



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Vereinfachung der Annahmen über die elastischen Eigenschaften

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

Die größten positiven und negativen Feldmomente entstehen daher bei gleichförmiger Nutzlast p für alle Querschnitte m zwischen den Festpunkten durch feldweise Belastung. Dasselbe gilt für die Stützenmomente. Die Grenzwerte der Biegemomente für Querschnitte im Bereiche von $a_{k(k-1)}$ oder $a_{(k-1)k}$ werden zur Vereinfachung der Rechnung in der Regel zwischen den Grenzwerten des Stützen- und Festpunktmomentes linear interpoliert (Abb. 374i). Dabei werden die Festpunkte in den Randfeldern nach S. 396 eingerechnet. Das Ergebnis ist im Vergleich zu den wirklichen Grenzwerten etwas zu ungünstig, also zur Beurteilung der Sicherheit des Trägers zulässig. Auf diese Weise erübrigt sich die Darstellung von Einflußlinien für alle Tragwerke, die nur gleichförmig verteilte Nutzlasten aufzunehmen haben.

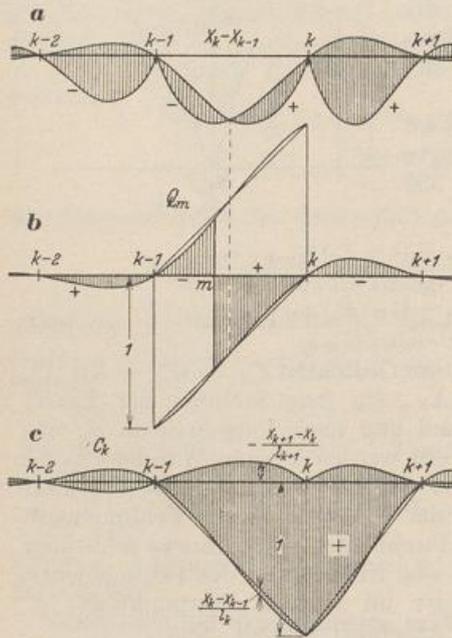


Abb. 386.

Die Einflußlinie der Querkraft Q_m im Querschnitt m des Feldes l_k wird aus

$$\left. \begin{aligned} Q_m &= Q_{m0} - \frac{X_k - X_{k-1}}{l_k}, \\ Q_m &= - \frac{X_k - X_{k-1}}{l_k} \end{aligned} \right\} \quad (686)$$

abgeleitet, je nachdem die Last P innerhalb oder außerhalb des Feldes l_k steht. Der Ausdruck $(X_k - X_{k-1})$ wird nach Abb. 386 im Bereiche von l_k als Differenz, außerhalb von l_k als Summe zweier Ordinaten gebildet. Er ist von der Lage des Querschnitts m im Felde l_k unabhängig (Abb. 386a, 386b).

Die Grenzwerte $\max Q_m$ und $\min Q_m$ der Querkraft werden bei Teilbelastung des Feldes l_k und abwechselnder Belastung der anschließenden Felder erhalten. Sie unterscheiden sich, abgesehen von den Grenzwerten im ersten und letzten Felde, nur unwesentlich von denjenigen des einfachen Balkenträgers (Abb. 386b).

Für die Querschnitte m des ersten und letzten Feldes (l_1 und l_n) eines durchlaufenden Trägers mit frei drehbaren Enden ist

$$\text{für } l_1: Q_m = Q_{m0} - \frac{X_1}{l_1}; \quad \text{für } l_{n+1}: Q_m = Q_{m0} + \frac{X_n}{l_{n+1}}. \quad (687)$$

Die Einflußlinie einer Stützkraft C_k kann durch Superposition der Ordinaten der Einflußlinien der Querkraften Q'_k, Q''_k in dem Querschnitt k', k'' links und rechts vom Stützpunkt k nach $C_k = -Q'_k + Q''_k$ aufgezeichnet oder unmittelbar nach

$$C_k = C_{k0} + \frac{X_k - X_{k-1}}{l_k} - \frac{X_{k+1} - X_k}{l_{k+1}} \quad (688)$$

entwickelt werden (Abb. 386c). Bei frei drehbaren Endstützen ist

$$A = A_0 - X_1/l_1; \quad B = B_0 - X_n/l_{n+1}. \quad (689)$$

Vereinfachung der Annahmen über die elastischen Eigenschaften. Während bisher mit der Möglichkeit eines Wechsels der für die elastischen Eigenschaften des Trägers charakteristischen Längen gerechnet wurde, entstehen für den Fall, daß

$$\lambda_k l'_k = \lambda l', \quad \mu_k l'_k = \mu l', \quad \mu/\lambda = \chi, \quad l_k \neq l_{k+1},$$

Bedingungsgleichungen mit konstanten Vorzeichen

$$\lambda X_{k-1} + 4\mu X_k + \lambda X_{k+1} = 6\delta_{k0}/l', \quad (690)$$

bei feldweiser Belastung ist

$$\frac{6\delta_{k0}}{l'} = \frac{p_k l_k^2}{4} + \frac{p_{k+1} l_{k+1}^2}{4}. \quad (691)$$

Einzellasten:

$$\frac{6\delta_{k0}}{l'} = l_k \sum_k P \omega_D + l_{k+1} \sum_{k+1} P \omega'_D.$$

Kennbeziehungen (392):

$$\varkappa_{(k-1)k} = \frac{1}{4\chi - \varkappa_{(k-2)(k-1)}}, \quad (692)$$

$$\varkappa_{k(k-1)} = \frac{1}{4\chi - \varkappa_{(k+1)k}}. \quad (693)$$

Durchlaufender Träger mit unendlich vielen Feldern.

$$l'_k = l', \quad \varkappa_{(k-1)k} = \varkappa_{k(k-1)} = \varkappa = 2\chi - \sqrt{4\chi^2 - 1}.$$

Sind die Stützweiten außerdem gleichgroß ($l_k = l$) und daher das Trägheitsmoment des Trägers konstant ($J_k = J$), so ist für $\chi = 1$

$$a_{(k-1)k} = a_{k(k-1)} = 0,211 l. \quad (694)$$

Durchlaufender Träger mit einer begrenzten Anzahl von Feldern. Sind die Träger aller Zwischenöffnungen durch $l'_k = l'$ ausgezeichnet, dagegen die elastischen Eigenschaften der Träger über den Endfeldern bei freidrehbarer Auflagerung der Enden derart bestimmt, daß

$$\varkappa_{12} = \varkappa_{n(n-1)} = \varkappa_{(k-1)k} = \varkappa_{k(k-1)} = \varkappa = 2\chi - \sqrt{4\chi^2 - 1},$$

so ist $\delta_{12}/\delta_{11} = \varkappa = \frac{\lambda l'}{2(\mu l'_1 + \mu l')}$ und daher $l'_1 = \frac{1}{\mu_1} \left(\frac{\lambda}{2\varkappa} - \mu \right) l'. \quad (695)$

Die Bedingung kann entweder durch geeignete Ablängung der Träger oder durch die Wahl der Querschnitte erfüllt werden. Sie gilt ebenso für $\delta_{n(n-1)}/\delta_{nn} = \varkappa$ und liefert

$$l'_n = \frac{1}{\mu_n} \left(\frac{\lambda}{2\varkappa} - \mu \right) l'. \quad (696)$$

Bedingungsgleichungen 1 und n nach (634) u. (690)

$$\frac{\lambda}{\varkappa} X_1 + \lambda X_2 = \frac{6\delta_{10}}{l'}, \quad \lambda X_{n-1} + \frac{\lambda}{\varkappa} X_n = \frac{6\delta_{n0}}{l'}.$$

Sonderfall $\lambda = \mu = \bar{\mu} = 1: \varkappa = 0,268, \quad l'_1 = 0,866 l'.$

Belastung eines einzelnen Feldes l_k

a) symmetrisch

b) antimetrisch

$$X_{k-1} = 6 \frac{^{(1)}\delta_{k0}}{l'} \frac{\varkappa}{\lambda(1+\varkappa)} = X_k, \quad (697a) \quad X_{k-1} = 6 \frac{^{(2)}\delta_{k0}}{l'} \frac{\varkappa}{\lambda(1-\varkappa)} = -X_k. \quad (697b)$$

Belastung eines Endfeldes:

$$X_1 = \frac{6\delta_{10}}{l'} \frac{\varkappa}{\lambda(1-\varkappa^2)}, \quad X_n = \frac{6\delta_{n0}}{l'} \frac{\varkappa}{\lambda(1-\varkappa^2)}. \quad (698)$$

Einflußlinie des Stützenmomentes

$$\text{Feld } l_k : X_k = l_k \frac{\varkappa}{\lambda(1-\varkappa^2)} (\bar{\omega}_D - \varkappa \bar{\omega}'_D), \quad (699)$$

$$\text{Feld } l_{k+1}: X_k = l_{k+1} \frac{\varkappa}{\lambda(1-\varkappa^2)} (\bar{\omega}'_D - \varkappa \bar{\omega}_D);$$

mit $\bar{\omega}_D, \bar{\omega}'_D$ nach Tabelle 29.

Bei gleichen Feldweiten, gleicher Belastung und gleicher Approximation von $\zeta_k = J_k/J$ in allen Feldern entsteht nach (690) eine Differenzengleichung zweiter Ordnung mit konstanten Belastungszahlen. Für gleichmäßig verteilte Belastung ist

$$\lambda X_{k-1} + 4\mu X_k + \lambda X_{k+1} = \frac{p l^2}{2}.$$

Lösung der homogenen Gleichung (vgl. Abschn. 33) $X_k = \varrho^k$;

charakteristische Gleichung

$$\left. \begin{aligned} \lambda + 4\mu\varrho + \lambda\varrho^2 &= 0, & \varrho_{1,2} &= -2\chi \pm \sqrt{4\chi^2 - 1}, & \varrho &= \varrho_1, \\ X_k &= \frac{p l^2}{4\lambda(1+2\chi)} \left(1 - \frac{\varrho^{n-k} + \varrho^k}{1 + \varrho^n}\right). \end{aligned} \right\} \quad (700)$$

Lösung für hydraulische Belastung vgl. S. 269.

Durchlaufender Träger mit gleichen elastischen Eigenschaften in allen Feldern.

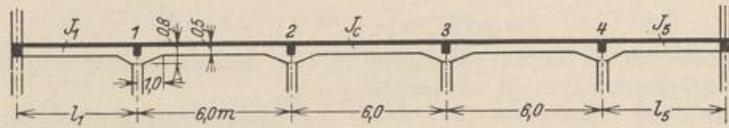


Abb. 387.

1. Geometrische Grundlagen:

$$l = 6,0 \text{ m}, \quad v = 1,0 \text{ m}, \quad \nu = 1/6, \quad l' = 6,0 \text{ m}.$$

2. Approximation des Trägheitsmomentes (Abb. 388):

$$n = \frac{J_k}{J_a} = \frac{J_c}{J_a} = \frac{0,5^3}{0,8^3} = 0,244; \quad \text{Tabelle 29 Fall 2:}$$

$$\mu_k = \mu = \bar{\mu} = 1 - (1 - 0,244) \left[2 \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} + \frac{1}{3 \cdot 6} \right] = 0,75;$$

$$\lambda_k = \lambda = 1 - 3(1 - 0,244) \frac{1}{6^2} = 0,94.$$

3. Bemessung der Endfelder nach (695):

$$\chi = \frac{0,75}{0,94} \approx 0,8; \quad \alpha = 2 \cdot 0,8 - \sqrt{4 \cdot 0,8^2 - 1} = 0,35,$$

$$l'_1 = l'_5 = \frac{1}{0,75} \left(\frac{0,94}{2 \cdot 0,35} - 0,75 \right) l' = 0,785 l'.$$

a) Die Trägheitsmomente der Rand- und Zwischenträger sind gleich, $J_1 = J_5 = J_c$:

$$l_1 = l_5 = 0,785 l = 4,7 \text{ m}.$$

b) Die Stützweiten der Rand- und Zwischenfelder sind gleich, $l_1 = l_5 = l$:

$$J_1 = J_5 = \frac{J_c}{0,785} = 1,275 J_c.$$

4. Belastung $p = 1 \text{ t/m}$ in Feld l_1 : $\frac{6 \delta_{10}}{l'} = \frac{l_1^3}{4} \cdot 0,785 = 0,196 l_1^3$,

daher nach (698)
$$X_1 = 0,196 l_1^3 \frac{0,35}{0,94(1 - 0,35^2)} = 0,083 l_1^3;$$

Anordnung a) $X_1 = 1,85 \text{ mt}$, Anordnung b) $X_1 = 3,0 \text{ mt}$.

Berechnung eines durchlaufenden Brückenträgers.

1. Geometrische Grundlagen.

$$l_1 = l_4 = 22,0, \quad l_2 = l_3 = 28,0 \text{ m}. \quad J_a = \frac{2}{3} J_c.$$

$$l'_1 = l'_4 = 33,0, \quad l'_2 = l'_3 = 28,0 \text{ m}.$$

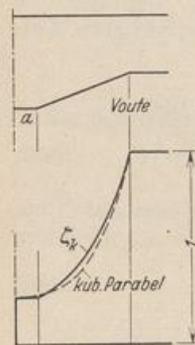


Abb. 388.