Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Belastungszahlen

urn:nbn:de:hbz:466:1-74292

b) Die Enden der beiden Stützen sind starr eingespannt (Abb. 401).

$$6\,\delta_{kk,2} = 6\,\delta_{(k+1)(k+1),2} = -6\,\delta_{k(k+1)} = \frac{3\,s'_k\,h'_k}{2\,(s'_k + h'_k)}\,. \tag{708}$$

c) Die Enden der beiden Stützen sind elastisch eingespannt. Der Abstand $a_{\bar{k}k}$ der Momentennullpunkte von den Enden der Stützen wird mit $h/4$ geschätzt.

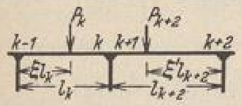
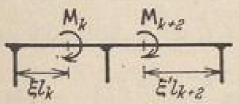
$$6\,\delta_{kk,2} = 6\,\delta_{(k+1)(k+1),2} = -6\,\delta_{k(k+1)} = \frac{5\,s'_k\,h'_k}{3\,(s'_k + h'_k)}\,. \tag{709}$$

d) Die obere Stütze s_k ist frei drehbar angeschlossen, die untere Stütze h_k starr eingespannt (Abb. 402).

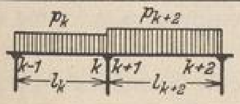
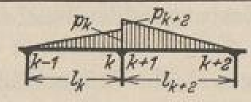
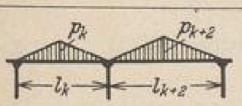
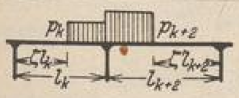
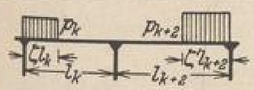
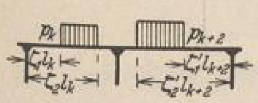
$$6\,\delta_{kk,2} = 6\,\delta_{(k+1)(k+1),2} = -6\,\delta_{k(k+1)} = \frac{6\,s'_k\,h'_k}{4\,s'_k + 3\,h'_k}\,. \tag{710}$$

Belastungszahlen. Die Belastungszahlen $\delta_{k\otimes}$, $\delta_{(k+1)\otimes}$ werden als virtuelle Arbeiten aus der Verdrehung der Querschnitte k, $k+1$ des Hauptsystems gebildet, welche bei der Belastung der Stäbe l_k, l_{k+2}, h_k oder durch Temperaturänderung und Stützenverschiebung entsteht. Die Riegel des Hauptsystems l_k, l_{k+2} sind einfache Balkenträger, deren Endverdrehung bei konstantem Trägheitsmoment für alle in Betracht kommenden Belastungen in Tabelle 17 angegeben sind oder sich nach Tabelle 12 entwickeln lassen. Sie werden ebenso wie die Vorzahlen der statisch überzähligen Schnittkräfte im 6fachen Betrage eingesetzt und für die häufigen Belastungsfälle nochmals angeschrieben.

Tabelle 36[1]. Belastungsglieder für $J_k = \text{const}$ und Lastangriff am Riegel l_k, l_{k+2}.

	$6\,\delta_{k0} = l_k\,l'_k \sum\limits_k P\,\omega_D\,, \qquad 6\,\delta_{(k+1)0} = l_{k+2}\,l'_{k+2} \sum\limits_{k+2} P\,\omega'_D$
	$6\,\delta_{k0} = l'_k \sum \mathrm{M}_k\,\omega_M\,, \qquad 6\,\delta_{(k+1)0} = -\,l'_{k+2} \sum \mathrm{M}_{k+2}\,\omega'_M$

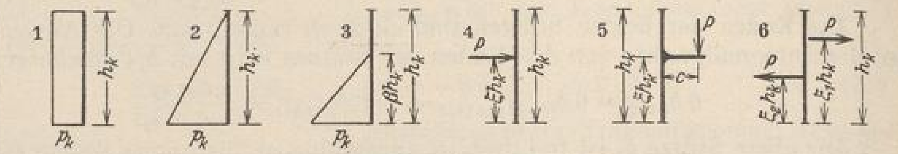
Streckenbelastung: $6\,\delta_{k0} = c_k\,p_k\,l_k^2\,l'_k$, $\qquad 6\,\delta_{(k+1)0} = c'_{k+2}\,p_{k+2}\,l_{k+2}^2\,l'_{k+2}$

	$c_k = c'_{k+2} = \frac{1}{4}$		$c_k = c'_{k+2} = \frac{2}{15}$
	$c_k = c'_{k+2} = \frac{5}{32}$		$c_k = c'_{k+2} = \frac{7}{60}$
	$c_k = \frac{1}{4}\,(1-\zeta^2)^2, \qquad c'_{k+2} = \frac{1}{4}\,(1-\zeta'^2)^2$		
	$c_k = \frac{1}{4}\,\zeta^2\,(2-\zeta^2), \qquad c'_{k+2} = \frac{1}{4}\,\zeta'^2\,(2-\zeta'^2)$		
	$c_k = \frac{1}{4}\,[\zeta_2^2\,(2-\zeta_2^2) - \zeta_1^2\,(2-\zeta_1^2)]\,,$ $c'_{k+2} = \frac{1}{4}\,[\zeta_2'^2\,(2-\zeta_2'^2) - \zeta_1'^2\,(2-\zeta_1'^2)]$		

Bei Lastangriff am Pfosten h_k ist dessen Abstützung zu beachten.

[1] Funktionswerte ω auf S. 116ff.

Tabelle 37[1]. Belastungsglieder $6\,\delta_{k0} = -6\,\delta_{(k+1)0}$ für $J = \text{const}$ und Lastangriff am Pfosten h_k.



Belastungsfall	$6\,\delta_{k0}$ (frei drehbare Lagerung)	$6\,\delta_{k0}$ (starre Einspannung)
1	$-\frac{1}{4}\,p_k\,h_k^0\,h_k'$	$-\frac{1}{8}\,p_k\,h_k^0\,h_k'$
2	$-\frac{7}{60}\,p_k\,h_k^0\,h_k'$	$-\frac{1}{20}\,p_k\,h_k^0\,h_k'$
3	$-\frac{1}{60}\,p_k\,h_k^0\,h_k'\,\beta^2\,(10 - 3\,\beta^2)$	$-\frac{1}{40}\,p_k\,h_k^0\,h_k'\,\beta^3\,(5 - 3\,\beta)$
4	$-P\,h_k\,h_k'\,\omega_D$	$-\frac{3}{2}\,P\,h_k\,h_k'\,\omega_\tau$
5	$-P\,c\,h_k'\,\omega_M$	$-\frac{3}{2}\,P\,c\,h_k'\,\xi\,(2 - 3\,\xi)$
6	$-P\,h_k\,h_k'\,[\omega_D(\xi_1) - \omega_D(\xi_2)]$	$-\frac{3}{2}\,P\,h_k\,h_k'\,[\omega_\tau(\xi_1) - \omega_\tau(\xi_2)]$

Bei Belastung eines am Fuße $\bar{k}$ eingespannten Pfostens mit $f_k \neq 0$ nach Abb. 399 ist

$$6\,\delta_{k0}^{(1)} = 6\int M_k^{(1)}\,M_k^{(0)}\,\frac{J_c}{J}\,ds\,, \quad M_k^{(1)} \text{ nach Abb. 398b mit } \quad a_{\bar{k}k} = \frac{\bar{h}_k}{3}\,\frac{h_k + 2\,f_k}{h_k + f_k}\,. \tag{711}$$

Die folgenden Belastungszahlen beschränken sich auf die Temperaturänderung t, Δt des Riegels und die ihr äquivalente Wirkung des Schwindens, auf die senkrechten Verschiebungen Δ_k der Stützenfüße $\bar{k}$ und die waagerechte Verschiebung Δ_R des Riegels.

a) Frei drehbare Lagerung der Pfostenenden (beliebige Stützenform).

Temperaturänderung:

$$\left.\begin{aligned} 6\,\delta_{kt} &= +6\,E\,J_c\,\frac{1}{h_k}\,\alpha_t\,t\,(l_1 + \cdots l_k) + 3\,E\,J_c\,\frac{\alpha_t\,\Delta t}{d_k}\,l_k\,, \\ 6\,\delta_{(k+1)t} &= -6\,E\,J_c\,\frac{1}{h_k}\,\alpha_t\,t\,(l_1 + \cdots l_k) + 3\,E\,J_c\,\frac{\alpha_t\,\Delta t}{d_{k+1}}\,l_{k+1}\,, \end{aligned}\right\} \tag{712}$$

senkrechte Stützenverschiebung:

$$\left.\begin{aligned} 6\,\delta_{ks} &= +6\,E\,J_c\,\frac{\Delta_{k-2} - \Delta_k}{l_k}\,, \\ 6\,\delta_{(k+1)s} &= -6\,E\,J_c\,\frac{\Delta_k - \Delta_{k+2}}{l_{k+2}}\,; \end{aligned}\right\} \tag{713}$$

waagerechte Verschiebung des Riegels um eine vorgeschriebene Strecke Δ_R:

$$6\,\delta_{ks} = 6\,E\,J_c\,\frac{\Delta_R}{h_k} = -6\,\delta_{(k+1)s}\,. \tag{714}$$

[1] Funktionswerte ω auf S. 116ff.

b) Starre Einspannung der Pfostenenden.
Temperaturänderung (näherungsweise für beliebige Stützenform):

$$\left.\begin{aligned} 6\,\delta_{k\,t} &= 9\,E\,J_c\frac{1}{h_k}\alpha_t\,t(l_1+\cdots l_k)+3\,E\,J_c\frac{\alpha_t\,\Delta t}{d_k}l_k,\\ 6\,\delta_{(k+1)\,t} &= -9\,E\,J_c\frac{1}{h_k}\alpha_t\,t(l_1+\cdots l_k)+3\,E\,J_c\frac{\alpha_t\,\Delta t}{d_{k+1}}l_{k+2},\end{aligned}\right\}\tag{715}$$

senkrechte Stützenverschiebung (für beliebige Stützenform):

$$6\,\delta_{k\,s}=+6\,E\,J_c\frac{\Delta_{k-2}-\Delta_k}{l_k},\qquad 6\,\delta_{(k+1)\,s}=-6\,E\,J_c\frac{\Delta_k-\Delta_{k-2}}{l_{k+2}},\tag{716}$$

waagerechte Verschiebung des Riegels, für $J=\text{const}$:

$$6\,\delta_{k\,s}=9\,E\,J_c\frac{\Delta_R}{h_k}=-6\,\delta_{(k+1)\,s},\tag{717}$$

für $J=\infty$ im Bereich $f_k=h_k-\overline{h}_k$ der Stütze:

$$6\,\delta_{k\,s}=9\,E\,J_c\,\Delta_R\frac{h_k+f_k}{h_k^2+h_k\,f_k+f_k^2}=-6\,\delta_{(k+1)\,s}.\tag{718}$$

Lösung. Die statisch überzähligen Größen X_k sind nach (701) die Wurzeln dreigliedriger linearer Gleichungen, die unter Einbeziehung der Belastungszahlen mit dem Gaußschen Algorithmus nach der Rechenvorschrift S. 232 aufgelöst werden. Die konjugierte Matrix entsteht auf dieselbe Weise oder nach S. 232 aus 2 Kettenbrüchen, die neben den Vorzahlen β'_{nn}, β'_{11} die Kennbeziehungen $\varkappa_{(k-1)\,k}$, $\varkappa_{k\,(k-1)}$ und damit alle übrigen Glieder β'_{kk}, β'_{ik} liefern.

Da die Verschiebungen $\delta_{k\,(k-1)}$ positiv, dagegen die Verschiebungen $\delta_{k\,(k+1)}$ negativ sind, werden die Kennbeziehungen $\varkappa_{(k-1)\,k}$, $\varkappa_{k\,(k-1)}$ zwischen den Endmomenten eines Trägers l_k ebenso wie beim durchgehenden Träger auf frei drehbaren Stützen stets positiv, dagegen die Kennbeziehungen $\varkappa_{k\,(k+1)}$, $\varkappa_{(k+1)\,k}$ der beiden Riegelmomente zu beiden Seiten der Stütze h_k negativ. Trotzdem gelten hier nach Abschn. 29 dieselben Vorschriften über die Verwendung der Kennbeziehungen zur Bildung der konjugierten Matrix und zur Berechnung der Stützenmomente wie beim durchgehenden Träger auf frei drehbaren Stützen.

Die konjugierte Matrix β'_{ik} ist den Elastizitätsgleichungen (701) mit den 6fachen Beträgen der Vorzahlen δ_{ik} zugeordnet, so daß

$$X_k=\sum\beta'_{kh}(6\,\delta_{h\otimes}),\qquad X_{k+1}=\sum\beta'_{(k+1)\,h}(6\,\delta_{h\otimes})\tag{719}$$

und damit auch alle übrigen Stütz- und Schnittkräfte des Tragwerks bestimmt sind.

a) Querschnitt m im Riegel l_k (Abb. 398).

$$M_m=M_{m\,0}-X_{k-1}\,\xi'_m-X_k\,\xi_m,\qquad Q_m=Q_{m\,0}-\frac{X_k-X_{k-1}}{l_k}.\tag{720}$$

b) Querschnitt n im Pfosten h_k im Abstand y_n vom Stützenfuß $\overline{k}$ an gerechnet (Abb. 398).

Frei drehbare Lagerung des Pfostens. Starre Einspannung des Pfostens.

$$\left.\begin{aligned} M_n&=M_{n\,0}-\frac{X_{k+1}-X_k}{h_k}y_n,\\ Q_n&=Q_{n\,0}-\frac{X_{k+1}-X_k}{h_k}.\end{aligned}\right\}\text{(721a)}\qquad \left.\begin{aligned} M_n&=M_{n0}^{(1)}-\frac{X_{k+1}-X_k}{2\,h_k}(3\,y_n-h_k),\\ Q_n&=Q_{n0}^{(1)}-\frac{3}{2}\frac{X_{k+1}-X_k}{h_k}.\end{aligned}\right\}\text{(721b)}$$

Längskraft und senkrechte Stützkraft des Pfostens h_k mit den Querkräften Q'_k, Q''_k des Riegels links und rechts vom Anschlußpunkt k:

$$C_k=-Q'_k+Q''_k=C_{k\,0}+\frac{X_k-X_{k-1}}{l_k}-\frac{X_{k+2}-X_{k+1}}{l_{k+2}}.\tag{722}$$