# Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Kennbeziehungen und Teillösungen

urn:nbn:de:hbz:466:1-74292

ist (vgl. Abschnitt 24)

$$X_k = \sum_{i=1}^{i=n} \beta'_{ki}\, 6\,\delta_{i\otimes}, \quad k = 1, \ldots, n.$$

Damit sind nach (637) auch die Stütz- und Schnittkräfte des ganzen Trägers bestimmt.

**Kennbeziehungen und Teillösungen.** Bei der algebraischen Auflösung des Ansatzes mit $6\delta_{n0} = 1$ u. $6\delta_{10} = 1$ durch Kettenbrüche oder durch Elimination nach Gauß entstehen neben den Vorzahlen $\beta'_{nn}$ und $\beta'_{11}$ auch die für den dreigliedrigen Ansatz charakteristischen Kennbeziehungen zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Stützenmomenten.

$$-\frac{X_{h-1}}{X_h} = \varkappa_{(h-1)h}, \qquad -\frac{X_r}{X_{r-1}} = \varkappa_{r(r-1)}.$$

Sie werden zu deren Berechnung bei der Belastung eines einzelnen Feldes $l_k$ verwendet (Abb. 378c). Die $l_k$ benachbarten Stützenmomente $X_{k-1}$, $X_k$ ergeben sich nach (415) aus 2 Gleichungen mit 2 Unbekannten.

$$X_{k-1} = \frac{\varkappa_{(k-1)k}}{\delta_{(k-1)k}} \frac{\delta_{(k-1)0} - \varkappa_{k(k-1)}\,\delta_{k0}}{1 - \varkappa_{(k-1)k}\,\varkappa_{k(k-1)}}; \qquad X_k = \frac{\varkappa_{k(k-1)}}{\delta_{k(k-1)}} \frac{\delta_{k0} - \varkappa_{(k-1)k}\,\delta_{(k-1)0}}{1 - \varkappa_{(k-1)k}\,\varkappa_{k(k-1)}}. \tag{657}$$

Für $6\,\delta_{(k-1)k} = \lambda_k l'_k$ und gleichförmige Belastung des Feldes $l_k$ mit $p_k$ ist

$$6\,\delta_{k0} = 6\,\delta_{(k-1)0} = \tfrac{1}{4} p_k l_k^2 l'_k,$$

$$X_{k-1} = \frac{p_k l_k^2}{4\lambda_k} \frac{\varkappa_{(k-1)k} - \varkappa_{(k-1)k}\,\varkappa_{k(k-1)}}{1 - \varkappa_{(k-1)k}\,\varkappa_{k(k-1)}}; \qquad X_k = \frac{p_k l_k^2}{4\lambda_k} \frac{\varkappa_{k(k-1)} - \varkappa_{(k-1)k}\,\varkappa_{k(k-1)}}{1 - \varkappa_{(k-1)k}\,\varkappa_{k(k-1)}}. \tag{658}$$

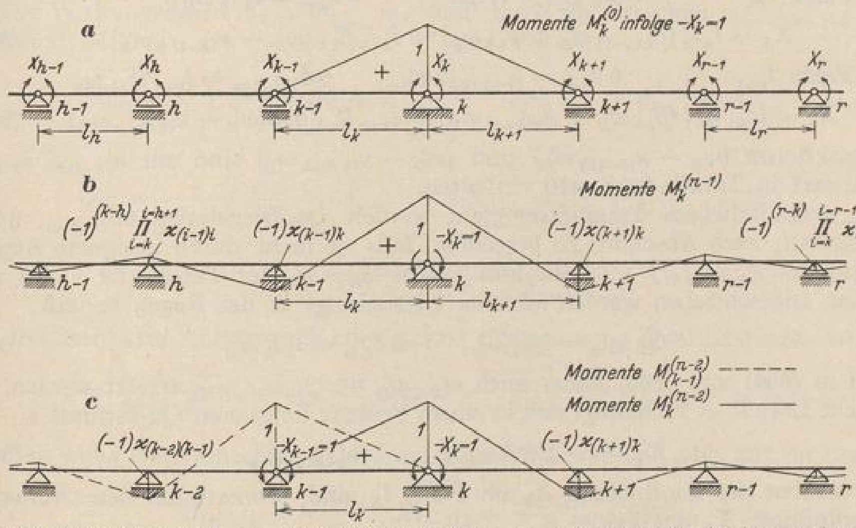


Abb. 378. Biegungsmomente eines durchlaufenden Trägers infolge $-X_k = 1$ in einem statisch bestimmten, einem $n-1$ und $n-2$ fach statisch unbestimmten Hauptsystem.

Die Stützenmomente $X_h$ $[h < (k-1)]$ sind dann durch die Kennbeziehungen $\varkappa_{(h-1)h}$, die Stützenmomente $X_r$ $(r > k)$ durch die Kennbeziehungen $\varkappa_{r(r-1)}$ bestimmt (Abb. 378c). Da eine beliebige Belastung des Stabzugs nach den einzelnen Feldern zerlegt werden kann, so läßt sich die Lösung durch Superposition der Teilergebnisse auch auf den allgemeinen Fall anwenden.

Die Hauptglieder $\beta'_{kk}$ der konjugierten Matrix werden für $6\,\delta_{k0} = 1$ erhalten und in Verbindung mit den Kennbeziehungen $X_{k-1}/X_k = -\varkappa_{(k-1)k}$, $X_{(k+1)}/X_k = -\varkappa_{(k+1)k}$ aus (410) folgendermaßen angeschrieben:

$$\beta'_{kk} = \frac{1}{-\varkappa_{(k-1)k}\,6\,\delta_{k(k-1)} + 6\,\delta_{kk} - \varkappa_{(k+1)k}\,6\,\delta_{k(k+1)}}. \tag{659}$$

Sie lassen sich außerdem mit dem Ansatz (657) ableiten.

$$\left.\begin{aligned} \beta'_{kk} &= \frac{\varkappa_{k(k-1)}}{6\,\delta_{k(k-1)}\,(1-\varkappa_{(k-1)k}\,\varkappa_{k(k-1)})} = \frac{\varkappa_{k(k+1)}}{6\,\delta_{k(k+1)}\,(1-\varkappa_{k(k+1)}\,\varkappa_{(k+1)k})}\,,\\ \beta'_{(k-1)(k-1)} &= \frac{\varkappa_{(k-1)k}}{6\,\delta_{k(k-1)}\,(1-\varkappa_{(k-1)k}\,\varkappa_{k(k-1)})}\,;\quad \beta'_{(k+1)(k+1)} = \frac{\varkappa_{(k+1)k}}{6\,\delta_{k(k+1)}\,(1-\varkappa_{k(k+1)}\,\varkappa_{(k+1)k})} \end{aligned}\right\} \tag{660}$$

Daher kann die Hauptdiagonale der konjugierten Matrix dreigliedriger Bedingungsgleichungen auch nach

$$\frac{\beta'_{(k-1)(k-1)}}{\beta'_{kk}} = \frac{\varkappa_{(k-1)k}}{\varkappa_{k(k-1)}}\,,\qquad \frac{\beta'_{kk}}{\beta'_{(k+1)(k+1)}} = \frac{\varkappa_{k(k+1)}}{\varkappa_{(k+1)k}} \tag{661}$$

entwickelt werden, wenn beide Kettenbrüche oder beide Eliminationen ausgerechnet worden sind. Die Nebenglieder $\beta'_{hk}$ der konjugierten Matrix ergeben sich aus den Hauptgliedern $\beta'_{kk}$ für $h < k$:

$$\beta'_{(k-1)k} = -\varkappa_{(k-1)k}\,\beta'_{kk}\,,\qquad \beta'_{hk} = (-1)^{(k-h)}\,\beta'_{kk}\prod_{i=k}^{i=h+1}\varkappa_{(i-1)i}\,. \tag{662}$$

Die Nebenglieder $\beta'_{rk}$ für $r > k$ sind

$$\beta'_{(k+1)k} = -\varkappa_{(k+1)k}\,\beta'_{kk}\,,\qquad \beta'_{rk} = (-1)^{(r-k)}\,\beta'_{kk}\prod_{i=k}^{i=r-1}\varkappa_{(i+1)i}\,. \tag{663}$$

**Einflußlinien der Stützenmomente $X_k$.** a) Die wandernde Last $P = 1$ t bewegt sich in den beiden, dem Stützpunkte $k$ benachbarten Feldern $l_k$ und $l_{k+1}$. Bei konstantem Trägheitsmoment $J_k$, $J_{k+1}$ der Träger ist für

$P$ im Felde $l_k$: $\qquad 6\,\delta_{(k-1)m} = l_k\,l'_k\,\omega'_D\,,\qquad 6\,\delta_{km} = l_k\,l'_k\,\omega_D\,,$

$$X_k = l_k\,l'_k\,(\beta'_{k(k-1)}\,\omega'_D + \beta'_{kk}\,\omega_D) = l_k\,l'_k\,\beta'_{kk}\,(\omega_D - \varkappa_{(k-1)k}\,\omega'_D)\,, \tag{664}$$

$P$ im Felde $l_{k+1}$: $\qquad 6\,\delta_{km} = l_{k+1}\,l'_{k+1}\,\omega'_D\,,\qquad 6\,\delta_{(k+1)m} = l_{k+1}\,l'_{k+1}\,\omega_D$

$$X_k = l_{k+1}\,l'_{k+1}\,(\beta'_{kk}\,\omega'_D + \beta'_{k(k+1)}\,\omega_D) = l_{k+1}\,l'_{k+1}\,\beta'_{kk}\,(\omega'_D - \varkappa_{(k+1)k}\,\omega_D)\,. \tag{665}$$

Die Funktionen $(\omega_D - \varkappa_{(k-1)k}\,\omega'_D)$ und $(\omega'_D - \varkappa_{(k+1)k}\,\omega_D)$ sind mit $\varkappa_{(k-1)k}$, $\varkappa_{k(k-1)}$ als Leitwert in Tabelle 34 S. 410 enthalten.

Bei veränderlichem Trägheitsmoment werden die Biegelinien $6\delta_{(k-1)m}$, $6\delta_{km}$ des Trägers $l_k$ nach Abschnitt 20 berechnet, falls sie nicht durch geeignete Approximation von $\zeta_k = J_k/J$ mit den Funktionen $\overline{\omega}_D$, $\overline{\omega}'_D$ der Tabelle 29 S. 394 unmittelbar angeschrieben werden können. Dies genügt in der Regel, so daß

$$6\,\delta_{(k-1)m} = l_k\,l'_k\,\overline{\omega}'_D\,,\qquad 6\,\delta_{km} = l_k\,l'_k\,\overline{\omega}_D \tag{666}$$

ist und in (664) und (665) daher auch $\omega_D$, $\omega'_D$ durch $\overline{\omega}_D$, $\overline{\omega}'_D$ ersetzt werden.

b) Die Last $P = 1$ t bewegt sich in einem Felde $l_h$ links vom Querschnitt $k-1$.

$$X_k = (-1)^{k-h}\,\varkappa_{(h+1)h}\;\cdots\;\varkappa_{k(k-1)}\,X_h\,. \tag{667}$$

Die Ordinaten der Einflußlinie $X_k$ im Felde $l_h$ sind proportional den Ordinaten der Einflußlinie $X_h$ des Feldes $l_h$.

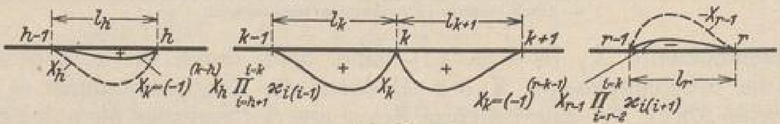


Abb. 379.

c) Die Last $P = 1$ t bewegt sich in einem Felde $l_r$ rechts vom Querschnitt $k+1$.

$$X_k = (-1)^{r-k-1}\,\varkappa_{(r-2)(r-1)}\;\cdots\;\varkappa_{k(k+1)}\,X_{r-1}\,. \tag{668}$$

Die Ordinaten der Einflußlinie im Felde $l_r$ sind proportional den Ordinaten der Einflußlinie $X_{r-1}$ im Felde $l_r$. Daher wird jede Einflußlinie $X_k$ in allen Feldern $l_h$, $l_r$ aus den Einflußlinien der ihnen benachbarten Stützenmomente $X_h$, $X_{r-1}$ gebildet (Abb. 379).