Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Vereinfachung der Annahmen über die elastischen Eigenschaften gesetzt werden. Der Beiwert λ ist nach S. 395 in zahlreichen Fällen 1. Dasselbe gilt auch von dem Beiwert μ, wenn das Trägheitsmoment J_k im Bereiche eines jeden Riegelabschnittes konstant angenommen wird. Um die Rechenvorschrift formal zu vereinfachen, wird $-6\,\delta_{k(k+1)}$ stets durch $+2\,\psi_k h'_k$ ausgedrückt und ψ_k entsprechend der Art der Pfostenstützung nach (703 ff.) eingesetzt.

$$\left.\begin{aligned} c_{kk} &= \frac{\lambda_k}{\lambda_k + 2\mu_k}\, l_k, \qquad \bar{c}_{kk} = \frac{\lambda_k}{\lambda_k + 2\mu_k + 2\psi_k h'_k/l'_k}\, l_k, \qquad c_{(k+2)(k+1)} = \frac{\lambda_{k+2}}{\lambda_{k+2} + 2\mu_{k+2}}\, l_{k+2}, \\ \bar{c}_{(k+2)(k+1)} &= \frac{\lambda_{k+2}}{\lambda_{k+2} + 2\mu_{k+2} + 2\psi_k h'_k/l'_{k+2}}\, l_{k+2}, \qquad e_{k(k+1)} = \frac{\lambda_{k+2}\, l'_{k+2}\, l_{k+2} - \lambda_k\, l'_k\, l_k}{l'_k(\lambda_k + 2\mu_k) + l'_{k+2}(\lambda_{k+2} + 2\mu_{k+2})}, \end{aligned}\right\} \tag{726}$$

für $J_k = \text{const}$ und $J_{k+2} = \text{const}$ ist

$$\left.\begin{aligned} c_{kk} &= \frac{l_k}{3}, \qquad \bar{c}_{kk} = \frac{l_k}{3 + 2\psi_k h'_k/l'_k}, \qquad c_{(k+2)(k+1)} = \frac{l_{k+2}}{3}, \\ \bar{c}_{(k+2)(k+1)} &= \frac{l_{k+2}}{3 + 2\psi_k h'_k/l'_{k+2}}, \qquad e_{k(k+1)} = \frac{l'_{k+2}\, l_{k+2} - l'_k\, l_k}{3\,(l'_k + l'_{k+2})}. \end{aligned}\right\} \tag{727}$$

Zur zeichnerischen Untersuchung eines allgemeinen Belastungsfalles werden außerdem noch die Punkte E'_k durch die Koordinaten $e_k = c_{kk}$ und

$$T_k = \frac{6\,\delta_{k0}}{(\lambda_k + 2\mu_k)\, l'_k}; \qquad \mu_k = \lambda_k = 1: \quad T_k = 2\,\frac{\delta_{k0}}{l'_k} \tag{728}$$

eingerechnet (Abb. 232). Ungleichförmige Temperaturänderung und senkrechte Stützenverschiebungen ergeben

$$T_k = \frac{6\,E\,J_c\left[\frac{\alpha_t\,\Delta t}{2d}\, l_k + \frac{1}{l_k}(\Delta_k - \Delta_{k-2})\right]}{(\lambda_k + 2\mu_k)\, l'_k}. \tag{729}$$

Die Ergebnisse für e_1, T_1 und e_n, T_n lassen sich jeweils ebenso wie auf S. 421 ableiten. Für die Lösung nach Abb. 233 werden nach S. 263 die Punkte $E_{k(k+1)}$ mit den Koordinaten $e_{k(k+1)}$, $T_{k(k+1)}$ und die Strecken S_k bestimmt.

Die Verwendung der Ordinaten $V_{k(k-1)}$, V_{kk} zur zeichnerischen Bestimmung der Riegelmomente X_{k-1}, X_k und der übrigen Stützenmomente ist in Abschn. 32 begründet und in Abb. 228 gezeigt worden. Der allgemeine Belastungsfall wird nach den Bemerkungen auf S. 262 und nach Abb. 232 untersucht.

Die Biegungsmomente und Querkräfte der Riegelstäbe werden nach (720) ebenso wie beim durchlaufenden Träger mit frei drehbaren Stützen aufgetragen, die Schnittkräfte der Pfosten nach (721) mit den Ergebnissen für Kopf und Fuß entwickelt. Dabei sind bei statisch unbestimmter Anordnung zunächst die Momente und Querkräfte im Hauptsystem zu berechnen.

Die Einflußlinien der Stützenmomente und der Schnittkräfte in Riegel und Pfosten lassen sich nach denselben Regeln entwickeln, die auf S. 422 für den durchlaufenden Träger auf frei drehbaren Stützen abgeleitet worden sind.

Vereinfachung der Annahmen über die elastischen Eigenschaften. Die statisch unbestimmten Schnittkräfte sind nach (702) durch die elastisch wirksamen Längen l'_k, $\mu_k l'_k$, $\lambda_k l'_k$ der Riegel und durch die Art und Abstützung der Pfosten bestimmt, die in den Ansatz nach (703 ff.) mit $2\,\psi_k h'_k$ eingehen. Werden diese mit dem Felde l_k und dem Pfosten h_k veränderlichen Strecken konstant angenommen, so entstehen einfache Näherungslösungen mit den folgenden Bedingungsgleichungen:

$$\lambda_k X_{k-1} + 2\mu_k\left(1 + \frac{\psi_k h'_k}{\mu_k l'_k}\right) X_k - 2\,\frac{\psi_k h'_k}{l'_k}\, X_{k+1} = \lambda X_{k-1} + a X_k - b X_{k+1} = \frac{6\,\delta_{k0}}{l'}.$$

Sonderfall $\lambda = \mu = 1$: $\quad X_{k-1} + (2 + b)\, X_k - b\, X_{k+1} = 6\,\delta_{k0}/l'$.

Bei unendlich vielen Stützen sind die Kennbeziehungen $\varkappa_{(k-1)k}$, $\varkappa_{k(k-1)}$ zwischen den Anschlußmomenten eines Riegels und die Kennbeziehungen $\varkappa_{k(k+1)}$, $\varkappa_{(k+1)k}$

zwischen den Anschlußmomenten der Riegel zu beiden Seiten einer Stütze konstant, und zwar

$$\varkappa_{(k-1)k} = \varkappa_{k(k-1)} = \varkappa \quad \text{und} \quad \varkappa_{k(k+1)} = \varkappa_{(k+1)k} = -\varepsilon .$$

Mit

$$\frac{(a+b)(a-b)+\lambda^2}{2a\lambda} = \varrho \text{ ist } \varkappa = \varrho - \sqrt{\varrho^2 - 1} = -\frac{X_{k-1}}{X_k}, \quad \varepsilon = \frac{b}{a-\varkappa\lambda} = \frac{X_k}{X_{k+1}}. \qquad (730)$$

Sonderfall $\lambda = \mu = 1$:

$$\varrho = \frac{5+4b}{2(2+b)} .$$

Da die Hauptglieder β_{kk} der konjugierten Matrix für $\varkappa$ und ε konstant sind, genügt es, die Nebenglieder einer Zeile der Matrix anzuschreiben.

$$\beta_{(k-2)k} = -\frac{\varkappa^2\varepsilon}{l'\lambda(1-\varkappa^2)}, \qquad \beta_{(k-1)k} = -\frac{\varkappa^2}{l'\lambda(1-\varkappa^2)}, \qquad \beta_{kk} = \frac{\varkappa}{l'\lambda(1-\varkappa^2)},$$

$$\beta_{(k+1)k} = \frac{\varkappa\varepsilon}{l'\lambda(1-\varkappa^2)}, \qquad \beta_{(k+2)k} = -\frac{\varkappa^2\varepsilon}{l'\lambda(1-\varkappa^2)} .$$

Bei einer begrenzten Anzahl von Stützen haben die Endfelder die gleichen elastischen Eigenschaften wie die Zwischenfelder, wenn

für Endfelder nach Abb. 397a, b

$$l_1' = \frac{2\mu - \varkappa\lambda}{2\mu_1} l'; \qquad (731a)$$

für Endfelder nach Abb. 397c

$$l_2' = l' \quad \text{und} \quad 2\psi_0 h_0' = 2\psi h'(1-\varepsilon). \qquad (731b)$$

Bei symmetrischer Belastung (1) und antimetrischer Belastung (2) des Riegels l_k ist

$$1)\ X_{k-1} = X_k = 6\frac{{}^{(1)}\delta_{(k-1)0}}{l'}\frac{\varkappa}{\lambda(1+\varkappa)}, \quad 2)\ X_{(k-1)} = -X_k = 6\frac{{}^{(2)}\delta_{(k-1)0}}{l'}\frac{\varkappa}{\lambda(1-\varkappa)}; \qquad (732)$$

für Belastung eines Endfeldes nach Abb. 397a, b

$$X_1 = \frac{6\,\delta_{10}}{l'}\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon^2}, \qquad X_n = \frac{6\,\delta_{n0}}{l'}\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon^2}. \qquad (733)$$

Die übrigen Anschlußmomente sind analytisch durch die Kennbeziehungen, zeichnerisch durch die Festpunkte und Übergangslinien bestimmt. Die Schnittkräfte aus einer allgemeinen Belastung des Trägers werden durch Superposition der Teilergebnisse aus feldweiser Belastung erhalten. Die Gleichungen der Einflußlinien von X_{k-1} und X_k im Felde l_k sind

$$X_{k-1} = l_k\frac{\varkappa}{\lambda(1-\varkappa^2)}(\bar\omega_D' - \varkappa\bar\omega_D), \qquad X_k = l_k\frac{\varkappa}{\lambda(1-\varkappa^2)}(\bar\omega_D - \varkappa\bar\omega_D'). \qquad (734)$$

Sie werden nach S. 436 zur Aufzeichnung der Einflußlinien der übrigen Stützenmomente verwendet und bilden damit nach S. 435 auch die Grundlage für die Einflußlinien der übrigen Schnittkräfte.

Untersuchung der Pilzdecke (Abb. 406) mit vereinfachten Annahmen für die elastischen Eigenschaften.

1. Geometrische Grundlagen nach S. 441 u. 442.

$$l' = 5{,}4\text{ m}, \quad \mu = 0{,}7, \quad \lambda = 0{,}93, \quad 2\psi h' = 2{,}58,$$

$$a = 2\cdot 0{,}7\left(1 + \frac{2{,}58}{2\cdot 0{,}7\cdot 5{,}4}\right) = 1{,}88, \quad b = \frac{2{,}58}{5{,}4} = 0{,}48, \quad \varrho = 1{,}192,$$

$$\varkappa = 1{,}192 - \sqrt{1{,}192^2 - 1} = 0{,}544, \quad \varepsilon = \frac{0{,}48}{1{,}88 - 0{,}544\cdot 0{,}93} = 0{,}348$$

$$2\psi_0 h_0' = 2{,}58\,(1 - 0{,}348) = 1{,}68 .$$