac{1}{\varphi}$	$\frac{p l_3^2}{6} \frac{1 + \alpha' \alpha^2}{\varphi}$
X_3	$-\frac{p l_2^2}{12} \frac{\alpha'}{\varphi}$	$\frac{p l_3^2}{6} \frac{\psi - 1}{\varphi}$	$\frac{p l_3^2}{12} \frac{\alpha' (3 - \alpha^2) + 2}{\varphi}$
I	max M	$\frac{p l_2^2}{6} \left(3 \xi_0'^2 - \frac{\alpha'}{\varphi} \right)$	$\frac{p l_3^2}{6} \left(3 \xi_0'^2 - \frac{1 + \alpha' \alpha^2}{\alpha^2 \varphi} \right)$
	ξ_0	$\frac{\eta}{2 \varphi}$	$\frac{1}{2} + \frac{1 - \alpha^2}{\alpha^2 \varphi}$
II	max M	$\frac{p l_3^2}{6} \left(3 \xi_0'^2 - \frac{1}{\varphi} \right)$	$\frac{p l_3^2}{6} \left(3 \xi_0'^2 - \frac{1 + \alpha' \alpha^2}{\varphi} \right)$
	ξ_0'	$\frac{\psi}{2 \varphi}$	$\frac{1}{2} - \alpha' \frac{1 - \alpha^2}{4 \varphi}$

B. Das Trägheitsmoment ist veränderlich.

Anordnung nach Abb. 368

$-M_b = X_2$



Unsymmetrischer Verlauf* der Funktionen ζ_k .

Abb. 368*.

Approximation von $\zeta_k = J_k/J$ und Beiwert $\bar{\mu}$: Tabelle 29b, S. 395.

Die Belastungszahlen können nach S. 395 mit hinreichender Genauigkeit für feldweise konstantes Trägheitsmoment berechnet werden.

* Für symmetrischen Verlauf von ζ_k tritt an die Stelle von $\bar{\mu}$ der entsprechende Wert μ der Tabelle 29. (In Abb. 368 ist $\mu_3 = \bar{\mu}_3$.)

Abkürzungen: $\alpha = l_2/l_3$; $\alpha' = l'_2/l'_3$; $\varphi' = 2(\bar{\mu}_3 + \bar{\mu}_2 \alpha')$.

$$X_2 = \frac{1}{\psi' l'_3} 6 \delta_{20}$$

Einflußlinien:		
Bereich:	I	II
$\varphi' \cdot X_2$	$l_2 \alpha' \bar{\omega}_D$	$l_3 \bar{\omega}'_D$

Reduzierte Biegelinien $\bar{\omega}_D, \bar{\omega}'_D$ nach Tabelle 29, S. 395.

Schnittkräfte für feldweise Belastung:

Belastung			
X_2	$\frac{p l_2^3 \alpha'}{4 \varphi'}$	$\frac{p l_3^3}{4 \varphi'}$	$\frac{p l_3^3}{4} \frac{1 + \alpha' \alpha^2}{\varphi'}$

3. Träger über drei Feldern. Allgemeine Anordnung nach Abb. 369. Hauptsystem: Drei einfache Träger. Statisch überzählige Größen: Einspannungsmomente $-M_a = X_1, -M_d = X_4$, Stützenmomente $-M_b = X_2, -M_c = X_3$. Berechnung bei allgemeiner Anordnung nach Abschn. 26, bei feldweise konstantem Trägheitsmoment mit den Werten der Tabelle 33, Teil A. Teil B enthält Angaben bei veränderlichem Trägheitsmoment.



Abb. 369.

Tabelle 33. Träger über drei Feldern.

A. Das Trägheitsmoment ist feldweise konstant.

- Abkürzungen: 1) $\alpha'_1 = l'_2/l'_3$, 3) $\varphi_1 = 2(1 + \alpha'_1)$, 5) $\psi_1 = 2(1 + \frac{2}{3} \alpha'_1)$,
 2) $\alpha'_2 = l'_4/l'_3$, 4) $\varphi_2 = 2(1 + \alpha'_2)$, 6) $\psi_2 = 2(1 + \frac{2}{3} \alpha'_2)$,
 7) $\eta_1 = \varphi_1 \varphi_2 - 1$, 9) $\eta_3 = \psi_1 \psi_2 - 1$,
 8) $\eta_2 = \psi_1 \varphi_2 - 1$, 10) $\eta_4 = \varphi_1 \psi_2 - 1$.

Klammerwerte $[\omega'_D - \kappa_{k(k-1)} \omega_D]$ und $[\omega_D - \kappa_{(k-1)k} \omega'_D]$ sind für $0,200 < \kappa < 0,380$ in der Tabelle 34 Seite 410 angegeben.

Formeln zur Ermittlung der Festpunktabstände aus den Kennbeziehungen:

$$a_{(k-1)k} = \frac{\kappa_{(k-1)k} l_k}{1 + \kappa_{(k-1)k}}; \quad a_{k(k-1)} = \frac{\kappa_{k(k-1)} l_k}{1 + \kappa_{k(k-1)}}$$

Berechnung der Stützkräfte und der maximalen Momente: vgl. S. 396.

a) Anordnung Abb. 370.

$$-M_b = X_2, \quad -M_c = X_3,$$

Abkürzungen: 1 bis 4 und 7.

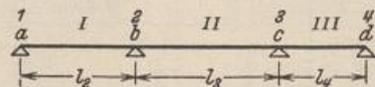


Abb. 370.

Kennbeziehungen:

$$\begin{aligned} \kappa_{a2} &= 0, & \kappa_{a3} &= 0 \\ \kappa_{23} &= \frac{1}{\varphi_1}, & \kappa_{32} &= \frac{1}{\varphi_2} \\ \kappa_{34} &= \frac{\alpha'_2 \varphi_1}{\eta_1}, & \kappa_{2a} &= \frac{\alpha'_1 \varphi_2}{\eta_1} \end{aligned}$$

Konjugierte Matrix der β_{ik}

$$\begin{matrix} \delta_{20} & \delta_{30} \\ \frac{1}{6} l'_3 \eta_1 \cdot X_2 & \begin{bmatrix} \varphi_2 & -1 \\ -1 & \varphi_1 \end{bmatrix} \\ \frac{1}{6} l'_3 \eta_1 \cdot X_3 & \end{matrix}$$

Einflußlinien:

Bereich:	I	II	III
$\eta_1 \cdot X_2$	$l_2 \alpha'_1 \varphi_2 \omega_D$	$l_3 \varphi_2 [\omega'_D - \kappa_{32} \omega_D]$	$-l_4 \alpha'_2 \omega'_D$
$\eta_1 \cdot X_3$	$-l_2 \alpha'_1 \omega_D$	$l_3 \varphi_1 [\omega_D - \kappa_{23} \omega'_D]$	$l_4 \alpha'_2 \varphi_1 \omega'_D$