Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Zeichnerische Untersuchung

urn:nbn:de:hbz:466:1-74292

Waagerechte Stützkraft des Pfostens h_k:

frei drehbare Lagerung in $\bar{k}$

$$H_k = H_{k0} - \frac{X_{k+1} - X_k}{h_k}, \quad (723)$$

starre Einspannung in $\bar{k}$

$$H_k = H_{k0}^{(1)} - \frac{3}{2} \frac{X_{k+1} - X_k}{h_k}. \quad (724)$$

Die Stütz- und Schnittkräfte des Hauptsystems sind bei einteiligen Pfosten und frei drehbarer Lagerung des Fußes statisch bestimmt, bei starrer Einspannung und bei Verwendung von zweiteiligen Stützen statisch unbestimmt. Sie werden dann nach S. 397 berechnet oder aus vorhandenen Tabellen 30 u. 32 entnommen. In der Regel sind die Pfosten unbelastet, also H_{k0}, M_{n0}, Q_{n0} Null.

Der Ansatz (719) liefert nach (328) auch die Einflußlinien der statisch überzähligen Größen. Dabei sind $\delta_{h0} = \delta_{mh}$ bei senkrechter Belastung und waagerechtem Riegel die Ordinaten der senkrechten Biegelinien der Riegelstäbe l_h des Hauptsystems für $-X_h = 1$. Die Einflußlinien setzen sich daher ebenso wie beim durchgehenden Träger auf frei drehbaren Stützen aus zwei Biegelinien zusammen. Die analytischen Ausdrücke für die Gleichungen der Einflußlinien auf S. 418 gelten auch für den durchgehenden Träger mit elastisch drehbaren Stützen. Darnach wird nach (667) die Einflußlinie einer statisch überzähligen Größe X_k im Felde l_h aus der Einflußlinie X_h dieses Feldes, im Felde l_r aus der Einflußlinie X_{r-1} dieses Feldes entwickelt. Aus demselben Grunde stimmen auch die Regeln für die ungünstigsten Belastungen mit denjenigen überein, die auf S. 424 für den durchgehenden Träger auf frei drehbaren Stützen abgeleitet worden sind.

Zeichnerische Untersuchung. Die Punkte A_k, A_{k+1} der Achse A_1, A_n der Lösung fallen in Übereinstimmung mit der relativen Lage der Stützenmomente X_k, X_{k+1} zusammen. Die Abschnitte Δ_k, Δ_{k+2} werden proportional zu den Riegellängen l_k, l_{k+2} aufgetragen. Die Kennbeziehungen $\varkappa_{(k-1)k}$, $\varkappa_{k(k-1)}$ der analytischen Lösung des Ansatzes (701) bestimmen dann nach S. 255 die Strecken $a_{(k-1)k}$, $a_{k(k-1)}$ und damit die Festpunkte $F_{(k-1)k}$, $F_{k(k-1)}$, die Kennbeziehungen $\varkappa_{k(k+1)}$, $\varkappa_{(k+1)k}$ nach Abb. 225 die Übergangslinien $\mathfrak{u}_{k(k+1)}$, $\mathfrak{u}_{(k+1)k}$.

Die Anschlußmomente X_{k-1}, X_k des Riegelstabes l_k sind bei Belastung dieses Abschnitts allein aus zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten (447), zeichnerisch durch Abb. 228 bekannt. Die Kreuzlinienabschnitte $R_{(k-1)k}$, R_{kk} und die Ordinaten $V_{(k-1)k}$, V_{kk} werden ebenso wie beim durchgehenden Träger auf frei drehbaren Stützen berechnet (672). Die übrigen Stützenmomente ergeben sich nach S. 258 und Abb. 228 aus den Festpunkten und Übergangslinien.

Die zeichnerische Bestimmung der Festpunkte und Übergangslinien ohne die Verwendung algebraisch berechneter Kennbeziehungen ist in Abschn. 32, S. 257 abgeleitet worden. Sie stützt sich auf die Wirkungslinien elastischer Gewichte, deren Lage für beliebige elastische Eigenschaften der Stäbe mit der Aufzeichnung der Biegelinien der Stäbe l_k für $-X_k = 1$ bestimmt oder durch die folgenden Strecken eingerechnet wird.

$$c_{kk} = \frac{\delta_{k(k-1)}}{\delta_{k(k-1)} + \delta_{kk,1}} l_k, \qquad \bar{c}_{kk} = \frac{\delta_{k(k-1)}}{\delta_{k(k-1)} + \delta_{kk}} l_k,$$

$$c_{(k+2)(k+1)} = \frac{\delta_{(k+1)(k+2)}}{\delta_{(k+1)(k+1),1} + \delta_{(k+1)(k+2)}} l_{k+2}, \qquad \bar{c}_{(k+2)(k+1)} = \frac{\delta_{(k+1)(k+2)}}{\delta_{(k+1)(k+1)} + \delta_{(k+1)(k+2)}} l_{k+2},$$

$$e_{k(k+1)} = \frac{\delta_{(k+1)(k+2)} l_{k+2} - \delta_{k(k-1)} l_k}{\delta_{k(k-1)} + \delta_{kk,1} + \delta_{(k+1)(k+1),1} + \delta_{(k+1)(k+2)}}.$$

Nach S. 431 kann mit der Approximation der elastischen Eigenschaften der Riegelstäbe nach Tabelle 29 und der Pfosten nach (703ff.) gerechnet und

$$\left.\begin{aligned} 6\delta_{k(k-1)} &= \lambda_k l'_k, & 6\delta_{(k+1)(k+2)} &= \lambda_{k+2} l'_{k+2}, \\ 6\delta_{kk,1} &= 2\mu_k l'_k, & 6\delta_{(k+1)(k+1),1} &= 2\mu_{k+2} l'_{k+2} \end{aligned}\right\} \quad (725)$$

gesetzt werden. Der Beiwert λ ist nach S. 395 in zahlreichen Fällen 1. Dasselbe gilt auch von dem Beiwert μ, wenn das Trägheitsmoment J_k im Bereiche eines jeden Riegelabschnittes konstant angenommen wird. Um die Rechenvorschrift formal zu vereinfachen, wird $-6\,\delta_{k(k+1)}$ stets durch $+2\,\psi_k h'_k$ ausgedrückt und ψ_k entsprechend der Art der Pfostenstützung nach (703 ff.) eingesetzt.

$$\left.\begin{aligned} c_{kk} &= \frac{\lambda_k}{\lambda_k + 2\mu_k}\,l_k\,, \quad \bar{c}_{kk} = \frac{\lambda_k}{\lambda_k + 2\mu_k + 2\psi_k h'_k/l'_k}\,l_k\,, \quad c_{(k+2)(k+1)} = \frac{\lambda_{k+2}}{\lambda_{k+2} + 2\mu_{k+2}}\,l_{k+2}\,, \\ \bar{c}_{(k+2)(k+1)} &= \frac{\lambda_{k+2}}{\lambda_{k+2} + 2\mu_{k+2} + 2\psi_k h'_k/l'_{k+2}}\,l_{k+2}\,, \quad e_{k(k+1)} = \frac{\lambda_{k+2}\,l'_{k+2}\,l_{k+2} - \lambda_k\,l'_k\,l_k}{l'_k(\lambda_k + 2\mu_k) + l'_{k+2}(\lambda_{k+2} + 2\mu_{k+2})}\,, \end{aligned}\right\} \tag{726}$$

für $J_k = \text{const}$ und $J_{k+2} = \text{const}$ ist

$$\left.\begin{aligned} c_{kk} &= \frac{l_k}{3}\,, \quad \bar{c}_{kk} = \frac{l_k}{3 + 2\psi_k h'_k/l'_k}\,, \quad c_{(k+2)(k+1)} = \frac{l_{k+2}}{3}\,, \\ \bar{c}_{(k+2)(k+1)} &= \frac{l_{k+2}}{3 + 2\,\psi_k h'_k/l'_{k+2}}\,, \quad e_{k(k+1)} = \frac{l'_{k+2}\,l_{k+2} - l'_k\,l_k}{3\,(l'_k + l'_{k+2})}\,. \end{aligned}\right\} \tag{727}$$

Zur zeichnerischen Untersuchung eines allgemeinen Belastungsfalles werden außerdem noch die Punkte E'_k durch die Koordinaten $e_k = c_{kk}$ und

$$T_k = \frac{6\,\delta_{k0}}{(\lambda_k + 2\mu_k)\,l'_k}\,; \qquad \mu_k = \lambda_k = 1: \quad T_k = 2\,\frac{\delta_{k0}}{l'_k} \tag{728}$$

eingerechnet (Abb. 232). Ungleichförmige Temperaturänderung und senkrechte Stützenverschiebungen ergeben

$$T_k = \frac{6\,E\,J_c\left[\frac{\alpha_t\,\Delta t}{2d}\,l_k + \frac{1}{l_k}\,(\Delta_k - \Delta_{k-2})\right]}{(\lambda_k + 2\mu_k)\,l'_k}\,. \tag{729}$$

Die Ergebnisse für e_1, T_1 und e_n, T_n lassen sich jeweils ebenso wie auf S. 421 ableiten. Für die Lösung nach Abb. 233 werden nach S. 263 die Punkte $E_{k(k+1)}$ mit den Koordinaten $e_{k(k+1)}$, $T_{k(k+1)}$ und die Strecken S_k bestimmt.

Die Verwendung der Ordinaten $V_{k(k-1)}$, V_{kk} zur zeichnerischen Bestimmung der Riegelmomente X_{k-1}, X_k und der übrigen Stützenmomente ist in Abschn. 32 begründet und in Abb. 228 gezeigt worden. Der allgemeine Belastungsfall wird nach den Bemerkungen auf S. 262 und nach Abb. 232 untersucht.

Die Biegungsmomente und Querkräfte der Riegelstäbe werden nach (720) ebenso wie beim durchlaufenden Träger mit frei drehbaren Stützen aufgetragen, die Schnittkräfte der Pfosten nach (721) mit den Ergebnissen für Kopf und Fuß entwickelt. Dabei sind bei statisch unbestimmter Anordnung zunächst die Momente und Querkräfte im Hauptsystem zu berechnen.

Die Einflußlinien der Stützenmomente und der Schnittkräfte in Riegel und Pfosten lassen sich nach denselben Regeln entwickeln, die auf S. 422 für den durchlaufenden Träger auf frei drehbaren Stützen abgeleitet worden sind.

Vereinfachung der Annahmen über die elastischen Eigenschaften. Die statisch unbestimmten Schnittkräfte sind nach (702) durch die elastisch wirksamen Längen l'_k, $\mu_k l'_k$, $\lambda_k l'_k$ der Riegel und durch die Art und Abstützung der Pfosten bestimmt, die in den Ansatz nach (703 ff.) mit $2\,\psi_k h'_k$ eingehen. Werden diese mit dem Felde l_k und dem Pfosten h_k veränderlichen Strecken konstant angenommen, so entstehen einfache Näherungslösungen mit den folgenden Bedingungsgleichungen:

$$\lambda_k X_{k-1} + 2\mu_k\left(1 + \frac{\psi_k h'_k}{\mu_k l'_k}\right) X_k - 2\,\frac{\psi_k h'_k}{l'_k}\,X_{k+1} = \lambda X_{k-1} + a X_k - b X_{k+1} = \frac{6\,\delta_{k0}}{l'}\,.$$

Sonderfall $\lambda = \mu = 1$: $\quad X_{k-1} + (2 + b)\,X_k - b\,X_{k+1} = 6\,\delta_{k0}/l'$.

Bei unendlich vielen Stützen sind die Kennbeziehungen $\varkappa_{(k-1)k}$, $\varkappa_{k(k-1)}$ zwischen den Anschlußmomenten eines Riegels und die Kennbeziehungen $\varkappa_{k(k+1)}$, $\varkappa_{(k+1)k}$