



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

49. Die Rahmenstellung mit beliebig vielen Feldern, geraden Riegelstäben
und senkrechten Pfosten

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

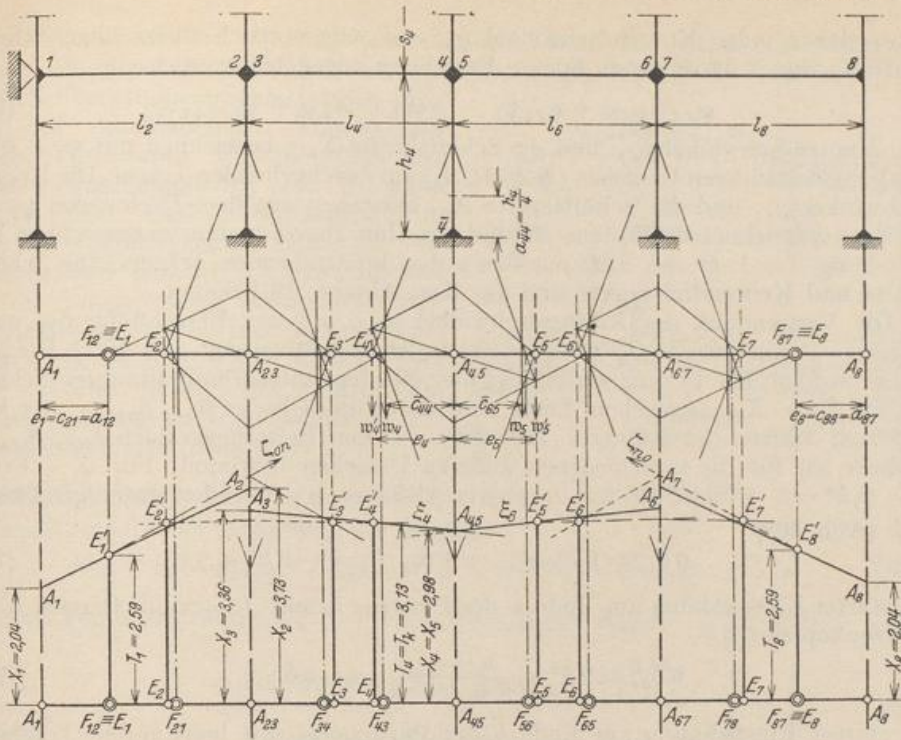


Abb. 407.

1. Geometrische Entwicklung der Festpunkte und Übergangslinien aus den Schwerlinien nach S. 257.
2. Eintragung der Punkte E'_k mit e_k und T_k .
3. Der Geradenzug ζ_{0n} bestimmt die linke Gruppe der den Festpunkten $F_{(k-1)k}$ zugeordneten Punkte der Geraden ζ_k , der Geradenzug ζ_{n0} die rechte Gruppe der den Festpunkten $F_{k(k-1)}$ zugeordneten Punkte von ζ_k . Diese schneiden auf den Ordinaten zu A_{k-2} , A_k die Stützmomente X_{k-1} , X_k ab.

Schächterle, W.: Beiträge zur Berechnung elastischer Bogen und Rahmen. Berlin 1914.
 — Leve, V.: Die Berechnung durchlaufender Träger und mehrstieliger Rahmen nach der Methode des Zahlenrechtecks. Borna 1916. — Straßner, A.: Neuere Methoden zur Statik der Rahmentragwerke. Bd. 1: Der durchlaufende Rahmen. Berlin 1922. — Derselbe: Tabellen für die Einflußlinien und die Momente des durchlaufenden Rahmens. Berlin 1922. — Kann, F.: Durchlaufende Eisenbetonkonstruktionen in elastischer Verbindung mit Zwischenstützen. Berlin 1926. — Crämer, H.: Der elastisch drehbare, gestützte Durchlaufbalken. Berlin 1927. — Mörsch, E.: Der durchlaufende Träger. Stuttgart 1928.

49. Die Rahmenstellung mit beliebig vielen Feldern, geraden Riegelstäben und senkrechten Pfosten.

Die Rahmenstellung entsteht durch Beseitigung der waagerechten Stützung a des Riegels eines durchlaufenden Trägers mit elastisch drehbaren Pfosten (Abb. 397), so daß die waagerechten Komponenten der Lasten am Riegel und der Unterschied der Querkräfte an den Pfostenköpfen den Stützpunkten durch die Biegesteifigkeit der Pfosten zugeleitet werden. Hiermit ist eine Verschiebung der Stabknoten verbunden. Da jedoch stets die von den statisch überzähligen Größen abhängigen Längenänderungen der Stäbe vernachlässigt werden, sind die waagerechten Verschiebungen durch einen Parameter ψ_1 bestimmt. Er ist beim durchgehenden Träger Null. Man verwendet für ψ_1 den EJ_c -fachen Betrag des Stabdrehwinkels ϑ^* eines der beiden Endpfosten, bei Symmetrie der Rahmenstellung den EJ_c -fachen Betrag des Drehwinkels der Mittelstütze oder der waagerechten Verschiebung des Symmetriepunktes des Riegels. Nach dem Superpositionsgesetz

kann daher jeder Knotendrehwinkel φ_J und jede statisch überzählige Schnittkraft X_h durch die folgende lineare Beziehung angegeben werden:

$$\varphi_J = \varphi_{J\otimes} + \varphi_{J1} \psi_1, \quad X_h = X_{h\otimes} + \psi_1 X_{h1}. \quad (742)$$

Die Knotendrehwinkel $\varphi_{J\otimes}$ und die Schnittkräfte $X_{h\otimes}$ bezeichnen mit $\psi_1 = 0$ die Wirkung der äußeren Ursachen ($\mathfrak{F}, t, \Delta t, \Delta_k$) am durchgehenden Träger. Die Knotendrehwinkel φ_{J1} und die Schnittkräfte X_{h1} entstehen aus dem Drehwinkel $\psi_1 = 1$ eines ausgezeichneten Pfostens h^* und der ihm zugeordneten waagerechten Verschiebung $\Delta = 1 \cdot h^*$ des Stützpunktes a des durchgehenden Trägers. Die Schnittkräfte und Knotendrehwinkel sind aus dem Abschn. 48 bekannt.

Die Verwendung der Knotendrehwinkel $\varphi_{J\otimes}, \varphi_{J1}$ zur Berechnung des unabhängigen Parameters ψ_1 des Ansatzes ist in Abschn. 39 gezeigt und durch Beispiele belegt worden. Die Lösung wird daher hier mit den statisch unbestimmten Schnittkräften $X_{h\otimes}, X_{h1}$ angegeben. Diese sind durch die Glieder $\beta_{hk}, \beta_{h(k+1)}$ der konjugierten Matrix des Ansatzes (719) und als den Belastungszahlen $\delta_{k\otimes}, \delta_{(k+1)\otimes}$ (Tabelle 36) für die verschiedenen äußeren Ursachen bestimmt. Für $\psi_1 = 1$ und $\Delta = \psi_1 h^* = 1 \cdot h^*$ wird bei frei drehbarer Abstützung der Enden einteiliger Pfosten in \bar{k} (Abb. 408)

$$6 \delta_{ks} = 6 h^*/h_k, \quad 6 \delta_{(k+1)s} = -6 h^*/h_k, \quad (743)$$

bei starrer Einspannung am Ende \bar{k} des Pfostens h_k mit $J = \infty$ im Bereich f_k des Stützenkopfes

$$6 \delta_{ks} = 9 h^* \frac{h_k + f_k}{h_k^2 + h_k f_k + f_k^2} = -6 \delta_{(k+1)s}, \quad (744)$$

bei starrer Einspannung am Ende \bar{k} des Pfostens h_k mit konstantem Trägheitsmoment im Bereich $h_k, (f_k = 0)$

$$6 \delta_{ks} = 9 h^*/h_k, \quad 6 \delta_{(k+1)s} = -9 h^*/h_k. \quad (745)$$

Daher ist mit $k = 0, 2, 4 \dots$ bei gelenkiger Auflagerung in \bar{k} :

$$X_{h1} = 6 \sum_k \frac{h^*}{h_k} (\beta'_{hk} - \beta'_{h(k+1)}), \quad (746)$$

bei starrer Einspannung in $\bar{k}, f_k = 0$:

$$X_{h1} = 9 \sum_k \frac{h^*}{h_k} (\beta'_{hk} - \beta'_{h(k+1)}). \quad (747)$$

Der EJ_c -fache Betrag ψ_1 des Stabdrehwinkels ist durch das Gleichgewicht der Schnittkräfte der Rahmenstellung bestimmt. Sie wird für diesen Nachweis in eine statisch äquivalente zwangläufige Stabkette I_1 verwandelt, an deren Elementen $i \equiv \bar{J}\bar{K}$ neben der Belastung \mathfrak{F} , die Stabendmomente $M_J^{(i)}, M_K^{(i)}$ als äußere Kräfte angreifen. Der Drehsinn im Uhrzeiger ist an beiden Stabenden positiv. Dasselbe gilt daher auch von der Momentensumme $M^{(i)} = M_J^{(i)} + M_K^{(i)}$ (Abb. 408) und ihren Anteilen $M_0^{(i)}, M_1^{(i)}$ in

$$M^{(i)} = M_0^{(i)} + \psi_1 M_1^{(i)}. \quad (748)$$

Die äußeren Kräfte der Kette ($\mathfrak{F}_i, M^{(i)}$) sind nach dem Prinzip der virtuellen Verrückungen (524) im Gleichgewicht, wenn ihre virtuelle Arbeit für den Bewegungszustand $\psi_1 = 1$ Null ist. Dabei drehen sich die Stäbe i um einen Hauptpol (i) mit der Geschwindigkeit v_{i1} .

$$\begin{aligned} \delta A_1 &= \sum (M_P^{(i)} + M_0^{(i)} + \psi_1 M_1^{(i)}) v_{i1} = 0, \\ \psi_1 &= - \frac{\sum (M_P^{(i)} + M_0^{(i)}) v_{i1}}{\sum M_1^{(i)} v_{i1}}. \end{aligned} \quad (749)$$

In diesem Ansatz ist $M_p^{(i)}$ das Moment aller Lasten am Stabe i in bezug auf dessen Hauptpol (i). Die Momentensummen $M_0^{(i)}$, $M_1^{(i)}$ sind Funktionen der statisch überzähligen Schnittkräfte X_{h_0} , X_{h_1} des durchlaufenden Trägers auf elastisch drehbaren Stützen infolge der äußeren Ursachen oder $\psi_1 = 1$. Bei senkrechten Pfosten sind die Winkelgeschwindigkeiten der Riegelstäbe Null. Sie verschieben sich parallel. Daher sind hier nur die waagerechten Komponenten W der Kräfte an der virtuellen Arbeit beteiligt. Sie beträgt $\sum W h^* = h^* \sum W$. Die virtuelle Arbeit der Kräfte am Pfosten h_k wird aus den folgenden Ergebnissen gebildet (Abb. 408).

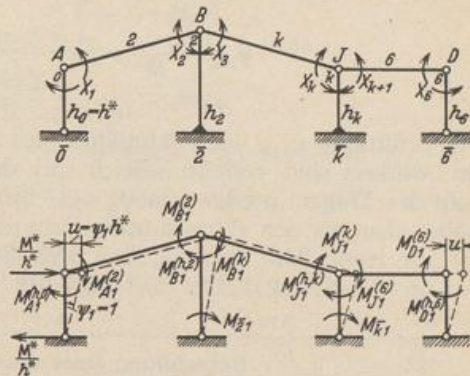


Abb. 408.

Winkelgeschwindigkeit: $v_{k1} = h^*/h_k$.

Stabmomente bei Belastung des Riegels:

$$M_{\bar{k}0} = \alpha_k (X_{(k+1)0} - X_{k0}), \quad M_0^{(h,k)} = (1 + \alpha_k) (X_{(k+1)0} - X_{k0}). \quad (750)$$

Gleichm. Temperaturänd.: $M_0^{(h,k)} = (1 + \alpha_k) (X_{(k+1)t,0} - X_{kt,0}) - \frac{3L_k \alpha_t t}{h_k h_k' \beta_k} E J_c. \quad (751)$

$\psi_1 = 1$:

$$\left. \begin{aligned} M_{\bar{k}1} &= \alpha_k (X_{(k+1)1} - X_{k1}) - \frac{3h^*}{h_k h_k' \beta_k}, \\ M_1^{(h,k)} &= (1 + \alpha_k) (X_{(k+1)1} - X_{k1}) - \frac{3h^*}{h_k h_k' \beta_k}. \end{aligned} \right\} \quad (752)$$

Bei frei drehbaren Pfostenenden ist $\alpha_k = 0$, $\beta_k = \infty$, bei eingespannten Pfostenenden

$$\alpha_k = \frac{\bar{h}_k (h_k + 2f_k)}{2(h_k^2 + h_k f_k + f_k^2)}, \quad \beta_k = 1 - \frac{f_k^2}{h_k^2}. \quad (753)$$

Mit ψ_1 ist dann

$$X_k = X_{k0} + \psi_1 X_{k1},$$

also infolge

Belastung: $M_{\bar{k}} = \alpha_k (X_{(k+1)0} - X_{k0}) + \psi_1 M_{\bar{k}1}, \quad (754)$

Temperaturänd.: $M_{\bar{k}} = \alpha_k (X_{(k+1)t,0} - X_{kt,0}) - \frac{3L_k \alpha_t t}{h_k h_k' \beta_k} E J_c + \psi_1 M_{\bar{k}1}.$

Die Einflußlinien einer beliebigen Schnittkraft K_r bestehen nach (742) aus den Ordinaten der Einflußlinie K_{r0} des durchgehenden Trägers ($\psi_1 = 0$) und den Ordinaten ψ_{1m} der Einflußlinie von ψ_1 nach deren Erweiterung mit der Schnittkraft K_{r1} infolge von $\psi_1 = 1$. Nach dem Satze von Maxwell ist

$$P_m v_{mM} = M \psi_{1m},$$

d. h. die Arbeit der wandernden Last P_m bei einer durch ein Kräftepaar M hervorgerufenen EJ_c -fachen Einbiegung v_{mM} des Riegels des durchlaufenden Rahmens ist gleich der virtuellen Arbeit des Kräftepaares M am Pfosten h^* während deren im EJ_c -fachen Betrage angegebenen Verdrehung ψ_{1m} infolge von P_m . Die äußeren Ursachen P_m und M können nach S. 90 beliebig festgesetzt werden. Daher soll $P_m = 1$, dagegen M so groß gewählt werden, daß dabei der Drehwinkel $\psi_1 = 1$ wird.

$$M = M^*, \quad v_{mM} = v_{m\psi}, \quad I_m v_{m\psi} = M^* \psi_{1m}.$$

Der Betrag M^* wird aus dem Gleichgewicht der Schnittkräfte an einer zwangsläufigen, mit $\psi_1 = 1$ angetriebenen Stabkette (Abb. 408) berechnet. Die Winkelgeschwindigkeiten der Riegel sind Null, diejenigen der Pfosten $v_k = h^*/h_k$.

Nach (524) ist dann

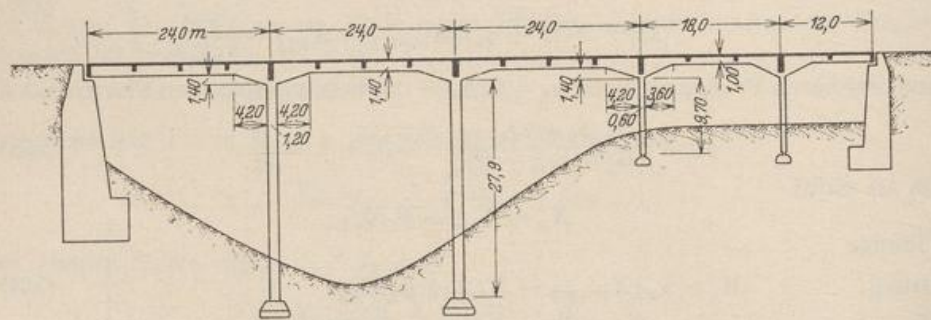
$$\left. \begin{aligned} M^* \cdot i + \sum \left(M_1^{(k)} \frac{h^*}{h_k} \right) &= 0, \\ \psi_{1m} = \frac{v_m \psi}{M^*} &= - \frac{v_m \psi}{\sum \left(M_1^{(k)} \frac{h^*}{h_k} \right)}. \end{aligned} \right\} \quad (755)$$

Die Ordinaten ψ_{1m} der Einflußlinie des EJ_c -fachen Betrages des ausgezeichneten Drehwinkels sind verhältnismäßig mit den EJ_c -fachen Ordinaten $v_m \psi$ der Biegelinie des Trägers infolge von $\psi_1 = 1$. Sie wird aus den Endmomenten der Riegelstäbe, also aus den statisch unbestimmten Schnittkräften $X_{(h-1)1}$, X_{h1} aufgezeichnet, die nach (746) bekannt sind. Um die Ordinaten ψ_{1m} unmittelbar zu erhalten, werden die Schnittkräfte X_h zunächst durch den Nenner des Ausdrucks (755) geteilt.

Berechnung eines durchlaufenden Rahmens.

1. Geometrische Grundlagen.

h	l_k	J_k	l'_k	h_k	$J_{h,k}$	h'_k	\bar{h}_k	\bar{l}_k
1	24,0	0,138	24,0	29,3	0,086	47,1	27,9	1,4
3	24,0	0,138	24,0	29,3	0,086	47,1	27,9	1,4
5	24,0	0,138	24,0	11,1	0,011	139,1	9,7	1,4
7	18,0	0,050	49,68	11,1	0,011	139,1	9,7	1,4
9	12,0	0,050	33,12	—	—	—	—	—



Hauptsystem der 1. Stufe

Stabkette I_1

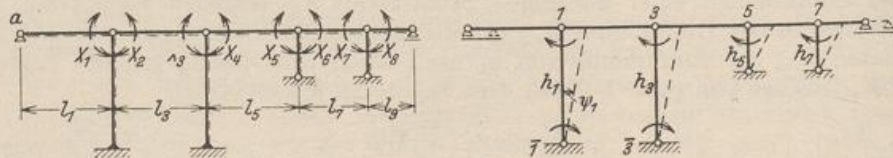


Abb. 409.

2. Approximation des Trägheitsmomentes für gerade Vouten. Tab. 29, Fall 3.

$$\begin{aligned} v_1 = v_3 = v_5 &= 0,2, & v_7 &= 0,217, & v_9 &= 0,323, \\ n_1 = n_3 = n_5 &= \frac{1,4^3}{2,8^3} = 0,125, & n_7 = n_8 &= \frac{1,0^3}{2,8^3} = 0,045, \\ \bar{\mu}_1 = \mu_3 = \mu_5 &= 1 - (1 - 0,125) [2 \cdot 0,2 \cdot 0,8 + 0,2/3] = 0,66, & \mu_7 &= 0,61, & \bar{\mu}_9 &= 0,48, \\ \lambda_3 = \lambda_5 &= 1 - 3(1 - 0,125) \cdot 0,2^2 = 0,90, & \lambda_7 &= 0,86, \\ \alpha_1 = \alpha_3 &= \frac{27,9(29,3 + 2 \cdot 1,4)}{2(29,3^2 + 29,3 \cdot 1,4 + 1,4^2)} = 0,4967, & \beta_1 = \beta_3 &= 1 - \frac{1,4^3}{29,3^3} \approx 1. \end{aligned}$$

3. Vorkzahlen der ersten Stufe (durchlaufender Träger) nach (702) u. (705).

Riegel: $6 \delta_{11,1} = 6 \delta_{22,1} = 6 \delta_{33,1} = 6 \delta_{44,1} = 6 \delta_{55,1} = 2 \cdot 0,66 \cdot 24 = 31,70,$

$6 \delta_{66,1} = 6 \delta_{77,1} = 60,60, \quad 6 \delta_{88,1} = 31,80,$

$6 \delta_{23} = 0,9 \cdot 24 = 21,60, \quad 6 \delta_{45} = 21,60, \quad 6 \delta_{67} = 42,70.$

Pfosten: $6 \delta_{11,2} = \frac{3 \cdot 27,9^3 \cdot 47,1}{2 \cdot 29,3 (29,3^2 + 29,3 \cdot 1,4 + 1,4^2)} = 58,10,$

$6 \delta_{11,2} = 6 \delta_{44,2} = -6 \delta_{34} = 58,10, \quad 6 \delta_{33,2} = 6 \delta_{44,2} = -6 \delta_{34} = 58,10,$

$6 \delta_{55,2} = 2 \frac{9,7^3}{11,13} \cdot 139,1 = 186,0, \quad 6 \delta_{66,2} = -6 \delta_{56} = 6 \delta_{77,2} = 6 \delta_{88,2} = -6 \delta_{78} = 186,0,$

$\delta_{kk} = \delta_{kk,1} + \delta_{kk,2}.$

Matrix der geometrischen Bedingungen $\delta_k = 0.$

X_{10}	X_{20}	X_{30}	X_{40}	X_{50}	X_{60}	X_{70}	X_{80}
89,8	-58,1						
-58,1	89,8	21,6					
	21,6	89,8	-58,1				
		-58,1	89,8	21,6			
			21,6	217,7	-186,0		
				-186,0	246,6	42,7	
					42,7	246,6	-186,0
						-186,0	217,8

Konjugierte Matrix $10^3 \beta'_{ik}.$

$\rightarrow + 0,723876 - 0,441569 + 0,703674 - 0,334880 + 0,823652 - 0,486571 + 0,853994 \rightarrow$

	$6 \delta_{10}$	$6 \delta_{20}$	$6 \delta_{30}$	$6 \delta_{40}$	$6 \delta_{50}$	$6 \delta_{60}$	$6 \delta_{70}$	$6 \delta_{80}$	
$10^3 X_{10}$	+20,9456	+15,1621	-6,6950	-4,7112	+1,5777	+1,2995	-0,6323	-0,5400	+0,646993
$10^3 X_{20}$	+15,1621	+23,4347	-10,3480	-7,2816	+2,4385	+2,0085	-0,9773	-0,8346	-0,413716
$10^3 X_{30}$	-6,6950	-10,3480	+25,0124	+17,6006	-5,8940	-4,8547	+2,3621	+2,0173	+0,718493
$10^3 X_{40}$	-4,7112	-7,2816	+17,6006	+24,4965	-8,2034	-6,7568	+3,2876	+2,8076	-0,449480
$10^3 X_{50}$	+1,5777	+2,4385	-5,8940	-8,2034	+18,2509	+15,0324	-7,3143	-6,2464	+0,894268
$10^3 X_{60}$	+1,2995	+2,0085	-4,8547	-6,7568	+15,0324	+16,8097	-8,1791	-6,9849	-0,531981
$10^3 X_{70}$	-0,6323	-0,9773	+2,3621	+3,2876	-7,3143	-8,1791	+15,3748	+13,1300	+0,830786
$10^3 X_{80}$	-0,5400	-0,8346	+2,0173	+2,8076	-6,2464	-6,9849	+13,1300	+15,8043	

4. Zustand $\psi_1 = 1.$ Belastungszahlen nach (744) u. (743). $h^* = h_1; X_{k1} = \sum \beta'_{ki} 6 \delta_{is}.$

$6 \delta_{1s} = -6 \delta_{2s} = 6 \delta_{3s} = -6 \delta_{4s} = 9 \frac{29,3 (29,3 + 1,4)}{29,3^2 + 29,3 \cdot 1,4 + 1,4^2} = 8,9804.$

$6 \delta_{5s} = -6 \delta_{6s} = 6 \delta_{7s} = -6 \delta_{8s} = 6 \frac{29,3}{11,1} = 15,8378.$

X_{11}	X_{21}	X_{31}	X_{41}	X_{51}	X_{61}	X_{71}	X_{81}
+0,03707	-0,09728	+0,08837	-0,05415	+0,04707	-0,03635	+0,04404	-0,03511 mt

$$M_1^{(h,1)} = 1,4967 (-0,09728 - 0,03707) - \frac{3 \cdot 29,3}{29,3 \cdot 47,1 \cdot 1} = -0,26478, \quad M_1^{(h,3)} = -0,27700 \text{ mt},$$

$$M_1^{(h,5)} = -0,03635 - 0,04707 = -0,08342, \quad M_1^{(h,7)} = -0,07915 \text{ mt}.$$

$$v_{11} = v_{31} = 1, \quad v_{51} = v_{71} = \frac{29,3}{11,1} = 2,6396;$$

$$\sum M_1^{(i)} v_{i1} = -0,97089.$$

$$M_{\bar{1}1} = 0,4967 (-0,09728 - 0,03707) - \frac{3}{47,1 \cdot 1} = -0,13043, \quad M_{\bar{3}1} = -0,13448 \text{ mt}.$$

5. Belastung der Felder l_1 und l_3 mit $p = 4 \text{ t/m}$. Belastungszahlen nach Tab. 36.

$$6 \delta_{10} = 6 \delta_{20} = 6 \delta_{30} = \frac{1}{4} \cdot 4 \cdot 24^2 \cdot 24 = 13824,$$

$$\delta_{40} = \delta_{50} = \delta_{60} = \delta_{70} = \delta_{80} = 0.$$

X_{10}	X_{20}	X_{30}	X_{40}	X_{50}	X_{60}	X_{70}	X_{80}
+406,59	+390,51	+110,16	+77,51	-25,96	-21,38	+10,42	+8,89 mt

$$M_0^{(h,1)} = 1,4967 (390,51 - 406,59) = -24,067, \quad M_0^{(h,3)} = -48,867 \text{ mt},$$

$$M_0^{(h,5)} = -21,38 + 25,96 = +4,58, \quad M_0^{(h,7)} = -1,53 \text{ mt},$$

$$\sum M_0^{(i)} v_{i1} = -64,884.$$

$$v_1 = -\frac{-64,884}{-0,97089} = -66,829.$$

$$X_1 = 406,59 - 66,829 \cdot 0,03707 = +404,11 \text{ mt usw.}$$

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8
+404,11	+397,01	+104,25	+81,13	-29,11	-18,95	+7,48	+11,24 mt

$$M_{\bar{1}} = 0,4967 (390,51 - 406,59) + 66,829 \cdot 0,13043 = +0,73, \quad M_{\bar{3}} = -7,23 \text{ mt}.$$

Die Biegemomente werden durch das Diagramm *a* der Abb. 410 dargestellt. Die Berücksichtigung der Vouten in den Belastungszahlen δ_{k0} durch numerische Integration nach Abschn. 18 ergibt $6 \delta_{10} = 6 \delta_{20} = 6 \delta_{30} = 12150$ und $X_{10} = 357,36$; $X_{20} = 343,22$; $X_{30} = 96,82$; $X_{40} = 68,12 \text{ mt}$ usw. Damit entsteht in Abb. 410 das Diagramm *b* der Biegemomente.

6. Temperaturerhöhung des Riegels um 15° . Belastungszahlen nach (715) u. (712).

$$6 E J_c \alpha_t t = 6 \cdot 2100000 \cdot 0,138 \cdot 10^{-5} \cdot 15 = 43,47; \quad 9 E J_c \alpha_t t = 65,21.$$

$$6 \delta_{1t} = -6 \delta_{2t} = 65,21 \frac{24}{29,3} = 53,41, \quad 6 \delta_{3t} = -6 \delta_{4t} = 106,82,$$

$$6 \delta_{5t} = -6 \delta_{6t} = 43,47 \cdot \frac{72}{11,1} = 281,97, \quad 6 \delta_{7t} = -6 \delta_{8t} = 352,50.$$

X_{10}	X_{20}	X_{30}	X_{40}	X_{50}	X_{60}	X_{70}	X_{80}
+0,14286	-0,69843	+0,81533	-0,83804	+0,73178	-0,75679	+0,95471	-0,80314 mt

$$M_0^{(h,1)} = 1,4967 (-0,69843 - 0,14286) - \frac{43,47 \cdot 24}{2 \cdot 29,3 \cdot 47,1 \cdot 1} = -1,63715,$$

$$M_0^{(h,3)} = -3,23058, \quad M_0^{(h,5)} = -1,48857, \quad M_0^{(h,7)} = -1,75785 \text{ mt}.$$

$$\sum M_0^{(i)} v_{i1} = -13,437, \quad v_{1t} = -13,840.$$

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8
-0,370	+0,648	-0,408	-0,089	+0,081	-0,254	+0,345	-0,317 mt

$$M_1 = 0,4967(-0,69843 - 0,14286) - \frac{43,47 \cdot 24}{2 \cdot 29,3 \cdot 47,1 \cdot 1} + 13,840 \cdot 0,13043 = +1,009 \text{ mt}$$

$$M_3 = +0,284 \text{ mt}$$

Die Momente sind in Abb. 411 aufgezeichnet.

7. Einflußlinie ψ_{1m} . Entwicklung aus der Biegelinie $v_{m\psi}$ des Riegels für $\psi_1 = 1$ nach S. 445 und damit aus den Biegelinien der Träger des Hauptsystems für $-X_k = 1$, ($k = 1 \dots 8$).

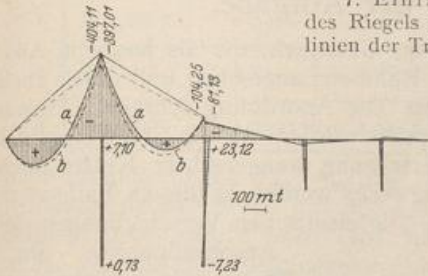


Abb. 410.

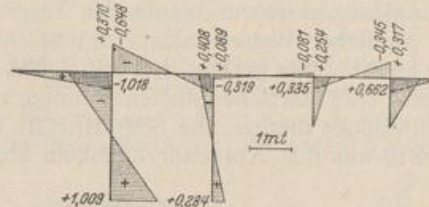


Abb. 411.

Diese werden nach S. 124 als Momentenlinien der elastischen Gewichte der Abschnitte l_3 und l_5 berechnet und mit

$$\delta_{3m} = \frac{l_3 l'_3}{6} \bar{\omega}_D, \quad \delta_{5m} = \frac{l_5 l'_5}{6} \bar{\omega}'_D$$

angeschrieben. Hierbei ergeben sich für $\bar{\omega}_D$ und $\bar{\omega}'_D$ folgende Werte:

m	0	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	0,9	1,0
$\bar{\omega}_D$	0	0,0877	0,1731	0,3063	0,3435	0,2367	0,1244	0
$\bar{\omega}'_D$	0	0,1244	0,2367	0,3435	0,3063	0,1731	0,0877	0

Das Ergebnis gilt mit großer Annäherung auch für das Randfeld l_1 , da $\bar{\mu} \approx \mu$. Es kann für den Trägerabschnitt zwischen den Vouten nach der Tabelle 29 unmittelbar angeschrieben werden und unterscheidet sich innerhalb der Vouten nur unwesentlich von der auf S. 395 als Näherung bezeichneten geraden Linie. Die Biegelinien der Felder l_7, l_9 entstehen in gleicher Weise.

Die Biegelinie $v_{m\psi}$ wird mit den Biegemomenten X_{k1} aus $\psi_1 = 1$ (S. 448) gebildet, im Felde l_3 z. B. aus X_{21} und X_{31} . Die Einflußlinie ψ_{1m} folgt dann aus (755) (Abb. 412).

$$\text{Feld } l_1: \psi_{1m} = -\frac{-X_{11}}{-0,97089} \cdot \frac{24^2}{6} \cdot \frac{6}{l_1 l'_1} \delta_{m1} \approx -3,6654 \bar{\omega}_D,$$

$$\text{Feld } l_3: \psi_{1m} = -\frac{-1}{-0,97089} \cdot \frac{24^2}{6} (X_{31} \bar{\omega}_D + X_{21} \bar{\omega}'_D) = -98,8783 (0,08837 \bar{\omega}_D - 0,09728 \bar{\omega}'_D),$$

$$\text{Feld } l_5: \psi_{1m} = -\frac{-1}{-0,97089} \cdot \frac{24^2}{6} (X_{51} \bar{\omega}_D + X_{41} \bar{\omega}'_D) = -98,8783 (0,04707 \bar{\omega}_D - 0,05415 \bar{\omega}'_D).$$

usw.

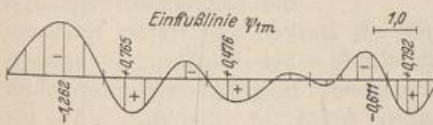


Abb. 412.

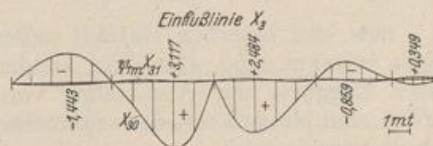


Abb. 413.

8. Einflußlinie X_3 . Einflußlinie X_{30} nach Gl. (665).

$$\text{Feld } l_1: X_{30} = -0,006695 \cdot 24^2 \cdot \frac{6}{l_1 l'_1} \delta_{m1} \approx -3,856320 \bar{\omega}_D,$$

$$\text{Feld } l_3: X_{30} = 0,025012 \cdot 24^2 (\bar{\omega}_D - \alpha_{23} \bar{\omega}'_D) = 14,407142 (\bar{\omega}_D - 0,413716 \bar{\omega}'_D),$$

$$\text{Feld } l_5: X_{30} = 0,017601 \cdot 24^2 (\bar{\omega}'_D - \alpha_{54} \bar{\omega}_D) = 10,137946 (\bar{\omega}'_D - 0,334880 \bar{\omega}_D)$$

usw.

Die Einflußlinie X_3 ergibt sich durch Superposition von X_{30} und der um $X_{31} = 0,08837$ erweiterten Einflußlinie $\psi_{1,m}$ (Abb. 413).

Dieses Beispiel wurde in Abschn. 40 für konstantes Trägheitsmoment gerechnet. Der Vergleich zeigt den Einfluß der Vouten auf die Größe der Schnittkräfte.

Spiegel, G.: Mehrstielige Rahmen. Berlin 1920. — Nakonz, W.: Die Berechnung mehrstieliger Rahmen unter Anwendung statisch unbestimmter Hauptssysteme. Berlin 1924. — Kleinogel, A.: Mehrstielige Rahmen 2. Aufl. Berlin 1927.

50. Die Erweiterung der Aufgabe.

Im Bauwesen sind zahlreiche Tragwerke im Gebrauch, die als bauliche Ausgestaltung eines durchlaufenden Trägers oder Rahmens angesehen und daher auch in ähnlicher Weise statisch untersucht werden. Die Anordnung schräger Stützen ist in Abb. 298 gezeigt und auf S. 328 nachgeprüft worden. An die Stelle einzelner End- oder Zwischenpfosten können zur Übertragung waagerechter Kräfte auch Stützbocke dienen. Die Schnittkräfte des Tragwerks werden in diesem Falle nach S. 319 aus den Knotendrehwinkeln abgeleitet. Die elastischen Verschiebungen der

Anschlußpunkte der Riegel in senkrechter Richtung besitzen nur in Ausnahmefällen Bedeutung.

Tragwerke nach Abb. 414 können als durchlaufende Träger oder durchlaufende Rahmen mit aufgelöstem Riegel angesehen werden, wenn die Änderung der Stützenentfernung durch die Belastung klein genug bleibt, um vernachlässigt zu werden. Die Berechnung der Schnittkräfte aus den Komponenten des Verschiebungszustandes der Knotenpunktfigur ist auf S. 310 erwähnt worden. Sie kann auch auf die Ansätze des Abschn. 24 zurückgeführt werden, wenn die Formänderungen δ_{k0} ,

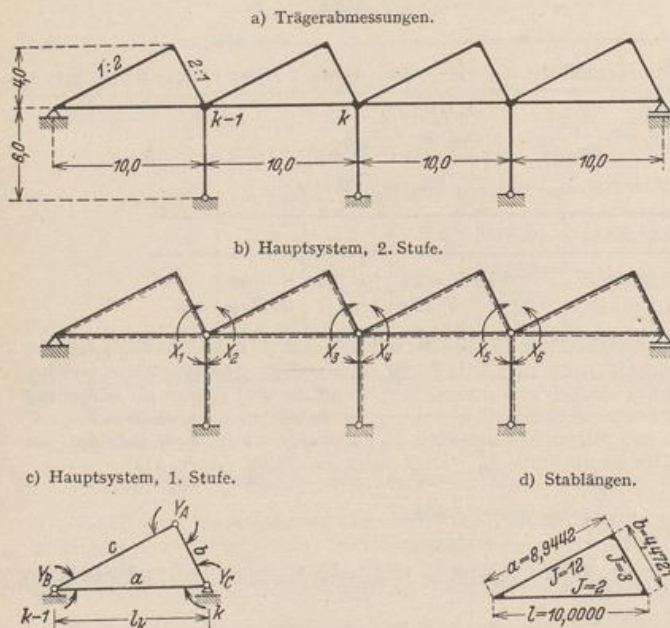


Abb. 414.

$\delta_{kk,1}$ usw. des innerlich statisch unbestimmten, als Balken gestützten Rahmenriegels bekannt sind. Das wird an der Untersuchung eines Shedbinders gezeigt, dessen Zuggurte zur Abstützung von Transmissionen biegeunflexibel ausgebildet worden sind, so daß mit der senkrechten Belastung p_a, p_b, p_c aller drei Stäbe gerechnet werden muß.

Die Lösung zerfällt in zwei Stufen. Die erste behandelt die statisch unbestimmten Schnittkräfte Y_A, Y_B, Y_C des Rahmenriegels l_k für dessen Belastung mit p_a, p_b oder p_c und durch die äußeren Kräfte $-X_{k-1} = 1, -X_k = 1$ und die Berechnung der Verdrehung der Endquerschnitte $(k-1), k$ infolge dieser äußeren Ursachen. In der zweiten Stufe werden die nunmehr bekannten Verdrehungen $\delta_{k0}, \delta_{kk,1}, \delta_{k(k-1)}, \delta_{(k-1)(k-1),1}$ zur Berechnung der Stützenmomente X_k, X_{k+1} rechts und links von einer Stütze k nach Abb. 414 verwendet. Mit diesen und den Schnitt-