UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

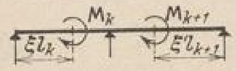
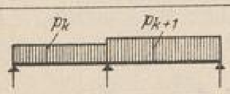
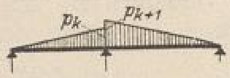
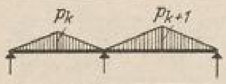
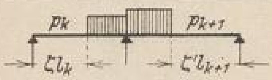
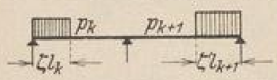
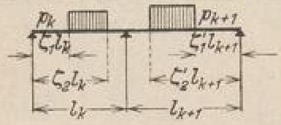
Berlin [u.a.], 1956

Auflösung des Ansatzes

urn:nbn:de:hbz:466:1-74292

Visual Library

Tabelle 35[1]. Belastungszahlen.

	$6\,\delta_{k0} = l_k\, l'_k \sum_k P\,\omega_D + l_{k+1}\, l'_{k+1} \sum_{k+1} P\,\omega'_D$ Ergebnisse für vorgeschriebene Lastengruppen vgl. S. 112.		
	$6\,\delta_{k0} = l'_k \sum_k \mathsf{M}\,\omega_M - l'_{k+1} \sum_{k+1} \mathsf{M}\,\omega'_M$		
Streckenbelastung:	$6\,\delta_{k0} = c_k\, p_k\, l_k^2\, l'_k + c'_{k+1}\, p_{k+1}\, l_{k+1}^2\, l'_{k+1}$		
	$c_k = c'_{k+1} = \frac{1}{4}$		$c_k = c'_{k+1} = \frac{2}{15}$
	$c_k = c'_{k+1} = \frac{5}{32}$		$c_k = c'_{k+1} = \frac{7}{60}$
	$c_k = \frac{1}{4}(1 - \zeta^2)^2, \qquad c'_{k+1} = \frac{1}{4}(1 - \zeta'^2)^2$		
	$c_k = \frac{1}{4}\zeta^2(2 - \zeta^2), \qquad c'_{k+1} = \frac{1}{4}\zeta'^2(2 - \zeta'^2)$		
	$c_k = \frac{1}{4}[\zeta_2^2(2 - \zeta_2^2) - \zeta_1^2(2 - \zeta_1^2)]$, $c'_{k+1} = \frac{1}{4}[\zeta_2'^2(2 - \zeta_2'^2) - \zeta_1'^2(2 - \zeta_1'^2)]$.		

Diese Angaben können nach Tabelle 12 für zahlreiche andere Belastungsfälle ergänzt und nach Tabellen 13 bis 15 auch für veränderliches Trägheitsmoment im Bereiche eines Trägerabschnitts angeschrieben werden.

Ungleichförmige Temperaturänderung Δt_k im Bereiche von l_k mit der mittleren Trägerhöhe d_k liefert

$$6\,\delta_{kt} = 3\,E\,J_c\,\alpha_t\left(\frac{\Delta t_k\, l_k}{d_k} + \frac{\Delta t_{k+1}\, l_{k+1}}{d_{k+1}}\right) \approx 3\,E\,J_c\,\frac{\alpha_t\,\Delta t}{d}\,(l_k + l_{k+1})\,. \tag{655}$$

Werden senkrechte Stützenverschiebungen Δ_{k-1}, Δ_k, Δ_{k+1} und Verdrehungen φ_1, φ_n der Endquerschnitte bei starr angenommener Einspannung der Trägerenden im Sinne von X_1, X_n gemessen oder geschätzt (Abb. 376), so entsteht

$$6\,\delta_{ks} = 6\,E\,J_c\left[\frac{\Delta_{k-1}}{l_k} - \Delta_k\left(\frac{1}{l_k} + \frac{1}{l_{k+1}}\right) + \frac{\Delta_{k+1}}{l_{k+1}}\right],$$

$$6\,\delta_{1s} = -E\,J_c\left(\frac{\Delta_1 - \Delta_2}{l_2} + \varphi_1\right); \qquad 6\,\delta_{ns} = -6\,E\,J_c\left(\frac{\Delta_n - \Delta_{n-1}}{l_n} + \varphi_n\right). \tag{656}$$

Auflösung des Ansatzes. Die dreigliedrige Matrix (650) der Vorzahlen (651) wird unter Einbeziehung der Belastungsglieder nach der Rechenvorschrift S. 230ff. aufgelöst. Die konjugierte Matrix mit den Vorzahlen $\beta'_{ik} = \beta_{ik}/6$ entsteht entweder aus zwei Kettenbrüchen nach (394), (404) oder durch Vorwärts- und Rückwärtselimination nach Gauß. Da die 6fachen Vorzahlen δ_{ik} verwendet werden,

[1] Funktionswerte ω auf S. 116ff.

ist (vgl. Abschnitt 24)

$$X_k = \sum_{i=1}^{i=n} \beta'_{ki} \, 6\,\delta_{i\otimes}, \quad k = 1, \ldots, n.$$

Damit sind nach (637) auch die Stütz- und Schnittkräfte des ganzen Trägers bestimmt.

Kennbeziehungen und Teillösungen. Bei der algebraischen Auflösung des Ansatzes mit $6\delta_{n0} = 1$ u. $6\delta_{10} = 1$ durch Kettenbrüche oder durch Elimination nach Gauß entstehen neben den Vorzahlen β'_{nn} und β'_{11} auch die für den dreigliedrigen Ansatz charakteristischen Kennbeziehungen zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Stützenmomenten.

$$-\frac{X_{h-1}}{X_h} = \varkappa_{(h-1)h}, \qquad -\frac{X_r}{X_{r-1}} = \varkappa_{r(r-1)}.$$

Sie werden zu deren Berechnung bei der Belastung eines einzelnen Feldes l_k verwendet (Abb. 378c). Die l_k benachbarten Stützenmomente X_{k-1}, X_k ergeben sich nach (415) aus 2 Gleichungen mit 2 Unbekannten.

$$X_{k-1} = \frac{\varkappa_{(k-1)k}}{\delta_{(k-1)k}} \frac{\delta_{(k-1)0} - \varkappa_{k(k-1)}\delta_{k0}}{1 - \varkappa_{(k-1)k}\varkappa_{k(k-1)}}; \qquad X_k = \frac{\varkappa_{k(k-1)}}{\delta_{k(k-1)}} \frac{\delta_{k0} - \varkappa_{(k-1)k}\delta_{(k-1)0}}{1 - \varkappa_{(k-1)k}\varkappa_{k(k-1)}}. \tag{657}$$

Für $6\,\delta_{(k-1)k} = \lambda_k l'_k$ und gleichförmige Belastung des Feldes l_k mit p_k ist

$$6\,\delta_{k0} = 6\,\delta_{(k-1)0} = \tfrac{1}{4} p_k l_k^2 l'_k,$$

$$X_{k-1} = \frac{p_k l_k^2}{4\lambda_k} \frac{\varkappa_{(k-1)k} - \varkappa_{(k-1)k}\varkappa_{k(k-1)}}{1 - \varkappa_{(k-1)k}\varkappa_{k(k-1)}}; \qquad X_k = \frac{p_k l_k^2}{4\lambda_k} \frac{\varkappa_{k(k-1)} - \varkappa_{(k-1)k}\varkappa_{k(k-1)}}{1 - \varkappa_{(k-1)k}\varkappa_{k(k-1)}}. \tag{658}$$

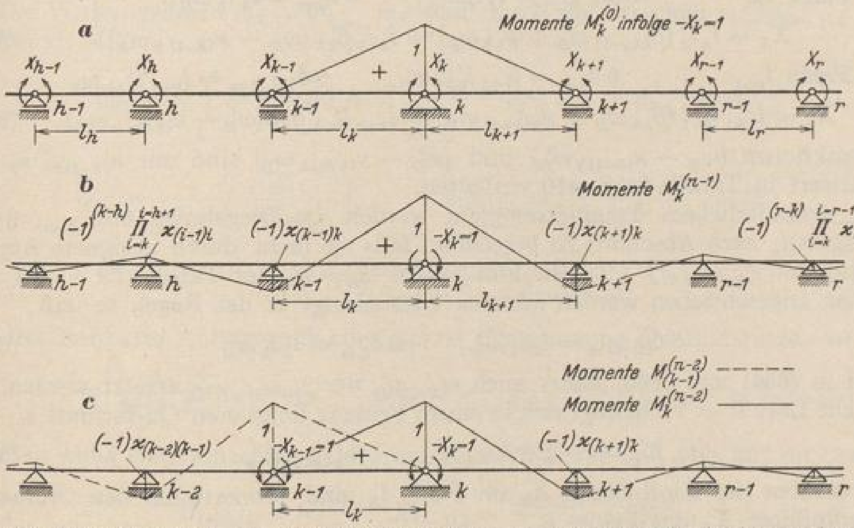


Abb. 378. Biegungsmomente eines durchlaufenden Trägers infolge $-X_k = 1$ in einem statisch bestimmten, einem $n-1$ und $n-2$ fach statisch unbestimmten Hauptsystem.

Die Stützenmomente X_h $[h < (k-1)]$ sind dann durch die Kennbeziehungen $\varkappa_{(h-1)h}$, die Stützenmomente X_r $(r > k)$ durch die Kennbeziehungen $\varkappa_{r(r-1)}$ bestimmt (Abb. 378c). Da eine beliebige Belastung des Stabzugs nach den einzelnen Feldern zerlegt werden kann, so läßt sich die Lösung durch Superposition der Teilergebnisse auch auf den allgemeinen Fall anwenden.

Die Hauptglieder β'_{kk} der konjugierten Matrix werden für $6\,\delta_{k0} = 1$ erhalten und in Verbindung mit den Kennbeziehungen $X_{k-1}/X_k = -\varkappa_{(k-1)k}$, $X_{(k+1)}/X_k = -\varkappa_{(k+1)k}$ aus (410) folgendermaßen angeschrieben:

$$\beta'_{kk} = \frac{1}{-\varkappa_{(k-1)k}\,6\,\delta_{k(k-1)} + 6\,\delta_{kk} - \varkappa_{(k+1)k}\,6\,\delta_{k(k+1)}}. \tag{659}$$

Sie lassen sich außerdem mit dem Ansatz (657) ableiten.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN