



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Zahlenbeispiele

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

Bei gleichen Feldweiten, gleicher Belastung und gleicher Approximation von $\zeta_k = J_k/J$ in allen Feldern entsteht nach (690) eine Differenzengleichung zweiter Ordnung mit konstanten Belastungszahlen. Für gleichmäßig verteilte Belastung ist

$$\lambda X_{k-1} + 4\mu X_k + \lambda X_{k+1} = \frac{p l^2}{2}.$$

Lösung der homogenen Gleichung (vgl. Abschn. 33) $X_k = \varrho^k$;

charakteristische Gleichung

$$\left. \begin{aligned} \lambda + 4\mu\varrho + \lambda\varrho^2 &= 0, & \varrho_{1,2} &= -2\chi \pm \sqrt{4\chi^2 - 1}, & \varrho &= \varrho_1, \\ X_k &= \frac{p l^2}{4\lambda(1+2\chi)} \left(1 - \frac{\varrho^{n-k} + \varrho^k}{1 + \varrho^n}\right). \end{aligned} \right\} \quad (700)$$

Lösung für hydraulische Belastung vgl. S. 269.

Durchlaufender Träger mit gleichen elastischen Eigenschaften in allen Feldern.

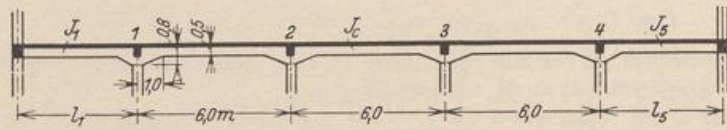


Abb. 387.

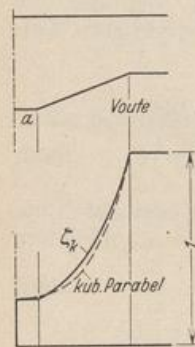


Abb. 388.

1. Geometrische Grundlagen:

$$l = 6,0 \text{ m}, \quad v = 1,0 \text{ m}, \quad \nu = 1/6, \quad l' = 6,0 \text{ m}.$$

2. Approximation des Trägheitsmomentes (Abb. 388):

$$n = \frac{J_k}{J_a} = \frac{J_c}{J_a} = \frac{0,5^3}{0,8^3} = 0,244; \quad \text{Tabelle 29 Fall 2:}$$

$$\mu_k = \mu = \bar{\mu} = 1 - (1 - 0,244) \left[2 \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} + \frac{1}{3 \cdot 6} \right] = 0,75;$$

$$\lambda_k = \lambda = 1 - 3(1 - 0,244) \frac{1}{6^2} = 0,94.$$

3. Bemessung der Endfelder nach (695):

$$\chi = \frac{0,75}{0,94} \approx 0,8; \quad \alpha = 2 \cdot 0,8 - \sqrt{4 \cdot 0,8^2 - 1} = 0,35,$$

$$l'_1 = l'_5 = \frac{1}{0,75} \left(\frac{0,94}{2 \cdot 0,35} - 0,75 \right) l' = 0,785 l'.$$

a) Die Trägheitsmomente der Rand- und Zwischenträger sind gleich, $J_1 = J_5 = J_c$:

$$l_1 = l_5 = 0,785 l = 4,7 \text{ m}.$$

b) Die Stützweiten der Rand- und Zwischenfelder sind gleich, $l_1 = l_5 = l$:

$$J_1 = J_5 = \frac{J_c}{0,785} = 1,275 J_c.$$

4. Belastung $p = 1 \text{ t/m}$ in Feld l_1 : $\frac{6 \delta_{10}}{l'} = \frac{l_1^3}{4} \cdot 0,785 = 0,196 l_1^3$,

daher nach (698) $X_1 = 0,196 l_1^3 \frac{0,35}{0,94(1 - 0,35^2)} = 0,083 l_1^3$;

Anordnung a) $X_1 = 1,85 \text{ mt}$, Anordnung b) $X_1 = 3,0 \text{ mt}$.

Berechnung eines durchlaufenden Brückenträgers.

1. Geometrische Grundlagen.

$$l_1 = l_4 = 22,0, \quad l_2 = l_3 = 28,0 \text{ m}, \quad J_a = \frac{2}{3} J_c.$$

$$l'_1 = l'_4 = 33,0, \quad l'_2 = l'_3 = 28,0 \text{ m}.$$

2. Approximation des Trägheitsmomentes (Abb. 389c). Parabel mit $n = 0$. Tab. 29. Fall 4 u. 9.

$$\bar{\mu}_1 = \bar{\mu}_4 = 0,4, \quad \mu_2 = \mu_3 = 0,6, \quad \lambda_2 = \lambda_3 = 0,8.$$

3. Vorzahlen nach (651):

$$6 \delta_{11} = 6 \delta_{33} = 2 (0,4 \cdot 33,0 + 0,6 \cdot 28) = 60,0,$$

$$6 \delta_{22} = 2 (0,6 \cdot 28 + 0,6 \cdot 28) = 67,2.$$

$$6 \delta_{12} = 6 \delta_{23} = 0,8 \cdot 28 = 22,4.$$

δ Matrix

X_1	X_2	X_3
60,0	22,4	
22,4	67,2	22,4
	22,4	60,0

konjugierte Matrix $10^3 \beta'_{ik}$

	$6 \delta_{10}$	$6 \delta_{20}$	$6 \delta_{30}$
$10^3 X_1$	19,4280	-7,3964	2,7613
$10^3 X_2$	-7,3964	19,8119	-7,3964
$10^3 X_3$	2,7613	-7,3964	19,4280

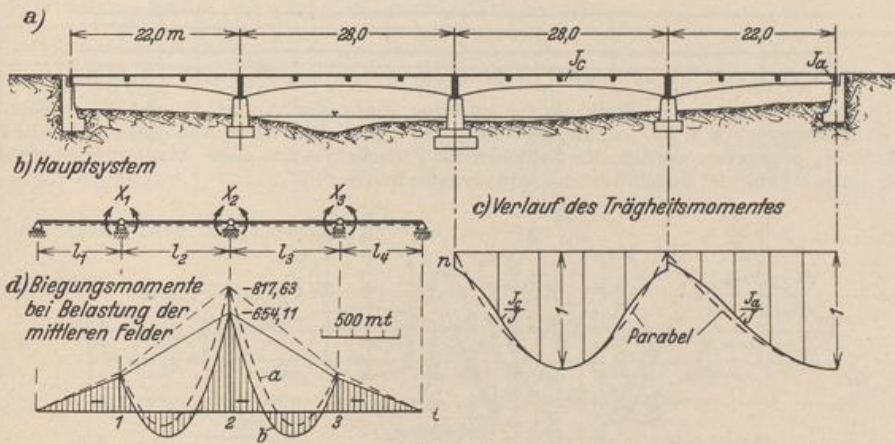


Abb. 389.

4. Belastung: $p = 6 \text{ t/m}$ auf l_2 und l_3 .

a) Belastungszahlen für konst. Trägheitsmoment. Tab. 35

$$6 \delta_{10} = 6 \delta_{30} = \frac{1}{4} \cdot 6 \cdot 28^3 = 32928, \quad 6 \delta_{20} = \frac{1}{4} \cdot 6 \cdot (28^3 + 28^3) = 65856.$$

X_1	X_2	X_3
243,55 mt	817,63 mt	243,55 mt

Abb. 389d, Lösung a.

b) Belastungszahlen für die Approximation unter 2. nach Tab. 13a.

$$6 \delta_{10} = 6 \delta_{30} = 6 \cdot \frac{1}{15} \cdot 1 \cdot \frac{6 \cdot 28^2}{8} \cdot 4 \cdot 28 = 26342,4, \quad 6 \delta_{20} = 52684,8;$$

X_1	X_2	X_3
194,84 mt	654,11 mt	194,84 mt

Abb. 389d, Lösung b.

5. Einflußlinien X_1, X_2 .

Biegelinien $\bar{\omega}_D = 6 \delta_{mk} / l_k l'_k$ n. Tab. 29, Fall 4 und 9.

Feld 1: $\bar{\omega}_D = \omega_D - \frac{3}{15} (\xi - \xi^5),$ Feld 2: $\bar{\omega}_D = \omega_D - \frac{1}{5} \{ \omega_D - 2 \omega_R \xi^2 (3 \xi' - 1) \}.$

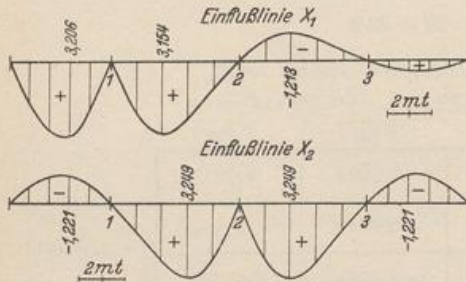
η	Feld 1 $\bar{\omega}_D$	Feld 4 $\bar{\omega}'_D$	Feld 2 u. 3 $\bar{\omega}_D$	Feld 2 u. 3 $\bar{\omega}'_D$
0,2	0,1321	0,1463	0,1572	0,2140
0,4	0,2191	0,2273	0,2811	0,3141
0,6	0,2273	0,2191	0,3141	0,2811
0,8	0,1463	0,1321	0,2140	0,1572

Feld 1: $X_1 = 22,0 \cdot 33,0 \cdot 0,019428 \bar{\omega}_D$
 $= 14,104728 \bar{\omega}_D$ (Gl. 664),

Feld 2: $X_1 = 15,232336 (\bar{\omega}'_D$
 $- 0,380711 \bar{\omega}_D)$,

Feld 2: $X_2 = 15,532530 (\bar{\omega}_D$
 $- 0,373333 \bar{\omega}'_D)$,

Feld 3: X_2 Spiegelbild zu Feld 2.



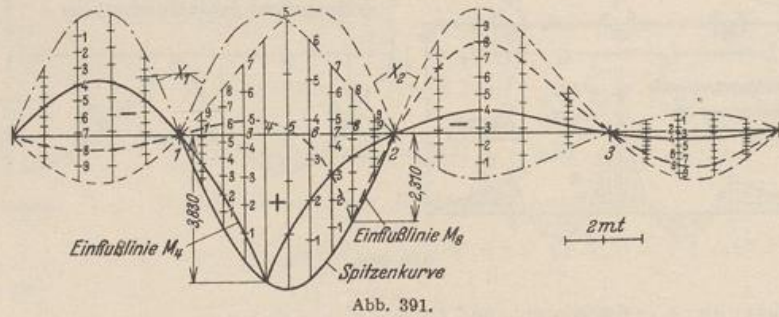
Einflußlinie X_3 : Spiegelbild zu X_1 .
 In den übrigen Feldern wird nach (667) u. (668)

Feld 3: $X_1 = (-1)^1 \cdot 0,373333 X_2$,
 Feld 4: $X_1 = (-1)^2 \cdot 0,380711 \cdot 0,373333 X_2$,
 Feld 1: $X_2 = (-1)^1 \cdot 0,380711 \cdot X_1$,
 Feld 2: X_2 Spiegelbild zu Feld 1.

6. Einflußlinien der Feldmomente im Feld 2. Konstruktion n. S. 423 $Q_k=10$, $c=2,8$ m. Die Ordinaten $X_2 - X_1$ werden nach Abb. 391 in 10 gleiche Teile geteilt. Die Spitzenkurve wird nach Abb. 383 aufgetragen.

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$l \omega_R$	2,52	4,48	5,88	6,72	7,0	6,72	5,88	4,48	2,52

Die Ordinaten zwischen der Spitzenkurve und den Einflußlinien von X_2 und X_1 werden mit dem Rechenschieber in 9, 8, 7... gleiche Abschnitte geteilt. Dies ist in Abb. 391 nur für die Einflußlinie M_4 angegeben worden. Einflußlinien für Zwischenpunkte eines Abschnitts c entstehen durch Unterteilung der zugeordneten Ordinatenabschnitte j', j'' .



7. Einflußlinien der Querkräfte in Feld 2. Die Ordinaten $(X_2 - X_1)/l_2$ werden mit dem Rechenschieber gebildet und von der Stabachse, im Feld 2 von der Geraden Q_{m0} aus abgetragen (Abb. 392).

8. Einflußlinie der Stützkraft C_1 . Die Ordinaten X_1/l_1 der Querkraftlinie im Feld 1 und die Querkraftlinie Abb. 392 werden superponiert. $C_1 = Q_{m2} - Q_{m1}$ (Abb. 393).

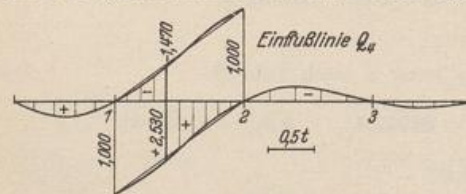


Abb. 392.

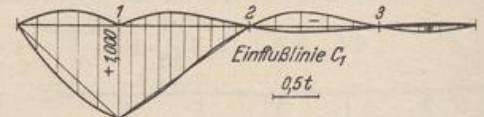


Abb. 393.

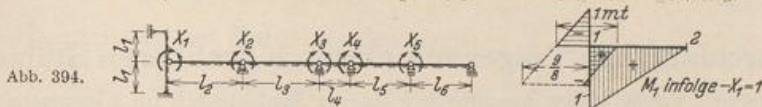
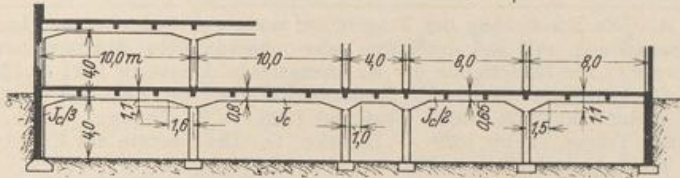
Zeichnerische Untersuchung eines Deckenunterzugs.

1. Geometrische Grundlagen:

$l_1 = 4,0$, $l_2 = l_3 = 10,0$, $l_4 = 4,0$, $l_5 = l_6 = 8,0$ m,
 $l'_1 = 12,0$, $l'_2 = l'_3 = 10,0$, $l'_4 = 4,0$, $l'_5 = l'_6 = 16,0$ m.

2. Approximation des Trägheitsmomentes für gerade Vouten, Tab. 29 Fall 2 u. 7.

Feld l_2, l_3		Feld l_4		Feld l_5, l_6	
$n = 0,4,$	$v = 0,16,$	$n = 0,4,$	$v = 0,25,$	$n = 0,22,$	$v = 0,188,$
$\mu = 1 - 0,6 \times$	$\times \left(2 \cdot 0,16 \cdot 0,84 + \frac{0,16}{3} \right)$	$\mu = 1 - 0,6 \times$	$\times \left(2 \cdot 0,25 \cdot 0,75 + \frac{0,25}{3} \right)$	$\mu = 1 - 0,78 \times$	$\times \left(2 \cdot 0,188 \cdot 0,812 + \frac{0,188}{3} \right)$
$\mu = 0,81,$	$\lambda \approx 1$	$\mu = 0,73,$		$\mu = 0,71,$	$\lambda \approx 1$
		$\lambda = 1 - 3 \cdot 0,6 \cdot 0,25^2 = 0,89$			



3. Wirkungslinien w'_{k1}, w'_{k2}, w_k nach (674) $e_k = Z_k/N_k$.

k	$\lambda_k l_k$	$\lambda_k + 2\mu_k$	c_{kk}	$c_{(k+1)k}$	$\lambda_k l_k l'_k$	Z_k	$(\lambda_k + 2\mu_k)l'_k$	N_k	$e_k [m]$
2	10,0	2,62	3,81	3,81	100	0	26,2	52,4	0
3	10,0	2,62	3,81	1,52	100	- 85,76	26,2	35,6	- 2,41
4	3,56	2,35	1,52	3,31	14,24	113,76	9,4	48,12	2,36
5	8,0	2,42	3,31	—	128	- 128	38,72	61,44	- 2,085
6	(0)	(1,42)	—	—	(0)	Gl. (670)	22,72	—	—

M_1 für $-X_1 = 1$ (Abb. 394) nach Tab. 30. $6\delta_{11} = 6 \cdot 12 \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{7}{16} - \frac{2}{16} \right) + 2 \cdot 0,81 \cdot 10 = 21,82.$

$6\delta_{11} + 6\delta_{12} = 21,82 + 10 = 31,82, \text{ Gl. (670): } e_1 = a_{12} = \frac{1 \cdot 10 \cdot 10}{31,82} = 3,14 \text{ m.}$

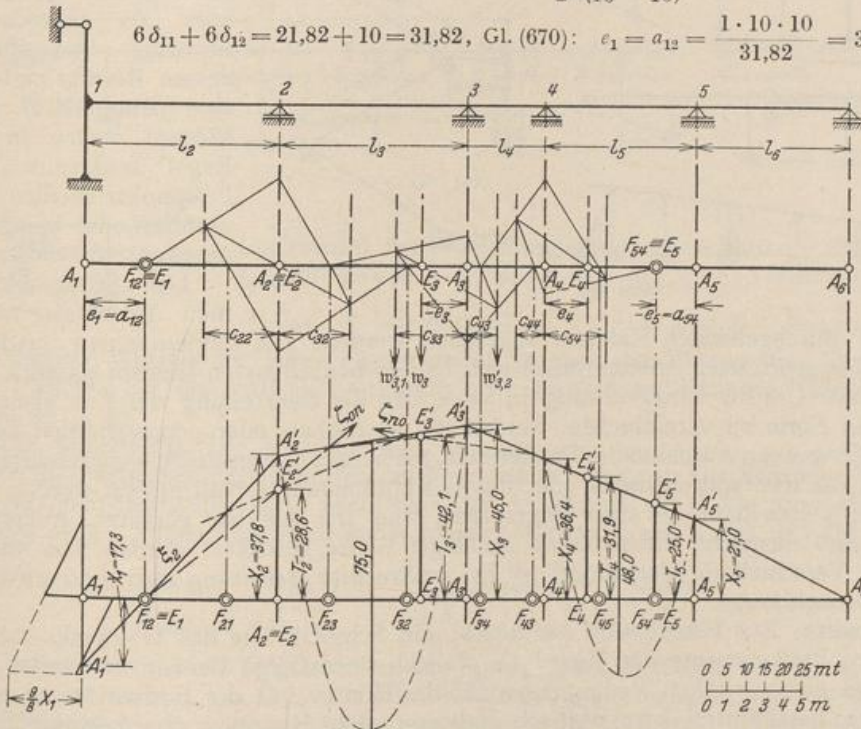


Abb. 395. Der Verlauf der Biegemomente in den belasteten Feldern l_3, l_5 ist mit gestrichelten Linien dargestellt.

4. Festpunkte. Zeichnerisch nach Abb. 395.

5. Belastung. $p = 6 \text{ t/m}$ auf Feld l_3 u. l_5 .

Belastungszahlen für $J = \text{const.}$ Tab. 35.

$$6\delta_{10} = 0, \quad 6\delta_{20} = \frac{1}{4} \cdot 6 \cdot 1000 = 1500 = 6\delta_{30}, \quad 6\delta_{40} = \frac{1}{4} \cdot 6 \cdot 64 \cdot 16 = 1536 = 6\delta_{50}.$$

$$\text{Gl. (676)} \quad T_k = 6\delta_{k0}/N_k, \quad T_1=0, \quad T_2=1500/52,4=28,6, \quad T_3=42,1, \quad T_4=31,9, \quad T_5=25,0 \text{ mt.}$$

Die Abschnitte T_k werden von den Punkten E_k im Momentenmaßstab aufgetragen (positiv nach oben, negativ nach unten). Die Geradenzüge ζ_{0n} und ζ_{n0} bestimmen die Punkte des Geradenzugs ξ_k auf den Festpunktsenkrechten und damit die Stützenmomente.

Hertwig, A.: Die Berechnung des Trägers auf mehreren Stützen mit gleichem und veränderlichem Querschnitt, mit frei drehbaren oder eingespannten Stützen. *Arm. Beton* 1913 S. 219. — Derselbe: Die Berechnung der Rahmengebilde. *Eisenbau* 1921 S. 122. — Müller-Breslau, H.: Die graphische Statik der Baukonstruktionen Bd. 2 5. Aufl. Stuttgart 1922. — Mörsch, E.: Der durchlaufende Träger. Stuttgart 1928. — Kleinlogel, A., u. G. Sigmann: Der durchlaufende Träger. Berlin 1929. — Domke, O.: Die Theorie des Eisenbetons. *Handb. Eisenbetonbau* Bd. 1 4. Aufl. Berlin 1930.

48. Der durchlaufende Träger mit elastisch drehbaren Stützen.

Die einfache und zuverlässige Ausführung starrer Stabknoten im Eisenbetonbau erklärt die Bedeutung des durchlaufenden Trägers mit elastisch drehbaren Stützen im Bauwesen. Er unterscheidet sich von dem durchgehenden Rahmen (Abb. 396b) durch die unverschiebliche Lage der Stabknoten. Der Riegel des durchgehenden

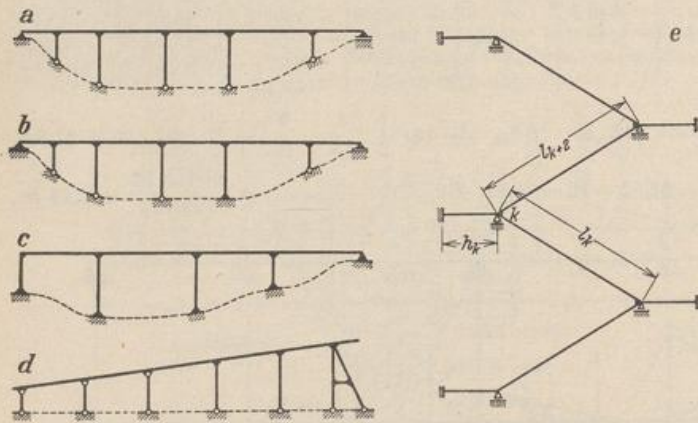


Abb. 396.

Trägers ist daher stets horizontal gestützt. Er wird je nach der Bestimmung des Tragwerks gerade und waagrecht, gerade und schräg oder als gebrochener Stabzug ausgeführt, dessen Knoten gestützt sind (Abb. 396e). Die Pfosten stehen in der Regel senkrecht. Die Fußpunkte werden frei drehbar oder starr eingespannt angenommen.

Der Stockwerkrahmen kann als mehrfacher durchgehender Rahmen angesehen werden. Die beiden einem mittleren Riegel zugeordneten Stützenreihen sind in den benachbarten Riegeln elastisch eingespannt. Um die Untersuchung in einer für die Beurteilung der Festigkeit zulässigen Form zu vereinfachen, werden die statischen oder geometrischen Randbedingungen am Anschluß der Pfosten mit den benachbarten Riegeln vorgeschrieben, indem die Knotendrehwinkel oder die Anschlußmomente Null gesetzt werden. Die Pfosten gelten dann als starr eingespannt oder frei drehbar gestützt. Außerdem kann eine elastische Einspannung beliebiger Größe geschätzt werden. Die waagrechte Verschiebung der Riegel ist bei senkrechter Belastung klein und wird daher vernachlässigt.

Ansatz. Zur Berechnung der Stütz- und Schnittkräfte des Tragwerks werden die Anschlußmomente der Riegel als statisch überzählige Größen verwendet und aus den geometrischen Bedingungen für die Kontinuität der Formänderung eines statisch bestimmten oder statisch unbestimmten Hauptsystems bestimmt. Die Gleichungen enthalten je drei statisch überzählige Größen X_k . Auf diese Weise