Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Lösung

b) Starre Einspannung der Pfostenenden.
Temperaturänderung (näherungsweise für beliebige Stützenform):

$$\left.\begin{aligned} 6\,\delta_{k\,t} &= \quad 9\,E\,J_c\frac{1}{h_k}\alpha_t\,t(l_1+\cdots l_k)+3\,E\,J_c\frac{\alpha_t\,\Delta t}{d_k}\,l_k\,,\\ 6\,\delta_{(k+1)\,t} &= -9\,E\,J_c\frac{1}{h_k}\alpha_t\,t(l_1+\cdots l_k)+3\,E\,J_c\frac{\alpha_t\,\Delta t}{d_{k+1}}\,l_{k+2}\,,\end{aligned}\right\} \qquad (715)$$

senkrechte Stützenverschiebung (für beliebige Stützenform):

$$6\,\delta_{k\,s}=+6\,E\,J_c\frac{\Delta_{k-2}-\Delta_k}{l_k}\,,\qquad 6\,\delta_{(k+1)\,s}=-6\,E\,J_c\frac{\Delta_k-\Delta_{k-2}}{l_{k+2}}\,, \qquad (716)$$

waagerechte Verschiebung des Riegels, für $J=\text{const}$:

$$6\,\delta_{k\,s}=9\,E\,J_c\frac{\Delta_R}{h_k}=-6\,\delta_{(k+1)\,s}\,, \qquad (717)$$

für $J=\infty$ im Bereich $f_k=h_k-\overline{h}_k$ der Stütze:

$$6\,\delta_{k\,s}=9\,E\,J_c\,\Delta_R\,\frac{h_k+f_k}{h_k^2+h_k\,f_k+f_k^2}=-6\,\delta_{(k+1)\,s}\,. \qquad (718)$$

Lösung. Die statisch überzähligen Größen X_k sind nach (701) die Wurzeln dreigliedriger linearer Gleichungen, die unter Einbeziehung der Belastungszahlen mit dem Gaußschen Algorithmus nach der Rechenvorschrift S. 232 aufgelöst werden. Die konjugierte Matrix entsteht auf dieselbe Weise oder nach S. 232 aus 2 Kettenbrüchen, die neben den Vorzahlen β'_{nn}, β'_{11} die Kennbeziehungen $\varkappa_{(k-1)\,k}$, $\varkappa_{k\,(k-1)}$ und damit alle übrigen Glieder β'_{kk}, β'_{ik} liefern.

Da die Verschiebungen $\delta_{k\,(k-1)}$ positiv, dagegen die Verschiebungen $\delta_{k\,(k+1)}$ negativ sind, werden die Kennbeziehungen $\varkappa_{(k-1)\,k}$, $\varkappa_{k\,(k-1)}$ zwischen den Endmomenten eines Trägers l_k ebenso wie beim durchgehenden Träger auf frei drehbaren Stützen stets positiv, dagegen die Kennbeziehungen $\varkappa_{k\,(k+1)}$, $\varkappa_{(k+1)\,k}$ der beiden Riegelmomente zu beiden Seiten der Stütze h_k negativ. Trotzdem gelten hier nach Abschn. 29 dieselben Vorschriften über die Verwendung der Kennbeziehungen zur Bildung der konjugierten Matrix und zur Berechnung der Stützenmomente wie beim durchgehenden Träger auf frei drehbaren Stützen.

Die konjugierte Matrix β'_{ik} ist den Elastizitätsgleichungen (701) mit den 6fachen Beträgen der Vorzahlen δ_{ik} zugeordnet, so daß

$$X_k=\sum\beta'_{kh}(6\,\delta_{h\otimes})\,,\qquad X_{k+1}=\sum\beta'_{(k+1)\,h}(6\,\delta_{h\otimes}) \qquad (719)$$

und damit auch alle übrigen Stütz- und Schnittkräfte des Tragwerks bestimmt sind.

a) Querschnitt m im Riegel l_k (Abb. 398).

$$M_m=M_{m0}-X_{k-1}\,\xi'_m-X_k\,\xi_m\,,\qquad Q_m=Q_{m0}-\frac{X_k-X_{k-1}}{l_k}\,. \qquad (720)$$

b) Querschnitt n im Pfosten h_k im Abstand y_n vom Stützenfuß $\overline{k}$ an gerechnet (Abb. 398).

Frei drehbare Lagerung des Pfostens. Starre Einspannung des Pfostens.

$$\left.\begin{aligned} M_n&=M_{n0}-\frac{X_{k+1}-X_k}{h_k}\,y_n\,,\\ Q_n&=Q_{n0}-\frac{X_{k+1}-X_k}{h_k}\,.\end{aligned}\right\}(721\text{a})\qquad \left.\begin{aligned} M_n&=M_{n0}^{(1)}-\frac{X_{k+1}-X_k}{2\,h_k}(3\,y_n-h_k)\,,\\ Q_n&=Q_{n0}^{(1)}-\frac{3}{2}\,\frac{X_{k+1}-X_k}{h_k}\,.\end{aligned}\right\}(721\text{b})$$

Längskraft und senkrechte Stützkraft des Pfostens h_k mit den Querkräften Q'_k, Q''_k des Riegels links und rechts vom Anschlußpunkt k:

$$C_k=-Q'_k+Q''_k=C_{k0}+\frac{X_k-X_{k-1}}{l_k}-\frac{X_{k+2}-X_{k+1}}{l_{k+2}}\,. \qquad (722)$$

Waagerechte Stützkraft des Pfostens h_k:

frei drehbare Lagerung in $\bar{k}$

$$H_k = H_{k0} - \frac{X_{k+1} - X_k}{h_k}, \quad (723)$$

starre Einspannung in $\bar{k}$

$$H_k = H_{k0}^{(1)} - \frac{3}{2}\frac{X_{k+1} - X_k}{h_k}. \quad (724)$$

Die Stütz- und Schnittkräfte des Hauptsystems sind bei einteiligen Pfosten und frei drehbarer Lagerung des Fußes statisch bestimmt, bei starrer Einspannung und bei Verwendung von zweiteiligen Stützen statisch unbestimmt. Sie werden dann nach S. 397 berechnet oder aus vorhandenen Tabellen 30 u. 32 entnommen. In der Regel sind die Pfosten unbelastet, also H_{k0}, M_{n0}, Q_{n0} Null.

Der Ansatz (719) liefert nach (328) auch die Einflußlinien der statisch überzähligen Größen. Dabei sind $\delta_{h0} = \delta_{mh}$ bei senkrechter Belastung und waagerechtem Riegel die Ordinaten der senkrechten Biegelinien der Riegelstäbe l_h des Hauptsystems für $-X_h = 1$. Die Einflußlinien setzen sich daher ebenso wie beim durchgehenden Träger auf frei drehbaren Stützen aus zwei Biegelinien zusammen. Die analytischen Ausdrücke für die Gleichungen der Einflußlinien auf S. 418 gelten auch für den durchgehenden Träger mit elastisch drehbaren Stützen. Darnach wird nach (667) die Einflußlinie einer statisch überzähligen Größe X_k im Felde l_h aus der Einflußlinie X_h dieses Feldes, im Felde l_r aus der Einflußlinie X_{r-1} dieses Feldes entwickelt. Aus demselben Grunde stimmen auch die Regeln für die ungünstigsten Belastungen mit denjenigen überein, die auf S. 424 für den durchgehenden Träger auf frei drehbaren Stützen abgeleitet worden sind.

Zeichnerische Untersuchung. Die Punkte A_k, A_{k+1} der Achse A_1, A_n der Lösung fallen in Übereinstimmung mit der relativen Lage der Stützenmomente X_k, X_{k+1} zusammen. Die Abschnitte Δ_k, Δ_{k+2} werden proportional zu den Riegellängen l_k, l_{k+2} aufgetragen. Die Kennbeziehungen $\varkappa_{(k-1)k}$, $\varkappa_{k(k-1)}$ der analytischen Lösung des Ansatzes (701) bestimmen dann nach S. 255 die Strecken $a_{(k-1)k}$, $a_{k(k-1)}$ und damit die Festpunkte $F_{(k-1)k}$, $F_{k(k-1)}$, die Kennbeziehungen $\varkappa_{k(k+1)}$, $\varkappa_{(k+1)k}$ nach Abb. 225 die Übergangslinien $\mathfrak{u}_{k(k+1)}$, $\mathfrak{u}_{(k+1)k}$.

Die Anschlußmomente X_{k-1}, X_k des Riegelstabes l_k sind bei Belastung dieses Abschnitts allein aus zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten (447), zeichnerisch durch Abb. 228 bekannt. Die Kreuzlinienabschnitte $R_{(k-1)k}$, R_{kk} und die Ordinaten $V_{(k-1)k}$, V_{kk} werden ebenso wie beim durchgehenden Träger auf frei drehbaren Stützen berechnet (672). Die übrigen Stützenmomente ergeben sich nach S. 258 und Abb. 228 aus den Festpunkten und Übergangslinien.

Die zeichnerische Bestimmung der Festpunkte und Übergangslinien ohne die Verwendung algebraisch berechneter Kennbeziehungen ist in Abschn. 32, S. 257 abgeleitet worden. Sie stützt sich auf die Wirkungslinien elastischer Gewichte, deren Lage für beliebige elastische Eigenschaften der Stäbe mit der Aufzeichnung der Biegelinien der Stäbe l_k für $-X_k = 1$ bestimmt oder durch die folgenden Strecken eingerechnet wird.

$$c_{kk} = \frac{\delta_{k(k-1)}}{\delta_{k(k-1)} + \delta_{kk,1}} l_k, \qquad \bar{c}_{kk} = \frac{\delta_{k(k-1)}}{\delta_{k(k-1)} + \delta_{kk}} l_k,$$

$$c_{(k+2)(k+1)} = \frac{\delta_{(k+1)(k+2)}}{\delta_{(k+1)(k+1),1} + \delta_{(k+1)(k+2)}} l_{k+2}, \qquad \bar{c}_{(k+2)(k+1)} = \frac{\delta_{(k+1)(k+2)}}{\delta_{(k+1)(k+1)} + \delta_{(k+1)(k+2)}} l_{k+2},$$

$$e_{k(k+1)} = \frac{\delta_{(k+1)(k+2)} l_{k+2} - \delta_{k(k-1)} l_k}{\delta_{k(k-1)} + \delta_{kk,1} + \delta_{(k+1)(k+1),1} + \delta_{(k+1)(k+2)}}.$$

Nach S. 431 kann mit der Approximation der elastischen Eigenschaften der Riegelstäbe nach Tabelle 29 und der Pfosten nach (703ff.) gerechnet und

$$\left.\begin{aligned} 6\,\delta_{k(k-1)} &= \lambda_k l'_k, & 6\,\delta_{(k+1)(k+2)} &= \lambda_{k+2} l'_{k+2}, \\ 6\,\delta_{kk,1} &= 2\mu_k l'_k, & 6\,\delta_{(k+1)(k+1),1} &= 2\mu_{k+2} l'_{k+2} \end{aligned}\right\} \quad (725)$$