



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Einflußlinien der Schnitt- und Stützkräfte

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

zugeben, werden nach dem Ansatz (637) die Biegemomente M_0 des einfachen Balkenträgers l_k von $A'_{k-1} A'_k \equiv \xi_k$ als Bezugsgeraden aus abgetragen.

Die allgemeine zeichnerische Untersuchung einer beliebigen Belastung mit Hilfe der Festpunkte und der Punkte E'_k ist ausführlich auf S. 260 beschrieben, so daß darauf in Verbindung mit den beiden Abb. 380 und 381 verwiesen werden kann.

Die Entwicklung der Einflußlinien der Stützenmomente aus den Festpunkten. Das Stützenmoment X_k ist als überzählige Größe eines $(n-1)$ fach statisch unbestimmten Hauptsystems

$$X_k = \delta_{k0}^{(n-1)} / \delta_{kk}^{(n-1)}.$$

Die Einflußlinie wird daher aus der Biegelinie $\delta_{mk}^{(n-1)}$ des Hauptsystems für $-X_k = 1$ abgeleitet und daher aus den Momenten $M_k^{(n-1)}$ berechnet, die für den Lastangriff $-X_k = 1$ mit Hilfe der Festpunkte aufgezeichnet werden (Abb. 378 b).

$$\begin{aligned} \delta_{kk}^{(n-1)} &= -\alpha_{(k-1)k} \delta_{k(k-1)} + \delta_{kk} - \alpha_{(k+1)k} \delta_{k(k+1)} \\ &= \delta_{k(k-1)} \left(\frac{b_{k(k-1)}}{a_{k(k-1)}} - \frac{a_{(k-1)k}}{b_{(k-1)k}} \right) + \delta_{k(k+1)} \left(\frac{b_{k(k+1)}}{a_{k(k+1)}} - \frac{a_{(k+1)k}}{b_{(k+1)k}} \right). \end{aligned}$$

Bei Approximation der Querschnittsveränderlichkeit nach Tabelle 29 ist

$$6 \delta_{kk}^{(n-1)} = l'_k \left(2\mu_k - \lambda_k \frac{a_{(k-1)k}}{b_{(k-1)k}} \right) + l'_{k+1} \left(2\mu_{k+1} - \lambda_{k+1} \frac{a_{(k+1)k}}{b_{(k+1)k}} \right). \quad (680)$$

Gleichung der Biegelinie $6 \delta_{mk}^{(n-1)}$ für $J_k/J = \text{const.}$

$$\left. \begin{aligned} \text{Feld } l_k: \quad 6 \delta_{mk}^{(n-1)} &= l_k l'_k (\omega_D - \alpha_{(k-1)k} \omega'_D), \\ \text{,, } l_{k+1}: \quad 6 \delta_{mk}^{(n-1)} &= l_{k+1} l'_{k+1} (\omega'_D - \alpha_{(k+1)k} \omega_D), \\ \text{,, } l_h: \quad 6 \delta_{mk}^{(n-1)} &= (-1)^{(k-h)} \alpha_{(k-1)k} \cdots \alpha_{h(h+1)} l_h l'_h (\omega_D - \alpha_{(h-1)h} \omega'_D), \\ \text{,, } l_r: \quad 6 \delta_{mk}^{(n-1)} &= (-1)^{(r-1-k)} \alpha_{(k+1)k} \cdots \alpha_{(r-1)(r-2)} l_r l'_r (\omega'_D - \alpha_{r(r-1)} \omega_D). \end{aligned} \right\} (681)$$

Für $\zeta_k = J_k/J$ nach S. 394 treten an die Stelle von ω_D, ω'_D die Werte $\bar{\omega}_D, \bar{\omega}'_D$ nach Tabelle 29.

Einflußlinien der Schnitt- und Stützkräfte. Die Einflußlinien der Schnittkräfte werden in der Regel auf eine Gruppe von Querschnitten m bezogen, welche das Feld l_k in eine Anzahl (q_k) gleichgroßer Abschnitte c zerlegen ($l_k = q_k c$).

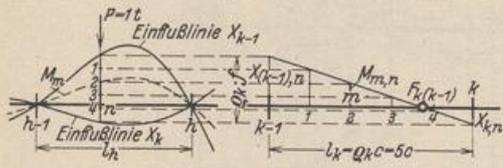


Abb. 382.

Die Abszissen x_m, x'_m eines Querschnitts m sind daher ebenfalls ein Vielfaches der Strecken c ($x_m = q'_k c, x'_m = q''_k c, x_m + x'_m = l_k, q'_k + q''_k = q_k$). Solange sich die Last P im Felde l_k des Trägers bewegt, dem der Querschnitt m angehört, ist das Biegemoment

$$M_m = M_{m0} - X_{k-1} \xi'_m - X_k \xi_m = M_{m0} - X_{k-1} - (X_k - X_{k-1}) \xi_m. \quad (682)$$

Greift P außerhalb von l_k an, so ist $M_{m0} = 0$ und

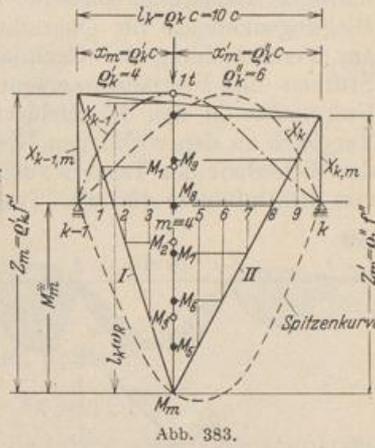
$$M_m = -X_{k-1} \xi'_m - X_k \xi_m = -X_{k-1} - (X_k - X_{k-1}) \xi_m = -X_k - (X_{k-1} - X_k) \xi'_m. \quad (683)$$

Die Ordinaten der Einflußlinien von X_{k-1} und X_k besitzen hier stets entgegengesetztes Vorzeichen, so daß nach (683) die Einflußlinien der Feldmomente M_m die Summe der einem jeden Lastpunkt zugeordneten Ordinaten $|X_{k-1}| + |X_k|$ ebenfalls in q_k gleichgroße Abschnitte f teilen (Abb. 382).

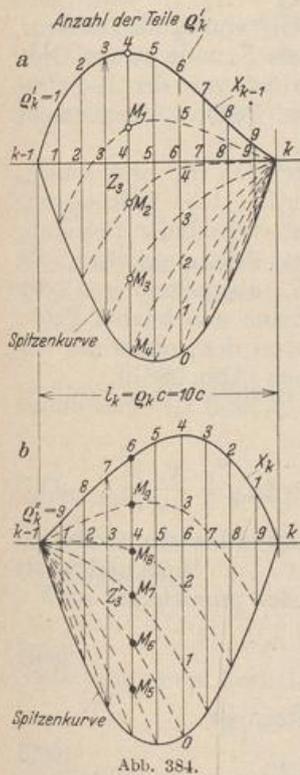
Die Einflußlinien M_m werden innerhalb des Feldes l_k am einfachsten aus den Zustandslinien gefunden, die für die Stellung der Last P in jedem Teilpunkt m der Strecke l_k mit Hilfe der vorhandenen Einflußlinien X_{k-1} und X_k aufgezeichnet

werden. Sie bestehen in jedem Falle aus zwei geraden Linien (I, II), so daß die Feldmomente der Querschnitte m' im Bereich von x_m links vom Lastpunkt m durch Unterteilung der Strecke Z_m in Q'_k gleichgroße Abschnitte f' erhalten werden. Die Intervallgrenzen sind Punkte der Einflußlinien für die Feldmomente in den Querschnitten m' bei Stellung der Last im Punkte m . Dasselbe gilt von den Feldmomenten der Querschnitte m'' im Bereiche x'_m rechts vom Lastpunkt m . Sie werden durch die Aufteilung der Ordinate Z'_m in Q''_k gleichgroße Strecken f'' gefunden. Die Intervallgrenzen sind Punkte der Einflußlinien für die Feldmomente in den Querschnitten m'' rechts von m bei Stellung der Last F über m (Abb. 383).

Die Feldmomente M_m^* bei Stellung der Last über dem Querschnitt m bilden die Spitzenkurve des Feldes l_k . Ihre Ordinaten werden nach Abb. 383 aufgetragen oder nach (657) u. (682) aus



$$M_m^* = l_k \xi_m \xi'_m \left[1 - \xi'_m \frac{(1 + \xi'_m) \alpha_{(k-1)k} - (1 + \xi_m) \alpha_{(k-1)k} \alpha_{k(k-1)}}{1 - \alpha_{(k-1)k} \alpha_{k(k-1)}} - \xi_m \frac{(1 + \xi_m) \alpha_{(k-1)k} - (1 + \xi'_m) \alpha_{(k-1)k} \alpha_{k(k-1)}}{1 - \alpha_{(k-1)k} \alpha_{k(k-1)}} \right] \quad (684)$$

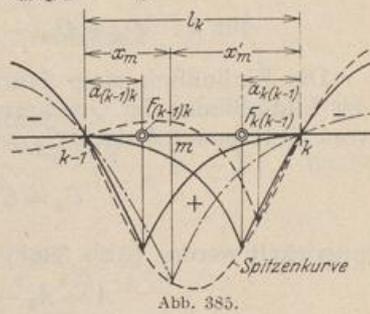


berechnet, so daß die Ordinaten $Z_m = M_m^* + X_{(k-1)m}$ und $Z'_m = M_m^* + X_{km}$ für jede Stellung der Einzelast P bekannt sind und nach Vorschrift in Q'_k oder Q''_k Strecken aufgeteilt werden können. Auf diese Weise entstehen nach Abb. 384 a die rechten, nach Abb. 384 b die linken Zweige der Einflußlinien der Feldmomente, die sich in einem Punkte der Spitzenkurve schneiden.

Die Ordinaten der Einflußlinie des Feldmomentes für den Querschnitt im linken Festpunkt $F_{(k-1)k}$ sind rechts vom Abschnitt l_k Null, denn

$$M_m = -X_{k-1} \frac{b_{(k-1)k}}{l_k} - X_k \frac{a_{(k-1)k}}{l_k} = - \left(\frac{X_{k-1}}{X_k} + \frac{a_{(k-1)k}}{b_{(k-1)k}} \right) \frac{X_k b_{(k-1)k}}{l_k} = 0. \quad (685)$$

Die Einflußlinie berührt die Achse im Punkte k . Aus dem gleichen Grunde sind auch die Ordinaten der Einflußlinie des Feldmomentes im Querschnitt des rechten Festpunktes $F_{k(k-1)}$ links vom Abschnitt l_k Null. Die Einflußlinien der Biegemomente für Querschnitte zwischen den Festpunkten ($x_m > a_{(k-1)k}$, $x'_m > a_{k(k-1)}$) sind daher nach (685) in den benachbarten Abschnitten l_{k-1} , l_{k+1} negativ, im Abschnitt l_k also durch die in k oder $(k-1)$ vorgeschriebene Stetigkeit der Linie positiv. Dagegen wechseln die Einflußlinien der Biegemomente das Vorzeichen im Felde l_k für Querschnitte im Bereiche von $a_{(k-1)k}$ oder $a_{k(k-1)}$ (Abb. 385).



Die größten positiven und negativen Feldmomente entstehen daher bei gleichförmiger Nutzlast p für alle Querschnitte m zwischen den Festpunkten durch feldweise Belastung. Dasselbe gilt für die Stützenmomente. Die Grenzwerte der Biegemomente für Querschnitte im Bereiche von $a_{k(k-1)}$ oder $a_{(k-1)k}$ werden zur Vereinfachung der Rechnung in der Regel zwischen den Grenzwerten des Stützen- und Festpunktmomentes linear interpoliert (Abb. 374i). Dabei werden die Festpunkte in den Randfeldern nach S. 396 eingerechnet. Das Ergebnis ist im Vergleich zu den wirklichen Grenzwerten etwas zu ungünstig, also zur Beurteilung der Sicherheit des Trägers zulässig. Auf diese Weise erübrigt sich die Darstellung von Einflußlinien für alle Tragwerke, die nur gleichförmig verteilte Nutzlasten aufzunehmen haben.

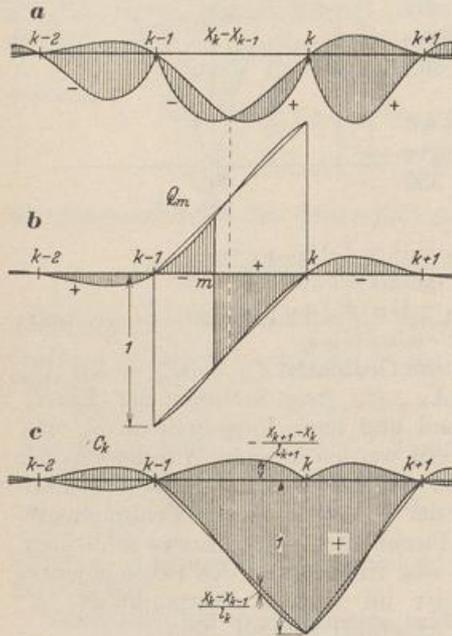


Abb. 386.

Die Einflußlinie der Querkraft Q_m im Querschnitt m des Feldes l_k wird aus

$$\left. \begin{aligned} Q_m &= Q_{m0} - \frac{X_k - X_{k-1}}{l_k}, \\ Q_m &= - \frac{X_k - X_{k-1}}{l_k} \end{aligned} \right\} \quad (686)$$

abgeleitet, je nachdem die Last P innerhalb oder außerhalb des Feldes l_k steht. Der Ausdruck $(X_k - X_{k-1})$ wird nach Abb. 386 im Bereiche von l_k als Differenz, außerhalb von l_k als Summe zweier Ordinaten gebildet. Er ist von der Lage des Querschnitts m im Felde l_k unabhängig (Abb. 386a, 386b).

Die Grenzwerte $\max Q_m$ und $\min Q_m$ der Querkraft werden bei Teilbelastung des Feldes l_k und abwechselnder Belastung der anschließenden Felder erhalten. Sie unterscheiden sich, abgesehen von den Grenzwerten im ersten und letzten Felde, nur unwesentlich von denjenigen des einfachen Balkenträgers (Abb. 386b).

Für die Querschnitte m des ersten und letzten Feldes (l_1 und l_n) eines durchlaufenden Trägers mit frei drehbaren Enden ist

$$\text{für } l_1: Q_m = Q_{m0} - \frac{X_1}{l_1}; \quad \text{für } l_{n+1}: Q_m = Q_{m0} + \frac{X_n}{l_{n+1}}. \quad (687)$$

Die Einflußlinie einer Stützkraft C_k kann durch Superposition der Ordinaten der Einflußlinien der Querkraften Q'_k, Q''_k in dem Querschnitt k', k'' links und rechts vom Stützpunkt k nach $C_k = -Q'_k + Q''_k$ aufgezeichnet oder unmittelbar nach

$$C_k = C_{k0} + \frac{X_k - X_{k-1}}{l_k} - \frac{X_{k+1} - X_k}{l_{k+1}} \quad (688)$$

entwickelt werden (Abb. 386c). Bei frei drehbaren Endstützen ist

$$A = A_0 - X_1/l_1; \quad B = B_0 - X_n/l_{n+1}. \quad (689)$$

Vereinfachung der Annahmen über die elastischen Eigenschaften. Während bisher mit der Möglichkeit eines Wechsels der für die elastischen Eigenschaften des Trägers charakteristischen Längen gerechnet wurde, entstehen für den Fall, daß

$$\lambda_k l'_k = \lambda l', \quad \mu_k l'_k = \mu l', \quad \mu/\lambda = \chi, \quad l_k \neq l_{k+1},$$