



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

48. Der durchlaufende Träger mit elastisch drehbaren Stützen

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

4. Festpunkte. Zeichnerisch nach Abb. 395.

5. Belastung. $p = 6 \text{ t/m}$ auf Feld l_3 u. l_5 .
Belastungszahlen für $J = \text{const.}$ Tab. 35.

$$6\delta_{10} = 0, \quad 6\delta_{20} = \frac{1}{4} \cdot 6 \cdot 1000 = 1500 = 6\delta_{30}, \quad 6\delta_{40} = \frac{1}{4} \cdot 6 \cdot 64 \cdot 16 = 1536 = 6\delta_{50}.$$

$$\text{Gl. (676)} \quad T_k = 6\delta_{k0}/N_k, \quad T_1=0, \quad T_2=1500/52,4=28,6, \quad T_3=42,1, \quad T_4=31,9, \quad T_5=25,0 \text{ mt.}$$

Die Abschnitte T_k werden von den Punkten E_k im Momentenmaßstab aufgetragen (positiv nach oben, negativ nach unten). Die Geradenzüge ζ_{0n} und ζ_{n0} bestimmen die Punkte des Geradenzugs ξ_k auf den Festpunktsenkrechten und damit die Stützenmomente.

Hertwig, A.: Die Berechnung des Trägers auf mehreren Stützen mit gleichem und veränderlichem Querschnitt, mit frei drehbaren oder eingespannten Stützen. Arm. Beton 1913 S. 219. — Derselbe: Die Berechnung der Rahmengebilde. Eisenbau 1921 S. 122. — Müller-Breslau, H.: Die graphische Statik der Baukonstruktionen Bd. 2 5. Aufl. Stuttgart 1922. — Mörsch, E.: Der durchlaufende Träger. Stuttgart 1928. — Kleinlogel, A., u. G. Sigmann: Der durchlaufende Träger. Berlin 1929. — Domke, O.: Die Theorie des Eisenbetons. Handb. Eisenbetonbau Bd. 1 4. Aufl. Berlin 1930.

48. Der durchlaufende Träger mit elastisch drehbaren Stützen.

Die einfache und zuverlässige Ausführung starrer Stabknoten im Eisenbetonbau erklärt die Bedeutung des durchlaufenden Trägers mit elastisch drehbaren Stützen im Bauwesen. Er unterscheidet sich von dem durchgehenden Rahmen (Abb. 396b) durch die unverschiebliche Lage der Stabknoten. Der Riegel des durchgehenden

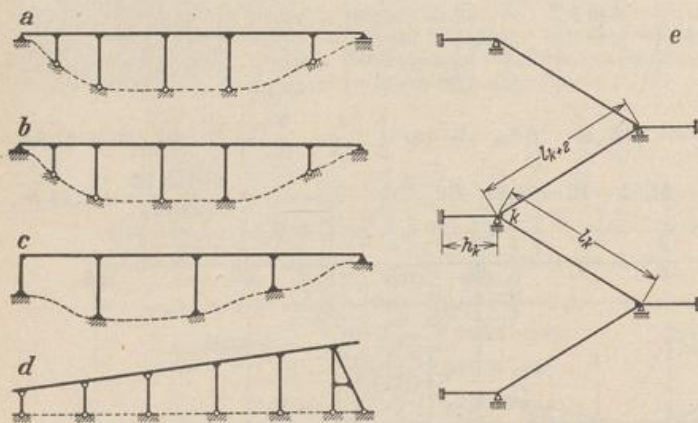


Abb. 396.

Trägers ist daher stets horizontal gestützt. Er wird je nach der Bestimmung des Tragwerks gerade und waagrecht, gerade und schräg oder als gebrochener Stabzug ausgeführt, dessen Knoten gestützt sind (Abb. 396e). Die Pfosten stehen in der Regel senkrecht. Die Fußpunkte werden frei drehbar oder starr eingespannt angenommen.

Der Stockwerkrahmen kann als mehrfacher durchgehender Rahmen angesehen werden. Die beiden einem mittleren Riegel zugeordneten Stützenreihen sind in den benachbarten Riegeln elastisch eingespannt. Um die Untersuchung in einer für die Beurteilung der Festigkeit zulässigen Form zu vereinfachen, werden die statischen oder geometrischen Randbedingungen am Anschluß der Pfosten mit den benachbarten Riegeln vorgeschrieben, indem die Knotendrehwinkel oder die Anschlußmomente Null gesetzt werden. Die Pfosten gelten dann als starr eingespannt oder frei drehbar gestützt. Außerdem kann eine elastische Einspannung beliebiger Größe geschätzt werden. Die waagrechte Verschiebung der Riegel ist bei senkrechter Belastung klein und wird daher vernachlässigt.

Ansatz. Zur Berechnung der Stütz- und Schnittkräfte des Tragwerks werden die Anschlußmomente der Riegel als statisch überzählige Größen verwendet und aus den geometrischen Bedingungen für die Kontinuität der Formänderung eines statisch bestimmten oder statisch unbestimmten Hauptsystems bestimmt. Die Gleichungen enthalten je drei statisch überzählige Größen X_k . Auf diese Weise

entsteht ein Ansatz nach (701). Die Nebenglieder einer Zeile der Matrix haben stets verschiedenes Vorzeichen.

Die Anschlußmomente der Riegel links und rechts der Stütze k werden durch die Fußzeichen k und $(k + 1)$, die benachbarten Felder durch l_k und l_{k+2} unterschieden. X_1 und X_n sind je nach der Abstützung der Trägerenden Riegelmomente rechts oder links von den Endstützen (Abb. 397b, c).

$$\left. \begin{aligned} X_1 \delta_{11} &+ X_2 \delta_{12} &= \delta_{10} \\ \dots &\dots &\dots \\ X_{k-1} \delta_{k(k-1)} + X_k \delta_{kk} &+ X_{k+1} \delta_{k(k+1)} &= \delta_{k0} \\ X_k \delta_{(k+1)k} &+ X_{k+1} \delta_{(k+1)(k+1)} + X_{k+2} \delta_{(k+1)(k+2)} &= \delta_{(k+1)0} \\ \dots &\dots &\dots \\ X_{n-1} \delta_{n(n-1)} + X_n \delta_{nn} &&= \delta_{n0} \end{aligned} \right\} \quad (701)$$

Die Hauptglieder der Matrix werden nach

$$\delta_{kk} = \delta_{kk,1} + \delta_{kk,2}; \quad \delta_{(k+1)(k+1)} = \delta_{(k+1)(k+1),1} + \delta_{(k+1)(k+1),2}$$

zerlegt. Die Anteile $\delta_{kk,1}$ und $\delta_{(k+1)(k+1),1}$ bezeichnen die Verdrehung der Endquerschnitte $k, (k + 1)$ der Riegelstäbe l_k, l_{k+2} , die Beiträge $\delta_{kk,2}, \delta_{(k+1)(k+1),2}$ die

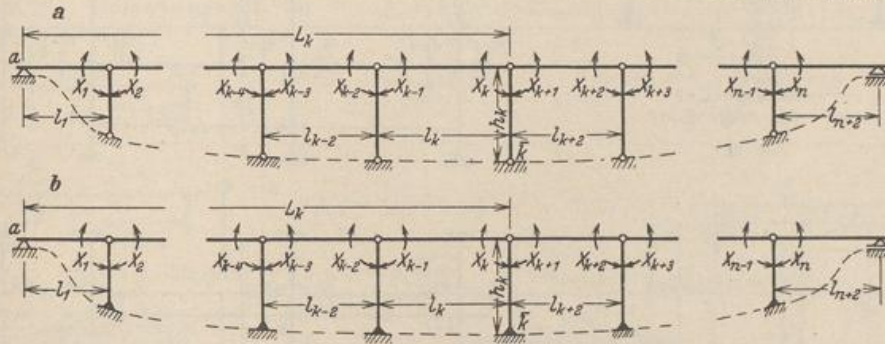


Abb. 397.

Drehwinkel der Pfostentangente am Anschluß der Riegel l_k, l_{k+2} infolge von $-X_k = 1$ und $-X_{k+1} = 1$. Daher ist auch

$$1_k \delta_{kk,2} = 1_{k+1} \delta_{(k+1)(k+1),2} = -1_k \delta_{k(k+1)} = -1_{k+1} \delta_{(k+1)k}.$$

Die zweiten Anteile der Hauptglieder gelten je nach Ausbildung und Lagerung des Pfostens für die statisch bestimmte oder statisch unbestimmte Anordnung (Abb. 397a, b).

Die Vorzahlen. Die Beiträge $\delta_{kk,1}, \delta_{(k+1)(k+1),1}, \delta_{k(k-1)}, \delta_{(k+1)(k+2)}$ werden durch die elastischen Eigenschaften der Riegelstäbe bestimmt. Die Veränderlichkeit des Trägheitsmomentes kann nach einer der Annahmen auf S. 394 approximiert, in zahlreichen Fällen aber auch vernachlässigt werden. Nach S. 393 ist (Abb. 398)

$$\left. \begin{aligned} 6 \delta_{kk,1} &= 2 \mu_k l'_k, & 6 \delta_{(k+1)(k+1),1} &= 2 \mu_{k+2} l'_{k+2}, \\ 6 \delta_{k(k-1)} &= \lambda_k l'_k, & 6 \delta_{(k+1)(k+2)} &= \lambda_{k+2} l'_{k+2}. \end{aligned} \right\} \quad (702)$$

Bei unveränderlichem Trägheitsmoment J_k, J_{k+2} im Bereiche von l_k, l_{k+2} ist $\mu_k = \lambda_k = 1$ und $\mu_{k+2} = \lambda_{k+2} = 1$. Die Vorzahlen $\delta_{kk,2} = \delta_{(k+1)(k+1),2} = -\delta_{k(k+1)}$ werden durch die Anordnung der Pfosten und durch die Art ihrer Stützung bestimmt.

1. Einteilige Stützen mit frei drehbarer Auflagerung (Abb. 398a).
 Ausbildung a) Die Stützen besitzen im Bereiche \bar{h}_k konstantes Trägheitsmoment. Im Bereich des Abschnittes $h_k - \bar{h}_k = f_k$ wird das Trägheitsmoment unendlich groß angenommen (Abb. 399).

$$6 \delta_{k,k,2} = 6 \delta_{(k+1)(k+1),2} = -6 \delta_{k(k+1)} = 2 \frac{\bar{h}_k^3}{h_k^3} h'_k. \quad (703)$$

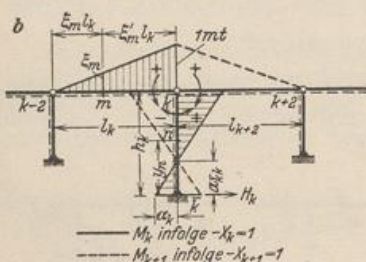
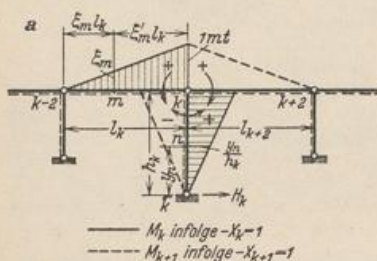


Abb. 398.

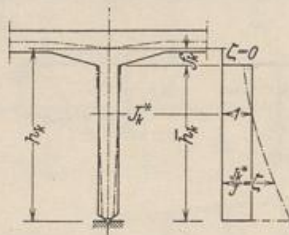


Abb. 399.

Ausbildung b) Das Trägheitsmoment ist im Bereich der theoretischen Stützenlänge h_k konstant.

$$6 \delta_{k,k,2} = 6 \delta_{(k+1)(k+1),2} = -6 \delta_{k(k+1)} = 2 h'_k. \quad (704)$$

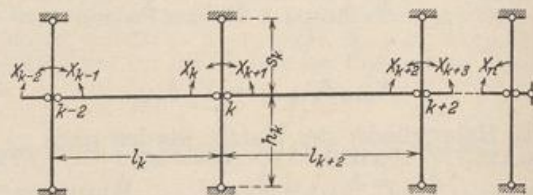


Abb. 400.

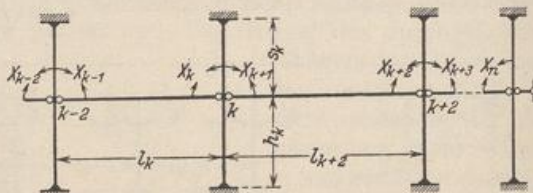


Abb. 401.

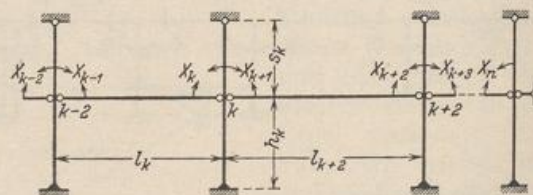


Abb. 402.

Bei linear veränderlicher Stärke der Stütze wird der einer Stütze mit gleichbleibender Stärke ($J = \text{const}$) äquivalente mittlere Querschnitt J_k^* nach S. 99 bestimmt (Abb. 399).

2. Einteilige Stützen mit starrer Einspannung der Enden (Abb. 398b).

Ausbildung a)

$$a_{kk} = \frac{\bar{h}_k}{3} \frac{h_k + 2f_k}{h_k + f_k},$$

$$6 \delta_{k,k,2} = 6 \delta_{(k+1)(k+1),2} = -6 \delta_{k(k+1)} = \frac{3 \bar{h}_k^3}{2 h_k [h_k^2 + h_k f_k + f_k^2]} h'_k. \quad (705)$$

Ausbildung b)

$$a_{kk} = h_k/3.$$

$$6 \delta_{k,k,2} = 6 \delta_{(k+1)(k+1),2} = -6 \delta_{k(k+1)} = \frac{3}{2} h'_k. \quad (706)$$

3. Zweiteilige Anordnung der Stützen $s_k + h_k$. Die Trägheitsmomente $J_{k,2}$, $J_{k,1}$ werden im Bereich der theoretischen Längen s_k , h_k konstant angenommen.

a) Die Enden der beiden Stützen sind frei drehbar gelagert (Abb. 400).

$$6 \delta_{k,k,2} = 6 \delta_{(k+1)(k+1),2} = -6 \delta_{k(k+1)} = \frac{2 s'_k h'_k}{s'_k + h'_k}. \quad (707)$$

b) Die Enden der beiden Stützen sind starr eingespannt (Abb. 401).

$$6 \delta_{kk,2} = 6 \delta_{(k+1)(k+1),2} = -6 \delta_{k(k+1)} = \frac{3 s'_k h'_k}{2 (s'_k + h'_k)}. \quad (708)$$

c) Die Enden der beiden Stützen sind elastisch eingespannt. Der Abstand $a_{\bar{k}k}$ der Momentennullpunkte von den Enden der Stützen wird mit $h/4$ geschätzt.

$$6 \delta_{kk,2} = 6 \delta_{(k+1)(k+1),2} = -6 \delta_{k(k+1)} = \frac{5 s'_k h'_k}{3 (s'_k + h'_k)}. \quad (709)$$

d) Die obere Stütze s_k ist frei drehbar angeschlossen, die untere Stütze h_k starr eingespannt (Abb. 402).

$$6 \delta_{kk,2} = 6 \delta_{(k+1)(k+1),2} = -6 \delta_{k(k+1)} = \frac{6 s'_k h'_k}{4 s'_k + 3 h'_k}. \quad (710)$$

Belastungszahlen. Die Belastungszahlen $\delta_{k \otimes}, \delta_{(k+1) \otimes}$ werden als virtuelle Arbeiten aus der Verdrehung der Querschnitte $k, k+1$ des Hauptsystems gebildet, welche bei der Belastung der Stäbe l_k, l_{k+2}, h_k oder durch Temperaturänderung und Stützenverschiebung entsteht. Die Riegel des Hauptsystems l_k, l_{k+2} sind einfache Balkenträger, deren Endverdrehung bei konstantem Trägheitsmoment für alle in Betracht kommenden Belastungen in Tabelle 17 angegeben sind oder sich nach Tabelle 12 entwickeln lassen. Sie werden ebenso wie die Vorzeichen der statisch überzähligen Schnittkräfte im 6fachen Betrage eingesetzt und für die häufigen Belastungsfälle nochmals angeschrieben.

Tabelle 36¹. Belastungsglieder für $J_k = \text{const}$ und Lastangriff am Riegel l_k, l_{k+2} .

	$6 \delta_{k0} = l_k l'_k \sum_k P \omega_D,$	$6 \delta_{(k+1)0} = l_{k+2} l'_{k+2} \sum_{k+2} P \omega'_D$
	$6 \delta_{k0} = l'_k \sum M_k \omega_M,$	$6 \delta_{(k+1)0} = -l'_{k+2} \sum M_{k+2} \omega'_M$
Streckenbelastung: $6 \delta_{k0} = c_k p_k l_k^2 l'_k,$ $6 \delta_{(k+1)0} = c'_{k+2} p_{k+2} l_{k+2}^2 l'_{k+2}$		
	$c_k = c'_{k+2} = \frac{1}{4}$	
		$c_k = c'_{k+2} = \frac{2}{15}$
	$c_k = c'_{k+2} = \frac{5}{32}$	
		$c_k = c'_{k+2} = \frac{7}{60}$
	$c_k = \frac{1}{4} (1 - \zeta^2)^2,$	$c'_{k+2} = \frac{1}{4} (1 - \zeta'^2)^2$
	$c_k = \frac{1}{4} \zeta^2 (2 - \zeta^2),$	$c'_{k+2} = \frac{1}{4} \zeta'^2 (2 - \zeta'^2)$
	$c_k = \frac{1}{4} [\zeta_2^2 (2 - \zeta_2^2) - \zeta_1^2 (2 - \zeta_1^2)],$	
	$c'_{k+2} = \frac{1}{4} [\zeta_2'^2 (2 - \zeta_2'^2) - \zeta_1'^2 (2 - \zeta_1'^2)]$	

Bei Lastangriff am Pfosten h_k ist dessen Abstützung zu beachten.

¹ Funktionswerte ω auf S. 116ff.

Tabelle 37¹. Belastungsglieder $6\delta_{k0} = -6\delta_{(k+1)0}$ für $J = \text{const}$ und Lastangriff am Pfosten h_k .

Belastungsfall						
	$6\delta_{k0}$ (frei drehbare Lagerung)			$6\delta_{k0}$ (starre Einspannung)		
1	$-\frac{1}{4} p_k h_k^2 h_k'$			$-\frac{1}{8} p_k h_k^2 h_k'$		
2	$-\frac{7}{60} p_k h_k^2 h_k'$			$-\frac{1}{20} p_k h_k^2 h_k'$		
3	$-\frac{1}{60} p_k h_k^2 h_k' \beta^2 (10 - 3\beta^2)$			$-\frac{1}{40} p_k h_k^2 h_k' \beta^3 (5 - 3\beta)$		
4	$-P h_k h_k' \omega_D$			$-\frac{3}{2} P h_k h_k' \omega_\tau$		
5	$-P c h_k' \omega_M$			$-\frac{3}{2} P c h_k' \xi (2 - 3\xi)$		
6	$-P h_k h_k' [\omega_D(\xi_1) - \omega_D(\xi_2)]$			$-\frac{3}{2} P h_k h_k' [\omega_\tau(\xi_1) - \omega_\tau(\xi_2)]$		

Bei Belastung eines am Fuße \bar{k} eingespannten Pfostens mit $f_k \neq 0$ nach Abb. 399 ist

$$6\delta_{k0}^{(1)} = 6 \int M_k^{(1)} M_k^{(0)} \frac{J_c}{J} ds, \quad M_k^{(1)} \text{ nach Abb. 398b mit } a_{\bar{k}k} = \frac{\bar{h}_k h_k + 2f_k}{3 h_k + f_k}. \quad (711)$$

Die folgenden Belastungszahlen beschränken sich auf die Temperaturänderung t , Δt des Riegels und die ihr äquivalente Wirkung des Schwindens, auf die senkrechten Verschiebungen Δ_k der Stützenfüße \bar{k} und die waagerechte Verschiebung Δ_R des Riegels.

a) Frei drehbare Lagerung der Pfostenenden (beliebige Stützenform).
Temperaturänderung:

$$\left. \begin{aligned} 6\delta_{kt} &= +6EJ_c \frac{1}{h_k} \alpha_t t (l_1 + \dots + l_k) + 3EJ_c \frac{\alpha_t \Delta t}{d_k} l_k, \\ 6\delta_{(k+1)t} &= -6EJ_c \frac{1}{h_k} \alpha_t t (l_1 + \dots + l_k) + 3EJ_c \frac{\alpha_t \Delta t}{d_{k+1}} l_{k+1}, \end{aligned} \right\} \quad (712)$$

senkrechte Stützenverschiebung:

$$\left. \begin{aligned} 6\delta_{ks} &= +6EJ_c \frac{\Delta_{k-2} - \Delta_k}{l_k}, \\ 6\delta_{(k+1)s} &= -6EJ_c \frac{\Delta_k - \Delta_{k+2}}{l_{k+2}}; \end{aligned} \right\} \quad (713)$$

waagerechte Verschiebung des Riegels um eine vorgeschriebene Strecke Δ_R :

$$6\delta_{ks} = 6EJ_c \frac{\Delta_R}{h_k} = -6\delta_{(k+1)s}. \quad (714)$$

¹ Funktionswerte ω auf S. 116ff.

b) Starre Einspannung der Pfostenenden.

Temperaturänderung (näherungsweise für beliebige Stützenform):

$$\left. \begin{aligned} 6 \delta_{kt} &= 9 E J_c \frac{1}{h_k} \alpha_t t (l_1 + \dots + l_k) + 3 E J_c \frac{\alpha_t \Delta t}{d_k} l_k, \\ 6 \delta_{(k+1)t} &= -9 E J_c \frac{1}{h_k} \alpha_t t (l_1 + \dots + l_k) + 3 E J_c \frac{\alpha_t \Delta t}{d_{k+1}} l_{k+2}, \end{aligned} \right\} \quad (715)$$

senkrechte Stützenverschiebung (für beliebige Stützenform):

$$6 \delta_{ks} = +6 E J_c \frac{\Delta_{k-2} - \Delta_k}{l_k}, \quad 6 \delta_{(k+1)s} = -6 E J_c \frac{\Delta_k - \Delta_{k-2}}{l_{k+2}}, \quad (716)$$

waagerechte Verschiebung des Riegels, für $J = \text{const}$:

$$6 \delta_{ks} = 9 E J_c \frac{\Delta_R}{h_k} = -6 \delta_{(k+1)s}, \quad (717)$$

für $J = \infty$ im Bereich $f_k = h_k - \bar{h}_k$ der Stütze:

$$6 \delta_{ks} = 9 E J_c \Delta_R \frac{h_k + f_k}{h_k^2 + h_k f_k + f_k^2} = -6 \delta_{(k+1)s}. \quad (718)$$

Lösung. Die statisch überzähligen Größen X_k sind nach (701) die Wurzeln dreigliedriger linearer Gleichungen, die unter Einbeziehung der Belastungszahlen mit dem Gaußschen Algorithmus nach der Rechenvorschrift S. 232 aufgelöst werden. Die konjugierte Matrix entsteht auf dieselbe Weise oder nach S. 232 aus 2 Kettenbrüchen, die neben den Vorzahlen β'_{nn} , β'_{11} die Kennbeziehungen $\alpha_{(k-1)k}$, $\alpha_{k(k-1)}$ und damit alle übrigen Glieder β'_{kk} , β'_{ik} liefern.

Da die Verschiebungen $\delta_{k(k-1)}$ positiv, dagegen die Verschiebungen $\delta_{k(k+1)}$ negativ sind, werden die Kennbeziehungen $\alpha_{(k-1)k}$, $\alpha_{k(k-1)}$ zwischen den Endmomenten eines Trägers l_k ebenso wie beim durchgehenden Träger auf frei drehbaren Stützen stets positiv, dagegen die Kennbeziehungen $\alpha_{k(k+1)}$, $\alpha_{(k+1)k}$ der beiden Rieglmomente zu beiden Seiten der Stütze h_k negativ. Trotzdem gelten hier nach Abschn. 29 dieselben Vorschriften über die Verwendung der Kennbeziehungen zur Bildung der konjugierten Matrix und zur Berechnung der Stützenmomente wie beim durchgehenden Träger auf frei drehbaren Stützen.

Die konjugierte Matrix β'_{ik} ist den Elastizitätsgleichungen (701) mit den 6fachen Beträgen der Vorzahlen δ_{ik} zugeordnet, so daß

$$X_k = \sum \beta'_{kh} (6 \delta_{h\otimes}), \quad X_{k+1} = \sum \beta'_{(k+1)h} (6 \delta_{h\otimes}) \quad (719)$$

und damit auch alle übrigen Stütz- und Schnittkräfte des Tragwerks bestimmt sind.

a) Querschnitt m im Riegel l_k (Abb. 398).

$$M_m = M_{m0} - X_{k-1} \xi'_m - X_k \xi_m, \quad Q_m = Q_{m0} - \frac{X_k - X_{k-1}}{l_k}. \quad (720)$$

b) Querschnitt n im Pfosten h_k im Abstand y_n vom Stützenfuß \bar{k} an gerechnet (Abb. 398).

Frei drehbare Lagerung des Pfostens.

Starre Einspannung des Pfostens.

$$\left. \begin{aligned} M_n &= M_{n0} - \frac{X_{k+1} - X_k}{h_k} y_n, \\ Q_n &= Q_{n0} - \frac{X_{k+1} - X_k}{h_k}. \end{aligned} \right\} (721a)$$

$$\left. \begin{aligned} M_n &= M_{n0}^{(1)} - \frac{X_{k+1} - X_k}{2 h_k} (3 y_n - h_k), \\ Q_n &= Q_{n0}^{(1)} - \frac{3}{2} \frac{X_{k+1} - X_k}{h_k}. \end{aligned} \right\} (721b)$$

Längskraft und senkrechte Stützkraft des Pfostens h_k mit den Querkraften Q'_k , Q''_k des Riegels links und rechts vom Anschlußpunkt k :

$$C_k = -Q'_k + Q''_k = C_{k0} + \frac{X_k - X_{k-1}}{l_k} - \frac{X_{k+2} - X_{k+1}}{l_{k+2}}. \quad (722)$$

Waagerechte Stützkraft des Pfostens h_k :

frei drehbare Lagerung in \bar{k}

$$H_k = H_{k0} - \frac{X_{k+1} - X_k}{h_k}, \quad (723)$$

starre Einspannung in \bar{k}

$$H_k = H_{k0}^{(1)} - \frac{3}{2} \frac{X_{k+1} - X_k}{h_k}. \quad (724)$$

Die Stütz- und Schnittkräfte des Hauptsystems sind bei einteiligen Pfosten und frei drehbarer Lagerung des Fußes statisch bestimmt, bei starrer Einspannung und bei Verwendung von zweiteiligen Stützen statisch unbestimmt. Sie werden dann nach S. 397 berechnet oder aus vorhandenen Tabellen 30 u. 32 entnommen. In der Regel sind die Pfosten unbelastet, also H_{k0} , M_{n0} , Q_{n0} Null.

Der Ansatz (719) liefert nach (328) auch die Einflußlinien der statisch überzähligen Größen. Dabei sind $\delta_{h0} = \delta_{mh}$ bei senkrechter Belastung und waagerechtem Riegel die Ordinaten der senkrechten Biegelinien der Riegelstäbe l_h des Hauptsystems für $-X_h = 1$. Die Einflußlinien setzen sich daher ebenso wie beim durchgehenden Träger auf frei drehbaren Stützen aus zwei Biegelinien zusammen. Die analytischen Ausdrücke für die Gleichungen der Einflußlinien auf S. 418 gelten auch für den durchgehenden Träger mit elastisch drehbaren Stützen. Darnach wird nach (667) die Einflußlinie einer statisch überzähligen Größe X_k im Felde l_h aus der Einflußlinie X_h dieses Feldes, im Felde l_r aus der Einflußlinie X_{r-1} dieses Feldes entwickelt. Aus demselben Grunde stimmen auch die Regeln für die ungünstigsten Belastungen mit denjenigen überein, die auf S. 424 für den durchgehenden Träger auf frei drehbaren Stützen abgeleitet worden sind.

Zeichnerische Untersuchung. Die Punkte A_k , A_{k+1} der Achse A_1 , A_n der Lösung fallen in Übereinstimmung mit der relativen Lage der Stützenmomente X_k , X_{k+1} zusammen. Die Abschnitte Δ_k , Δ_{k+2} werden proportional zu den Riegel-längen l_k , l_{k+2} aufgetragen. Die Kennbeziehungen $\varkappa_{(k-1)k}$, $\varkappa_{k(k-1)}$ der analytischen Lösung des Ansatzes (701) bestimmen dann nach S. 255 die Strecken $a_{(k-1)k}$, $a_{k(k-1)}$ und damit die Festpunkte $F_{(k-1)k}$, $F_{k(k-1)}$, die Kennbeziehungen $\varkappa_{k(k+1)}$, $\varkappa_{(k+1)k}$ nach Abb. 225 die Übergangslinien $u_{k(k+1)}$, $u_{(k+1)k}$.

Die Anschlußmomente X_{k-1} , X_k des Riegelstabes l_k sind bei Belastung dieses Abschnitts allein aus zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten (447), zeichnerisch durch Abb. 228 bekannt. Die Kreuzlinienabschnitte $R_{(k-1)k}$, R_{kk} und die Ordinaten $V_{(k-1)k}$, V_{kk} werden ebenso wie beim durchgehenden Träger auf frei drehbaren Stützen berechnet (672). Die übrigen Stützenmomente ergeben sich nach S. 258 und Abb. 228 aus den Festpunkten und Übergangslinien.

Die zeichnerische Bestimmung der Festpunkte und Übergangslinien ohne die Verwendung algebraisch berechneter Kennbeziehungen ist in Abschn. 32, S. 257 abgeleitet worden. Sie stützt sich auf die Wirkungslinien elastischer Gewichte, deren Lage für beliebige elastische Eigenschaften der Stäbe mit der Aufzeichnung der Biegelinien der Stäbe l_k für $-X_k = 1$ bestimmt oder durch die folgenden Strecken eingerechnet wird.

$$\begin{aligned} c_{kk} &= \frac{\delta_{k(k-1)}}{\delta_{k(k-1)} + \delta_{kk,1}} l_k, & \bar{c}_{kk} &= \frac{\delta_{k(k-1)}}{\delta_{k(k-1)} + \delta_{kk}} l_k, \\ c_{(k+2)(k+1)} &= \frac{\delta_{(k+1)(k+2)}}{\delta_{(k+1)(k+1),1} + \delta_{(k+1)(k+2)}} l_{k+2}, & \bar{c}_{(k+2)(k+1)} &= \frac{\delta_{(k+1)(k+2)}}{\delta_{(k+1)(k+1)} + \delta_{(k+1)(k+2)}} l_{k+2}, \\ e_{k(k+1)} &= \frac{\delta_{(k+1)(k+2)} l_{k+2} - \delta_{k(k-1)} l_k}{\delta_{k(k-1)} + \delta_{kk,1} + \delta_{(k+1)(k+1),1} + \delta_{(k+1)(k+2)}}. \end{aligned}$$

Nach S. 431 kann mit der Approximation der elastischen Eigenschaften der Riegelstäbe nach Tabelle 29 und der Pfosten nach (703ff.) gerechnet und

$$\left. \begin{aligned} 6 \delta_{k(k-1)} &= \lambda_k l_k', & 6 \delta_{(k+1)(k+2)} &= \lambda_{k+2} l_{k+2}', \\ 6 \delta_{kk,1} &= 2 \mu_k l_k', & 6 \delta_{(k+1)(k+1),1} &= 2 \mu_{k+2} l_{k+2}' \end{aligned} \right\} \quad (725)$$

gesetzt werden. Der Beiwert λ ist nach S. 395 in zahlreichen Fällen 1. Dasselbe gilt auch von dem Beiwert μ , wenn das Trägheitsmoment J_k im Bereiche eines jeden Riegelabschnittes konstant angenommen wird. Um die Rechenvorschrift formal zu vereinfachen, wird $-6 \delta_{k(k+1)}$ stets durch $+2 \psi_k h'_k$ ausgedrückt und ψ_k entsprechend der Art der Pfostenstützung nach (703 ff.) eingesetzt.

$$\left. \begin{aligned} c_{kk} &= \frac{\lambda_k}{\lambda_k + 2\mu_k} l_k, & \bar{c}_{kk} &= \frac{\lambda_k}{\lambda_k + 2\mu_k + 2\psi_k h'_k/l'_k} l_k, & c_{(k+2)(k+1)} &= \frac{\lambda_{k+2}}{\lambda_{k+2} + 2\mu_{k+2}} l_{k+2}, \\ \bar{c}_{(k+2)(k+1)} &= \frac{\lambda_{k+2}}{\lambda_{k+2} + 2\mu_{k+2} + 2\psi_k h'_k/l'_{k+2}} l_{k+2}, & e_{k(k+1)} &= \frac{\lambda_{k+2} l'_{k+2} l_{k+2} - \lambda_k l'_k l_k}{l'_k (\lambda_k + 2\mu_k) + l'_{k+2} (\lambda_{k+2} + 2\mu_{k+2})}, \end{aligned} \right\} \quad (726)$$

für $J_k = \text{const}$ und $J_{k+2} = \text{const}$ ist

$$\left. \begin{aligned} c_{kk} &= \frac{l_k}{3}, & \bar{c}_{kk} &= \frac{l_k}{3 + 2\psi_k h'_k/l'_k}, & c_{(k+2)(k+1)} &= \frac{l_{k+2}}{3}, \\ \bar{c}_{(k+2)(k+1)} &= \frac{l_{k+2}}{3 + 2\psi_k h'_k/l'_{k+2}}, & e_{k(k+1)} &= \frac{l'_{k+2} l_{k+2} - l'_k l_k}{3(l'_k + l'_{k+2})}. \end{aligned} \right\} \quad (727)$$

Zur zeichnerischen Untersuchung eines allgemeinen Belastungsfalles werden außerdem noch die Punkte E'_k durch die Koordinaten $e_k = c_{kk}$ und

$$T_k = \frac{6 \delta_{k0}}{(\lambda_k + 2\mu_k) l'_k}; \quad \mu_k = \lambda_k = 1: \quad T_k = 2 \frac{\delta_{k0}}{l'_k} \quad (728)$$

eingerechnet (Abb. 232). Ungleichförmige Temperaturänderung und senkrechte Stützenverschiebungen ergeben

$$T_k = \frac{6 E J_e \left[\frac{\alpha_t \Delta t}{2d} l_k + \frac{1}{l'_k} (\Delta_k - \Delta_{k-2}) \right]}{(\lambda_k + 2\mu_k) l'_k} \quad (729)$$

Die Ergebnisse für e_1 , T_1 und e_n , T_n lassen sich jeweils ebenso wie auf S. 421 ableiten. Für die Lösung nach Abb. 233 werden nach S. 263 die Punkte $E_{k(k+1)}$ mit den Koordinaten $e_{k(k+1)}$, $T_{k(k+1)}$ und die Strecken S_k bestimmt.

Die Verwendung der Ordinaten $V_{k(k-1)}$, V_{kk} zur zeichnerischen Bestimmung der Riegelmomente X_{k-1} , X_k und der übrigen Stützenmomente ist in Abschn. 32 begründet und in Abb. 228 gezeigt worden. Der allgemeine Belastungsfall wird nach den Bemerkungen auf S. 262 und nach Abb. 232 untersucht.

Die Biegemomente und Querkräfte der Riegelstäbe werden nach (720) ebenso wie beim durchlaufenden Träger mit frei drehbaren Stützen aufgetragen, die Schnittkräfte der Pfosten nach (721) mit den Ergebnissen für Kopf und Fuß entwickelt. Dabei sind bei statisch unbestimmter Anordnung zunächst die Momente und Querkräfte im Hauptsystem zu berechnen.

Die Einflußlinien der Stützenmomente und der Schnittkräfte in Riegel und Pfosten lassen sich nach denselben Regeln entwickeln, die auf S. 422 für den durchlaufenden Träger auf frei drehbaren Stützen abgeleitet worden sind.

Vereinfachung der Annahmen über die elastischen Eigenschaften.

Die statisch unbestimmten Schnittkräfte sind nach (702) durch die elastisch wirksamen Längen l'_k , $\mu_k l'_k$, $\lambda_k l'_k$ der Riegel und durch die Art und Abstützung der Pfosten bestimmt, die in den Ansatz nach (703 ff.) mit $2 \psi_k h'_k$ eingehen. Werden diese mit dem Felde l_k und dem Pfosten h_k veränderlichen Strecken konstant angenommen, so entstehen einfache Näherungslösungen mit den folgenden Bedingungengleichungen:

$$\lambda_k X_{k-1} + 2\mu_k \left(1 + \frac{\psi_k h'_k}{\mu_k l'_k} \right) X_k - 2 \frac{\psi_k h'_k}{l'_k} X_{k+1} = \lambda X_{k-1} + a X_k - b X_{k+1} = \frac{6 \delta_{k0}}{l'}$$

$$\text{Sonderfall } \lambda = \mu = 1: \quad X_{k-1} + (2 + b) X_k - b X_{k+1} = 6 \delta_{k0}/l'$$

Bei unendlich vielen Stützen sind die Kennbeziehungen $\varkappa_{(k-1)k}$, $\varkappa_{k(k-1)}$ zwischen den Anschlußmomenten eines Riegels und die Kennbeziehungen $\varkappa_{k(k+1)}$, $\varkappa_{(k+1)k}$

zwischen den Anschlußmomenten der Riegel zu beiden Seiten einer Stütze konstant, und zwar

$$\varkappa_{(k-1)k} = \varkappa_{k(k-1)} = \varkappa \quad \text{und} \quad \varkappa_{k(k+1)} = \varkappa_{(k+1)k} = -\varepsilon.$$

Mit

$$\frac{(a+b)(a-b) + \lambda^2}{2a\lambda} = \varrho \quad \text{ist} \quad \varkappa = \varrho - \sqrt{\varrho^2 - 1} = -\frac{X_{k-1}}{X_k}, \quad \varepsilon = \frac{b}{a - \varkappa\lambda} = \frac{X_k}{X_{k+1}}. \quad (730)$$

Sonderfall $\lambda = \mu = 1$:

$$\varrho = \frac{5 + 4b}{2(2 + b)}.$$

Da die Hauptglieder β_{kk} der konjugierten Matrix für \varkappa und ε konstant sind, genügt es, die Nebenglieder einer Zeile der Matrix anzuschreiben.

$$\beta_{(k-2)k} = -\frac{\varkappa^2 \varepsilon}{l' \lambda (1 - \varkappa^2)}, \quad \beta_{(k-1)k} = -\frac{\varkappa^2}{l' \lambda (1 - \varkappa^2)}, \quad \beta_{kk} = \frac{\varkappa}{l' \lambda (1 - \varkappa^2)},$$

$$\beta_{(k+1)k} = \frac{\varkappa \varepsilon}{l' \lambda (1 - \varkappa^2)}, \quad \beta_{(k+2)k} = -\frac{\varkappa^2 \varepsilon}{l' \lambda (1 - \varkappa^2)}.$$

Bei einer begrenzten Anzahl von Stützen haben die Endfelder die gleichen elastischen Eigenschaften wie die Zwischenfelder, wenn

für Endfelder nach Abb. 397a, b für Endfelder nach Abb. 397c

$$l'_1 = \frac{2\mu - \varkappa\lambda}{2\mu_1} l'; \quad (731a) \quad l'_2 = l' \quad \text{und} \quad (731b)$$

$$2\psi_0 h'_0 = 2\psi h'(1 - \varepsilon).$$

Bei symmetrischer Belastung (1) und antimetrischer Belastung (2) des Riegels l_k ist

$$1) X_{k-1} = X_k = 6 \frac{\delta_{(k-1)0}}{l'} \frac{\varkappa}{\lambda(1 + \varkappa)}, \quad 2) X_{(k-1)} = -X_k = 6 \frac{\delta_{(k-1)0}}{l'} \frac{\varkappa}{\lambda(1 - \varkappa)}; \quad (732)$$

für Belastung eines Endfeldes nach Abb. 397a, b

$$X_1 = \frac{6\delta_{10}}{l'} \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon^2}, \quad X_n = \frac{6\delta_{n0}}{l'} \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon^2}. \quad (733)$$

Die übrigen Anschlußmomente sind analytisch durch die Kennbeziehungen, zeichnerisch durch die Festpunkte und Übergangslinien bestimmt. Die Schnittkräfte aus einer allgemeinen Belastung des Trägers werden durch Superposition der Teilergebnisse aus feldweiser Belastung erhalten. Die Gleichungen der Einflußlinien von X_{k-1} und X_k im Felde l_k sind

$$X_{k-1} = l_k \frac{\varkappa}{\lambda(1 - \varkappa^2)} (\bar{\omega}'_D - \varkappa \bar{\omega}_D), \quad X_k = l_k \frac{\varkappa}{\lambda(1 - \varkappa^2)} (\bar{\omega}_D - \varkappa \bar{\omega}'_D). \quad (734)$$

Sie werden nach S. 436 zur Aufzeichnung der Einflußlinien der übrigen Stützenmomente verwendet und bilden damit nach S. 435 auch die Grundlage für die Einflußlinien der übrigen Schnittkräfte.

Untersuchung der Pilzdecke (Abb. 406) mit vereinfachten Annahmen für die elastischen Eigenschaften.

1. Geometrische Grundlagen nach S. 441 u. 442.

$$l' = 5,4 \text{ m}, \quad \mu = 0,7, \quad \lambda = 0,93, \quad 2\psi h' = 2,58,$$

$$a = 2 \cdot 0,7 \left(1 + \frac{2,58}{2 \cdot 0,7 \cdot 5,4} \right) = 1,88, \quad b = \frac{2,58}{5,4} = 0,48, \quad \varrho = 1,192,$$

$$\varkappa = 1,192 - \sqrt{1,192^2 - 1} = 0,544, \quad \varepsilon = \frac{0,48}{1,88 - 0,544 \cdot 0,93} = 0,348$$

$$2\psi_0 h'_0 = 2,58 (1 - 0,348) = 1,68.$$

2. Bemessung der Endstützen nach (731b).

$$h = s = 4,2 \text{ m}, \quad J_0 = 21,33, \quad J_n = 76,26, \quad J_c = 36 \text{ dm}^4;$$

nach (709) ist

$$2\psi_0 h'_0 = \frac{5}{3} \frac{h'_0 s'_0}{h'_0 + s'_0} = \frac{5}{3} \frac{4,2 J_c}{J_{0s} + J_{0h}} = 1,68,$$

also

$$J_{0s} + J_{0h} = 4,16 J_c \quad \text{oder z. B.} \quad J_{0s} = 1,54 J_s, \quad J_{0h} = 1,54 J_h.$$

Für diese Abmessungen wird bei Belastung des Feldes l_2 mit $p = 1 \text{ t/m}$

$$\frac{6 \delta_{10}}{l'} = \frac{l_0^3}{4} = \frac{5,4^2}{4} = 7,29, \quad X_1 = X_2 = 7,19 \frac{0,544}{0,93 (1 + 0,544)} = 2,75 \text{ mt.}$$

3. Belastung $p = 1 \text{ t/m}$ auf allen Feldern. Superposition:

$$X_1 = 2,75 (1 - \varepsilon \kappa + \varepsilon^2 \kappa^2 - \varepsilon^3 \kappa^3) = 2,31 \text{ mt}, \quad X_2 = 2,75 (1 + \varepsilon - \varepsilon^2 \kappa + \varepsilon^3 \kappa^2) = 3,56 \text{ mt},$$

$$X_3 = 2,75 (1 + \varepsilon - \varepsilon \kappa + \varepsilon^2 \kappa^2) = 3,29 \text{ mt}, \quad X_4 = 2,75 (1 + \varepsilon - \varepsilon \kappa - 2^2 \kappa) = 3,09 \text{ mt}.$$

Untersuchung durchlaufender Träger mit Hilfe der Knotendrehwinkel.

Die Stabdrehwinkel ϑ_i des Tragwerks sind bei allen äußeren Ursachen Null oder vorgeschrieben (gleichförmige Temperaturänderung des Riegels $\vartheta_{i0} = \vartheta_{it}$, Stützenverschiebungen $\vartheta_{i0} = \vartheta_{is}$). Die n Knotendrehwinkel φ_J ($J = A \dots N$) eines durchgehenden Trägers mit n Zwischenstützen werden daher nach Abschn. 39 bei beliebiger Abstützung der Pfosten aus n statischen Bedingungsgleichungen $\delta A_J = 0$ berechnet.

$$\delta A_J = \varphi_{J-1} a_{J(J-1)} + \varphi_J a_{JJ} + \varphi_{J+1} a_{J(J+1)} + a_{J0} = 0. \quad (735)$$

Das Trägheitsmoment aller Träger l_i und Pfosten h_i, s_i gilt im Bereich der geometrischen Stablänge als konstant.

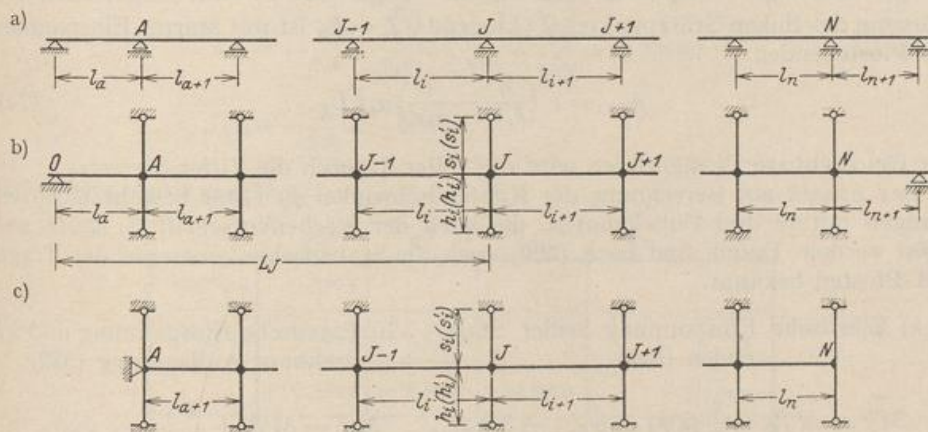


Abb. 403.

Vorzahlen der Knotendrehwinkel. 1. Durchlaufender Träger mit frei drehbaren Stützen (Abb. 403a)

$$a_{J(J-1)} = -\frac{2}{l'_i}, \quad a_{JJ} = -\frac{4}{l'_i} - \frac{4}{l'_{i+1}}, \quad a_{J(J+1)} = -\frac{2}{l'_{i+1}}, \quad (736)$$

freie Auflagerung der Endstützen

$$a_{AA} = -\frac{3}{l'_a} - \frac{4}{l'_{a+1}}, \quad a_{NN} = -\frac{4}{l'_n} - \frac{3}{l'_{n+1}}, \quad (737a)$$

starre Einspannung der Endstützen

$$a_{AA} = -\frac{4}{l'_a} - \frac{4}{l'_{a+1}}, \quad a_{NN} = -\frac{4}{l'_a} - \frac{4}{l'_{a+1}}. \quad (737b)$$

2. Durchlaufender Träger mit elastisch drehbaren Stützen (Abb. 403b)

$$a_{J(J-1)} = -\frac{2}{l'_i}, \quad a_{JJ} = -\frac{4}{l'_i} - \frac{4}{l'_{i+1}} - \frac{\lambda_h}{h'_i} - \frac{\lambda_s}{s'_i}, \quad a_{J(J+1)} = -\frac{2}{l'_{i+1}}. \quad (738)$$

Die Beiwerte λ_h, λ_s erhalten bei starrer Einspannung der Pfosten h_i, s_i den Betrag 4, bei frei drehbarer Auflagerung der Pfosten den Betrag 3, bei elastischer Einspannung mit dem Momentennullpunkt in dem Viertelpunkt den Betrag 3,6. Bei frei drehbarer Auflagerung der Randträger l_a, l_{n+1} ist

$$a_{AA} = -\frac{3}{l'_a} - \frac{4}{l'_{a+1}} - \frac{\lambda_h}{h'_a} - \frac{\lambda_s}{s'_a}, \quad a_{NN} = -\frac{4}{l'_a} - \frac{3}{l'_{n+1}} - \frac{\lambda_h}{h'_n} - \frac{\lambda_s}{s'_n}. \quad (739)$$

Abschluß des Tragwerks nach Abb. 403c: $1/l'_a = 1/l'_{n+1} = 0$. Anordnung des Tragwerks nach Abb. 397: $1/s' = 0$.

Belastungszahlen des Ansatzes. Die Belastungszahlen a_{J0} werden für die an den Trägern l_i und an den Pfosten h_i, s_i angreifenden äußeren Kräfte nach (536) gebildet. Man bedient sich bei Stäben mit zwei eingespannten Enden der Tabelle 25, bei Stäben mit einem eingespannten Ende der Tabelle 26. Gemessene oder geschätzte senkrechte Verschiebungen der Stützpunkte ergeben

$$a_{J0} = +\frac{6}{l_i l'_i} (\Delta_J - \Delta_{J-1}) + \frac{6}{l_{i+1} l'_{i+1}} (\Delta_{J+1} - \Delta_J). \quad (740)$$

Bei gleichförmiger Temperaturänderung des Trägers um t^0 und waagerechter Abstützung des linken Stützpunktes O (Abstand $\overline{OJ} = L_J$ ist mit starrer Einspannung der Pfostenenden

$$a_{J0} = +\left(\frac{6}{h_i h'_i} - \frac{6}{s_i s'_i}\right) \alpha_t t L_J. \quad (741)$$

Für frei drehbare Pfostenenden wird die Ziffer 6 durch die Ziffer 3 ersetzt.

Der Ansatz zur Berechnung der Knotendrehwinkel φ_J (735) besteht aus Gleichungen mit je drei Unbekannten, die nach der Rechenvorschrift S. 230 ff. aufgelöst werden. Damit sind nach (529) auch die Stabanschlußmomente der Träger und Pfosten bekannt.

- a) Elastische Einspannung beider Stabenden (530) b) Elastische Einspannung und frei drehbare Auflagerung (532)

$$M_J^{(i)} = M_{J0}^{(i)} + \frac{2}{l'_i} (2\varphi_J + \varphi_{J-1} - 3\vartheta_{i0}). \quad M_J^{(i)} = M_{J0}^{(i)} + \frac{3}{l'_i} (\varphi_J - \vartheta_{i0}).$$

Die Aufzeichnung der Einflußlinien der Knotendrehwinkel φ_J und der Stabanschlußmomente $M_J^{(i)}$ ist in Abschn. 40 abgeleitet und für den durchlaufenden Träger auf elastisch drehbaren Stützen dargelegt worden.

Die Verwendung der Knotendrehwinkel liefert die Schnittkräfte im Gegensatz zur Lösung auf S. 435 in zwei Stufen. Sie ist übersichtlich und vor allem bei mehrteiliger Ausbildung der Zwischenstützen (Abb. 396d) von Bedeutung. Die Rechnung ist an einem Beispiel auf S. 328 ff. gezeigt worden.

Auch diese Untersuchung kann durch geometrische Auslegung der Kennbeziehungen zwischen je zwei Stabanschlußmomenten am Stabknoten und an einem

Systemstabe graphisch behandelt werden. Das ist in Abschn. 44 geschehen und dort auch durch Beispiele belegt worden, so daß sich besondere Angaben erübrigen, zumal die Lösung im Vergleich zu den ausführlichen Rechenvorschriften dieses Abschnitts weder sachliche noch formale Vorteile bietet.

Berechnung einer Pilzdecke.

Die Decke des zweiten Geschosses wird unter der Annahme berechnet, daß eine waagerechte Verschiebung der Riegel ausgeschlossen ist.

$$l_k = 5,4 \text{ m}, \quad J_k = J_e = 36,0 \text{ dm}^4,$$

$$l'_k = 5,4, \quad s' = 7,09, \quad h' = 1,983 \text{ m}.$$

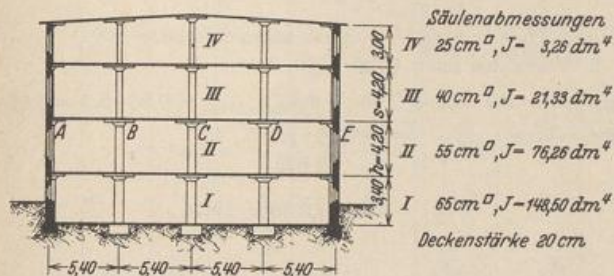


Abb. 404.

A. Berechnung für feldweise konstantes Trägheitsmoment mit Hilfe der Knotendrehwinkel (S. 439). Elastische Einspannung der Pfostenenden ($\alpha_{kk} = h_k/4$).

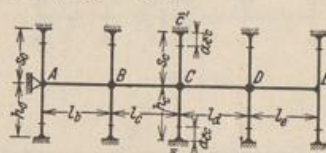


Abb. 405.

1. Vorzahlen nach Gl. (738)

$$a_{AA} = a_{EE} = -\frac{4}{5,4} - \frac{3,6}{1,983} - \frac{3,6}{7,09} = -3,0639,$$

$$a_{JJ} = -\frac{4}{5,4} - \frac{4}{5,4} - \frac{3,6}{1,983} - \frac{3,6}{7,09} = -3,8047,$$

$$a_{J(J+1)} = -\frac{2}{5,4} = -0,3704.$$

Die Stabdrehwinkel sind Null.

φ_A	φ_B	φ_C	φ_D	φ_E	
-3,0639	-0,3704				a_{A0}
-0,3704	-3,8047	-0,3704			a_{B0}
	-0,3704	-3,8047	-0,3704		a_{C0}
		-0,3704	-3,8047	-0,3704	a_{D0}
			-0,3704	-3,0639	a_{E0}

2. Belastung $p = 1 \text{ t/m}$ auf allen Feldern. Tab. 25.

$$M_{J0}^{(k)} = -M_{k0}^{(k)} = -\frac{1 \cdot 5,4^2}{12} = -2,43, \quad a_{A0} = -a_{E0} = +2,43, \quad a_{J0} = 0.$$

Infolge Symmetrie ist $\varphi_C = 0$. Daher folgt aus den ersten beiden Gleichungen

$$\varphi_A = 0,80254, \quad \varphi_B = -0,07812.$$

Nach Gl. (530) wird

$$M_A^{(b)} = -2,43 + 0,3704 (2 \cdot 0,80254 - 0,07812) = -1,864 \text{ mt,}$$

$$M_B^{(b)} = 2,43 + 0,3704 (-2 \cdot 0,07812 + 0,80254) = +2,669 \text{ mt,}$$

$$M_B^{(c)} = -2,43 + 0,3704 (-2 \cdot 0,07812 + 0) = -2,488 \text{ mt,}$$

$$M_C^{(c)} = 2,43 + 0,3704 (0 - 0,07812) = +2,401 \text{ mt.}$$

Die Anschlußmomente der Pfosten verhalten sich wie deren Trägheitsmomente.

B. Berechnung unter Berücksichtigung starrer Stützenköpfe beim Riegel. Elastische Einspannung der Pfostenenden ($\alpha_{\bar{k}k} = h_k/4$).

1. Approximation des Trägheitsmomentes der Riegel. Tab. 29 (für alle Felder gleich).

$$v = 0,6 \text{ m, } \nu = \frac{1}{9}, \quad \mu = \left(1 - \frac{2}{9}\right) \left(1 - \frac{1}{9} \frac{8}{9}\right) = 0,7, \quad \lambda = 0,93.$$

Für die Pfosten wird $J = \text{const}$ angenommen.

2. Vorzahlen nach (702).

$$6 \delta_{kk,1} = 2 \cdot 0,7 \cdot 5,4 = 7,56, \quad 6 \delta_{(k+1)(k+2)} = 0,93 \cdot 5,4 = 5,02,$$

$$6 \delta_{kk,2} = \frac{5}{3} \frac{7,09 \cdot 1,983}{9,073} = 2,58,$$

$$6 \delta_{kk} = 7,56 + 2,58 = 10,14.$$

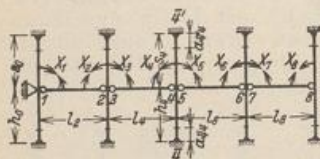


Abb. 406.

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	
10,14	5,02							δ_{10}
5,02	10,14	-2,58						δ_{20}
	-2,58	10,14	5,02					δ_{30}
		5,02	10,14	-2,58				δ_{40}
			-2,58	10,14	5,02			δ_{50}
				5,02	10,14	-2,58		δ_{60}
					-2,58	10,14	5,02	δ_{70}
						5,02	10,14	δ_{80}

3. Belastung $p = 1 \text{ t/m}$ auf allen Feldern. Tab. 36. $6 \delta_{k0} = \frac{5,4^3}{4} = 39,366$. Infolge Symmetrie ergibt sich aus den ersten 4 Gleichungen

$$X_1 = 2,038, \quad X_2 = 3,726, \quad X_3 = 3,355, \quad X_4 = 2,980 \text{ mt.}$$

C. Zeichnerische Lösung mit Berücksichtigung der starren Stützenköpfe beim Riegel. Elastische Einspannung der Pfostenenden ($\alpha_{\bar{k}k} = h_k/4$).

$$\text{Gl. (726) } c_{kk} = c_{(k+2)(k+1)} = \frac{0,93}{0,93 + 2 \cdot 0,7} \cdot 5,4 = 2,156 = e_k = e_{k+1},$$

$$2 \psi_k h_k' = 2,58, \quad \bar{c}_{kk} = \bar{c}_{(k+2)(k+1)} = \frac{0,93}{0,93 + 2 \cdot 0,7 + 2,58/5,4} \cdot 5,4 = 1,79,$$

$$c_{21} = c_{88} = e_1 = e_8 = 1,79,$$

$$T_k = \frac{39,366}{12,58} = 3,13 \text{ mt,} \quad T_1 = T_8 = \frac{39,366}{15,16} = 2,59 \text{ mt.}$$

Festpunkte zeichnerisch nach Abb. 226, Überzählige nach Abb. 407.

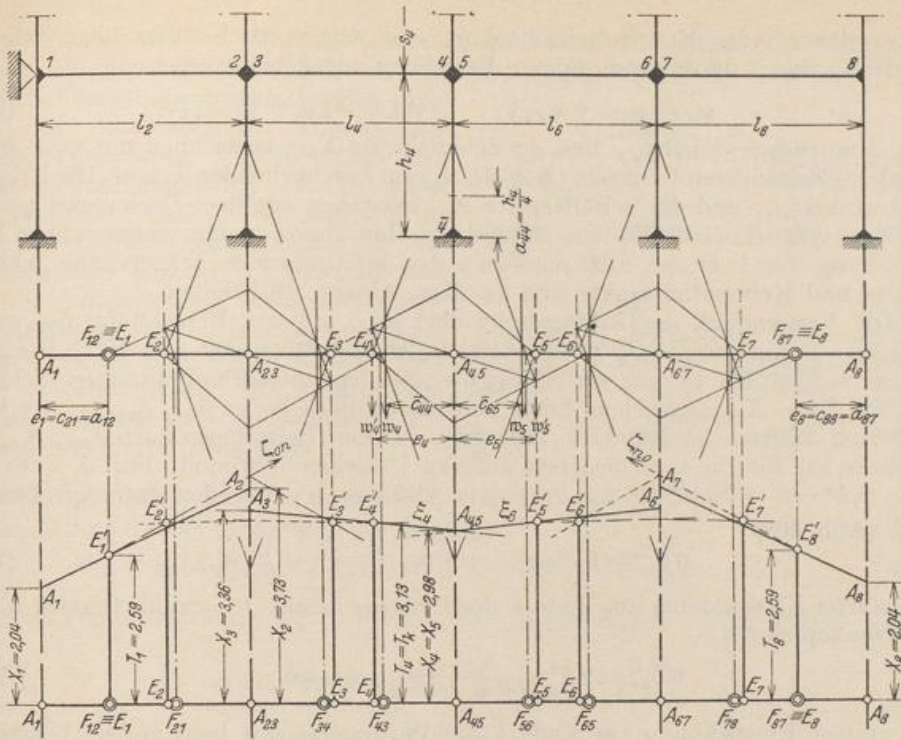


Abb. 407.

1. Geometrische Entwicklung der Festpunkte und Übergangslinien aus den Schwerlinien nach S. 257.
2. Eintragung der Punkte E'_k mit e_k und T_k .
3. Der Geradenzug ζ_{0n} bestimmt die linke Gruppe der den Festpunkten $F_{(k-1)k}$ zugeordneten Punkte der Geraden ζ_k , der Geradenzug ζ_{n0} die rechte Gruppe der den Festpunkten $F_{k(k-1)}$ zugeordneten Punkte von ζ_k . Diese schneiden auf den Ordinaten zu A_{k-2} , A_k die Stützmomente X_{k-1} , X_k ab.

Schächterle, W.: Beiträge zur Berechnung elastischer Bogen und Rahmen. Berlin 1914.
 — Leve, V.: Die Berechnung durchlaufender Träger und mehrstieliger Rahmen nach der Methode des Zahlenrechtecks. Borna 1916. — Straßner, A.: Neuere Methoden zur Statik der Rahmentragwerke. Bd. 1: Der durchlaufende Rahmen. Berlin 1922. — Derselbe: Tabellen für die Einflußlinien und die Momente des durchlaufenden Rahmens. Berlin 1922. — Kann, F.: Durchlaufende Eisenbetonkonstruktionen in elastischer Verbindung mit Zwischenstützen. Berlin 1926. — Crämer, H.: Der elastisch drehbare, gestützte Durchlaufbalken. Berlin 1927. — Mörsch, E.: Der durchlaufende Träger. Stuttgart 1928.

49. Die Rahmenstellung mit beliebig vielen Feldern, geraden Riegelstäben und senkrechten Pfosten.

Die Rahmenstellung entsteht durch Beseitigung der waagerechten Stützung a des Riegels eines durchlaufenden Trägers mit elastisch drehbaren Pfosten (Abb. 397), so daß die waagerechten Komponenten der Lasten am Riegel und der Unterschied der Querkräfte an den Pfostenköpfen den Stützpunkten durch die Biegesteifigkeit der Pfosten zugeleitet werden. Hiermit ist eine Verschiebung der Stabknoten verbunden. Da jedoch stets die von den statisch überzähligen Größen abhängigen Längenänderungen der Stäbe vernachlässigt werden, sind die waagerechten Verschiebungen durch einen Parameter ψ_1 bestimmt. Er ist beim durchgehenden Träger Null. Man verwendet für ψ_1 den EJ_c -fachen Betrag des Stabdrehwinkels ϑ^* eines der beiden Endpfosten, bei Symmetrie der Rahmenstellung den EJ_c -fachen Betrag des Drehwinkels der Mittelstütze oder der waagerechten Verschiebung des Symmetriepunktes des Riegels. Nach dem Superpositionsgesetz