



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

Zahlenbeispiel

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

Nach (524) ist dann

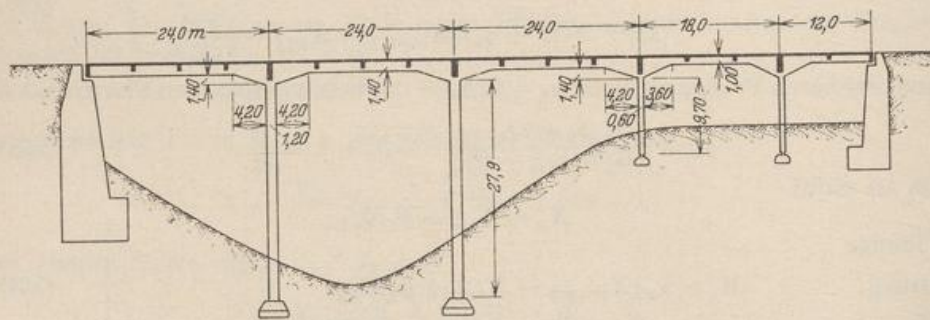
$$\left. \begin{aligned} M^* \cdot i + \sum \left(M_1^{(k)} \frac{h^*}{h_k} \right) &= 0, \\ \psi_{1m} = \frac{v_m \psi}{M^*} &= - \frac{v_m \psi}{\sum \left(M_1^{(k)} \frac{h^*}{h_k} \right)}. \end{aligned} \right\} \quad (755)$$

Die Ordinaten ψ_{1m} der Einflußlinie des EJ_c -fachen Betrages des ausgezeichneten Drehwinkels sind verhältnismäßig mit den EJ_c -fachen Ordinaten $v_m \psi$ der Biegelinie des Trägers infolge von $\psi_1 = 1$. Sie wird aus den Endmomenten der Riegelstäbe, also aus den statisch unbestimmten Schnittkräften $X_{(h-1)1}$, X_{h1} aufgezeichnet, die nach (746) bekannt sind. Um die Ordinaten ψ_{1m} unmittelbar zu erhalten, werden die Schnittkräfte X_h zunächst durch den Nenner des Ausdrucks (755) geteilt.

Berechnung eines durchlaufenden Rahmens.

1. Geometrische Grundlagen.

h	l_k	J_k	l'_k	h_k	$J_{h,k}$	h'_k	\bar{h}_k	\bar{l}_k
1	24,0	0,138	24,0	29,3	0,086	47,1	27,9	1,4
3	24,0	0,138	24,0	29,3	0,086	47,1	27,9	1,4
5	24,0	0,138	24,0	11,1	0,011	139,1	9,7	1,4
7	18,0	0,050	49,68	11,1	0,011	139,1	9,7	1,4
9	12,0	0,050	33,12	—	—	—	—	—



Hauptsystem der 1. Stufe

Stabkette I_1

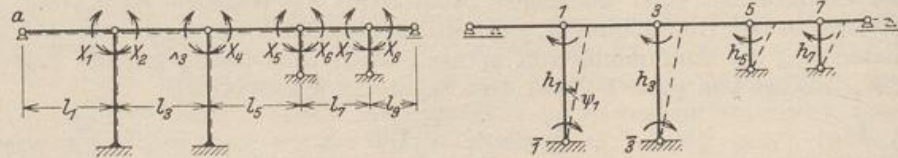


Abb. 409.

2. Approximation des Trägheitsmomentes für gerade Vouten. Tab. 29, Fall 3.

$$\begin{aligned} v_1 = v_3 = v_5 &= 0,2, & v_7 &= 0,217, & v_9 &= 0,323, \\ n_1 = n_3 = n_5 &= \frac{1,4^3}{2,8^3} = 0,125, & n_7 = n_8 &= \frac{1,0^3}{2,8^3} = 0,045, \\ \bar{\mu}_1 = \mu_3 = \mu_5 &= 1 - (1 - 0,125) [2 \cdot 0,2 \cdot 0,8 + 0,2/3] = 0,66, & \mu_7 &= 0,61, & \bar{\mu}_9 &= 0,48, \\ \lambda_3 = \lambda_5 &= 1 - 3(1 - 0,125) \cdot 0,2^2 = 0,90, & \lambda_7 &= 0,86, \\ \alpha_1 = \alpha_3 &= \frac{27,9(29,3 + 2 \cdot 1,4)}{2(29,3^2 + 29,3 \cdot 1,4 + 1,4^2)} = 0,4967, & \beta_1 = \beta_3 &= 1 - \frac{1,4^3}{29,3^3} \approx 1. \end{aligned}$$

3. Vorzahlen der ersten Stufe (durchlaufender Träger) nach (702) u. (705).

Riegel: $6 \delta_{11,1} = 6 \delta_{22,1} = 6 \delta_{33,1} = 6 \delta_{44,1} = 6 \delta_{55,1} = 2 \cdot 0,66 \cdot 24 = 31,70,$

$6 \delta_{66,1} = 6 \delta_{77,1} = 60,60, \quad 6 \delta_{88,1} = 31,80,$

$6 \delta_{23} = 0,9 \cdot 24 = 21,60, \quad 6 \delta_{45} = 21,60, \quad 6 \delta_{67} = 42,70.$

Pfosten: $6 \delta_{11,2} = \frac{3 \cdot 27,9^3 \cdot 47,1}{2 \cdot 29,3 (29,3^2 + 29,3 \cdot 1,4 + 1,4^2)} = 58,10,$

$6 \delta_{11,2} = 6 \delta_{44,2} = -6 \delta_{34} = 58,10, \quad 6 \delta_{33,2} = 6 \delta_{44,2} = -6 \delta_{34} = 58,10,$

$6 \delta_{55,2} = 2 \frac{9,7^3}{11,13} \cdot 139,1 = 186,0, \quad 6 \delta_{66,2} = -6 \delta_{56} = 6 \delta_{77,2} = 6 \delta_{88,2} = -6 \delta_{78} = 186,0,$

$\delta_{kk} = \delta_{kk,1} + \delta_{kk,2}.$

Matrix der geometrischen Bedingungen $\delta_k = 0.$

X_{10}	X_{20}	X_{30}	X_{40}	X_{50}	X_{60}	X_{70}	X_{80}
89,8	-58,1						
-58,1	89,8	21,6					
	21,6	89,8	-58,1				
		-58,1	89,8	21,6			
			21,6	217,7	-186,0		
				-186,0	246,6	42,7	
					42,7	246,6	-186,0
						-186,0	217,8

Konjugierte Matrix $10^3 \beta'_{ik}.$

$\rightarrow + 0,723876 - 0,441569 + 0,703674 - 0,334880 + 0,823652 - 0,486571 + 0,853994 \rightarrow$

	$6 \delta_{10}$	$6 \delta_{20}$	$6 \delta_{30}$	$6 \delta_{40}$	$6 \delta_{50}$	$6 \delta_{60}$	$6 \delta_{70}$	$6 \delta_{80}$	
$10^3 X_{10}$	+20,9456	+15,1621	-6,6950	-4,7112	+1,5777	+1,2995	-0,6323	-0,5400	+0,646993
$10^3 X_{20}$	+15,1621	+23,4347	-10,3480	-7,2816	+2,4385	+2,0085	-0,9773	-0,8346	-0,413716
$10^3 X_{30}$	-6,6950	-10,3480	+25,0124	+17,6006	-5,8940	-4,8547	+2,3621	+2,0173	+0,718493
$10^3 X_{40}$	-4,7112	-7,2816	+17,6006	+24,4965	-8,2034	-6,7568	+3,2876	+2,8076	-0,449480
$10^3 X_{50}$	+1,5777	+2,4385	-5,8940	-8,2034	+18,2509	+15,0324	-7,3143	-6,2464	+0,894268
$10^3 X_{60}$	+1,2995	+2,0085	-4,8547	-6,7568	+15,0324	+16,8097	-8,1791	-6,9849	-0,531981
$10^3 X_{70}$	-0,6323	-0,9773	+2,3621	+3,2876	-7,3143	-8,1791	+15,3748	+13,1300	+0,830786
$10^3 X_{80}$	-0,5400	-0,8346	+2,0173	+2,8076	-6,2464	-6,9849	+13,1300	+15,8043	

4. Zustand $\psi_1 = 1.$ Belastungszahlen nach (744) u. (743). $h^* = h_1; X_{k1} = \sum \beta'_{ki} 6 \delta_{is}.$

$6 \delta_{1s} = -6 \delta_{2s} = 6 \delta_{3s} = -6 \delta_{4s} = 9 \frac{29,3 (29,3 + 1,4)}{29,3^2 + 29,3 \cdot 1,4 + 1,4^2} = 8,9804.$

$6 \delta_{5s} = -6 \delta_{6s} = 6 \delta_{7s} = -6 \delta_{8s} = 6 \frac{29,3}{11,1} = 15,8378.$

X_{11}	X_{21}	X_{31}	X_{41}	X_{51}	X_{61}	X_{71}	X_{81}
+0,03707	-0,09728	+0,08837	-0,05415	+0,04707	-0,03635	+0,04404	-0,03511 mt

$$M_1^{(h,1)} = 1,4967 (-0,09728 - 0,03707) - \frac{3 \cdot 29,3}{29,3 \cdot 47,1 \cdot 1} = -0,26478, \quad M_1^{(h,3)} = -0,27700 \text{ mt},$$

$$M_1^{(h,5)} = -0,03635 - 0,04707 = -0,08342, \quad M_1^{(h,7)} = -0,07915 \text{ mt}.$$

$$v_{11} = v_{31} = 1, \quad v_{51} = v_{71} = \frac{29,3}{11,1} = 2,6396;$$

$$\sum M_1^{(i)} v_{i1} = -0,97089.$$

$$M_{\bar{1}1} = 0,4967 (-0,09728 - 0,03707) - \frac{3}{47,1 \cdot 1} = -0,13043, \quad M_{\bar{3}1} = -0,13448 \text{ mt}.$$

5. Belastung der Felder l_1 und l_3 mit $p = 4 \text{ t/m}$. Belastungszahlen nach Tab. 36.

$$6 \delta_{10} = 6 \delta_{20} = 6 \delta_{30} = \frac{1}{4} \cdot 4 \cdot 24^2 \cdot 24 = 13824,$$

$$\delta_{40} = \delta_{50} = \delta_{60} = \delta_{70} = \delta_{80} = 0.$$

X_{10}	X_{20}	X_{30}	X_{40}	X_{50}	X_{60}	X_{70}	X_{80}
+406,59	+390,51	+110,16	+77,51	-25,96	-21,38	+10,42	+8,89 mt

$$M_0^{(h,1)} = 1,4967 (390,51 - 406,59) = -24,067, \quad M_0^{(h,3)} = -48,867 \text{ mt},$$

$$M_0^{(h,5)} = -21,38 + 25,96 = +4,58, \quad M_0^{(h,7)} = -1,53 \text{ mt},$$

$$\sum M_0^{(i)} v_{i1} = -64,884.$$

$$v_1 = -\frac{-64,884}{-0,97089} = -66,829.$$

$$X_1 = 406,59 - 66,829 \cdot 0,03707 = +404,11 \text{ mt usw.}$$

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8
+404,11	+397,01	+104,25	+81,13	-29,11	-18,95	+7,48	+11,24 mt

$$M_{\bar{1}} = 0,4967 (390,51 - 406,59) + 66,829 \cdot 0,13043 = +0,73, \quad M_{\bar{3}} = -7,23 \text{ mt}.$$

Die Biegemomente werden durch das Diagramm *a* der Abb. 410 dargestellt. Die Berücksichtigung der Vouten in den Belastungszahlen δ_{k0} durch numerische Integration nach Abschn. 18 ergibt $6 \delta_{10} = 6 \delta_{20} = 6 \delta_{30} = 12150$ und $X_{10} = 357,36$; $X_{20} = 343,22$; $X_{30} = 96,82$; $X_{40} = 68,12 \text{ mt}$ usw. Damit entsteht in Abb. 410 das Diagramm *b* der Biegemomente.

6. Temperaturerhöhung des Riegels um 15° . Belastungszahlen nach (715) u. (712).

$$6 E J_c \alpha_t t = 6 \cdot 2100000 \cdot 0,138 \cdot 10^{-5} \cdot 15 = 43,47; \quad 9 E J_c \alpha_t t = 65,21.$$

$$6 \delta_{1t} = -6 \delta_{2t} = 65,21 \frac{24}{29,3} = 53,41, \quad 6 \delta_{3t} = -6 \delta_{4t} = 106,82,$$

$$6 \delta_{5t} = -6 \delta_{6t} = 43,47 \cdot \frac{72}{11,1} = 281,97, \quad 6 \delta_{7t} = -6 \delta_{8t} = 352,50.$$

X_{10}	X_{20}	X_{30}	X_{40}	X_{50}	X_{60}	X_{70}	X_{80}
+0,14286	-0,69843	+0,81533	-0,83804	+0,73178	-0,75679	+0,95471	-0,80314 mt

$$M_0^{(h,1)} = 1,4967 (-0,69843 - 0,14286) - \frac{43,47 \cdot 24}{2 \cdot 29,3 \cdot 47,1 \cdot 1} = -1,63715,$$

$$M_0^{(h,3)} = -3,23058, \quad M_0^{(h,5)} = -1,48857, \quad M_0^{(h,7)} = -1,75785 \text{ mt}.$$

$$\sum M_0^{(i)} v_{i1} = -13,437, \quad v_{1t} = -13,840.$$

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8
-0,370	+0,648	-0,408	-0,089	+0,081	-0,254	+0,345	-0,317 mt

$$M_1 = 0,4967(-0,69843 - 0,14286) - \frac{43,47 \cdot 24}{2 \cdot 29,3 \cdot 47,1 \cdot 1} + 13,840 \cdot 0,13043 = +1,009 \text{ mt}$$

$$M_3 = +0,284 \text{ mt}$$

Die Momente sind in Abb. 411 aufgezeichnet.

7. Einflußlinie ψ_{1m} . Entwicklung aus der Biegelinie $v_{m\psi}$ des Riegels für $\psi_1 = 1$ nach S. 445 und damit aus den Biegelinien der Träger des Hauptsystems für $-X_k = 1$, ($k = 1 \dots 8$).

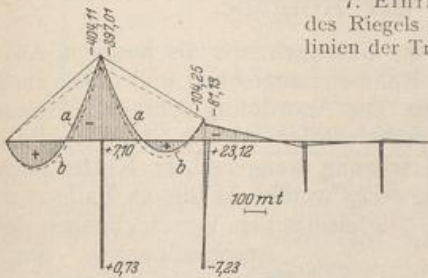


Abb. 410.

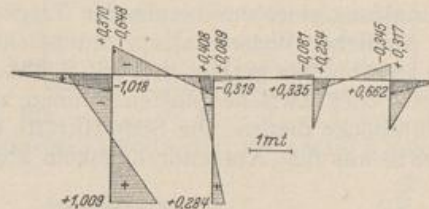


Abb. 411.

Diese werden nach S. 124 als Momentenlinien der elastischen Gewichte der Abschnitte l_3 und l_5 berechnet und mit

$$\delta_{3m} = \frac{l_3 l_3'}{6} \bar{\omega}_D, \quad \delta_{5m} = \frac{l_5 l_5'}{6} \bar{\omega}'_D$$

angeschrieben. Hierbei ergeben sich für $\bar{\omega}_D$ und $\bar{\omega}'_D$ folgende Werte:

m	0	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	0,9	1,0
$\bar{\omega}_D$	0	0,0877	0,1731	0,3063	0,3435	0,2367	0,1244	0
$\bar{\omega}'_D$	0	0,1244	0,2367	0,3435	0,3063	0,1731	0,0877	0

Das Ergebnis gilt mit großer Annäherung auch für das Randfeld l_1 , da $\bar{\mu} \approx \mu$. Es kann für den Trägerabschnitt zwischen den Vouten nach der Tabelle 29 unmittelbar angeschrieben werden und unterscheidet sich innerhalb der Vouten nur unwesentlich von der auf S. 395 als Näherung bezeichneten geraden Linie. Die Biegelinien der Felder l_7, l_9 entstehen in gleicher Weise.

Die Biegelinie $v_{m\psi}$ wird mit den Biegemomenten X_{k1} aus $\psi_1 = 1$ (S. 448) gebildet, im Felde l_3 z. B. aus X_{21} und X_{31} . Die Einflußlinie ψ_{1m} folgt dann aus (755) (Abb. 412).

$$\text{Feld } l_1: \psi_{1m} = -\frac{-X_{11}}{-0,97089} \cdot \frac{24^2}{6} \cdot \frac{6}{l_1 l_1'} \delta_{m1} \approx -3,6654 \bar{\omega}_D,$$

$$\text{Feld } l_3: \psi_{1m} = -\frac{-1}{-0,97089} \cdot \frac{24^2}{6} (X_{31} \bar{\omega}_D + X_{21} \bar{\omega}'_D) = -98,8783 (0,08837 \bar{\omega}_D - 0,09728 \bar{\omega}'_D),$$

$$\text{Feld } l_5: \psi_{1m} = -\frac{-1}{-0,97089} \cdot \frac{24^2}{6} (X_{51} \bar{\omega}_D + X_{41} \bar{\omega}'_D) = -98,8783 (0,04707 \bar{\omega}_D - 0,05415 \bar{\omega}'_D).$$

usw.

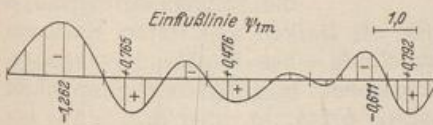


Abb. 412.

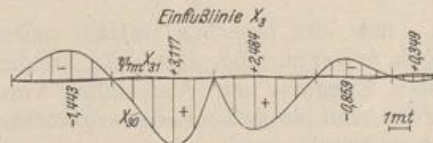


Abb. 413.

8. Einflußlinie X_3 . Einflußlinie X_{30} nach Gl. (665).

$$\text{Feld } l_1: X_{30} = -0,006695 \cdot 24^2 \cdot \frac{6}{l_1 l_1'} \delta_{m1} \approx -3,856320 \bar{\omega}_D,$$

$$\text{Feld } l_3: X_{30} = 0,025012 \cdot 24^2 (\bar{\omega}_D - \alpha_{23} \bar{\omega}'_D) = 14,407142 (\bar{\omega}_D - 0,413716 \bar{\omega}'_D),$$

$$\text{Feld } l_5: X_{30} = 0,017601 \cdot 24^2 (\bar{\omega}'_D - \alpha_{54} \bar{\omega}_D) = 10,137946 (\bar{\omega}'_D - 0,334880 \bar{\omega}_D)$$

usw.

Die Einflußlinie X_3 ergibt sich durch Superposition von X_{30} und der um $X_{31} = 0,08837$ erweiterten Einflußlinie $\psi_{1,m}$ (Abb. 413).

Dieses Beispiel wurde in Abschn. 40 für konstantes Trägheitsmoment gerechnet. Der Vergleich zeigt den Einfluß der Vouten auf die Größe der Schnittkräfte.

Spiegel, G.: Mehrstielige Rahmen. Berlin 1920. — Nakonz, W.: Die Berechnung mehrstieliger Rahmen unter Anwendung statisch unbestimmter Hauptsysteme. Berlin 1924. — Kleinogel, A.: Mehrstielige Rahmen 2. Aufl. Berlin 1927.

50. Die Erweiterung der Aufgabe.

Im Bauwesen sind zahlreiche Tragwerke im Gebrauch, die als bauliche Ausgestaltung eines durchlaufenden Trägers oder Rahmens angesehen und daher auch in ähnlicher Weise statisch untersucht werden. Die Anordnung schräger Stützen ist in Abb. 298 gezeigt und auf S. 328 nachgeprüft worden. An die Stelle einzelner End- oder Zwischenpfosten können zur Übertragung waagerechter Kräfte auch Stützböcke dienen. Die Schnittkräfte des Tragwerks werden in diesem Falle nach S. 319 aus den Knotendrehwinkeln abgeleitet. Die elastischen Verschiebungen der

Anschlußpunkte der Riegel in senkrechter Richtung besitzen nur in Ausnahmefällen Bedeutung.

Tragwerke nach Abb. 414 können als durchlaufende Träger oder durchlaufende Rahmen mit aufgelöstem Riegel angesehen werden, wenn die Änderung der Stützenentfernung durch die Belastung klein genug bleibt, um vernachlässigt zu werden. Die Berechnung der Schnittkräfte aus den Komponenten des Verschiebungszustandes der Knotenpunktfigur ist auf S. 310 erwähnt worden. Sie kann auch auf die Ansätze des Abschn. 24 zurückgeführt werden, wenn die Formänderungen δ_{k0} ,

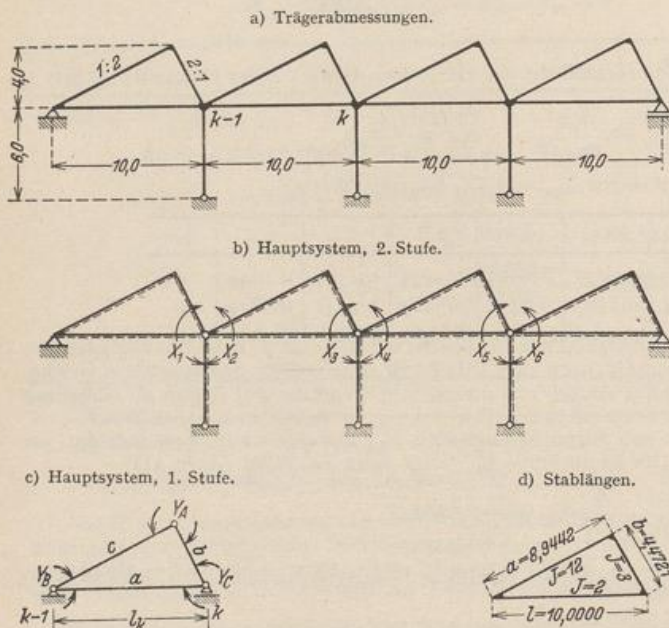


Abb. 414.

$\delta_{kk,1}$ usw. des innerlich statisch unbestimmten, als Balken gestützten Rahmenriegels bekannt sind. Das wird an der Untersuchung eines Shedbinders gezeigt, dessen Zuggurte zur Abstützung von Transmissionen biegeunflexibel ausgebildet worden sind, so daß mit der senkrechten Belastung p_a, p_b, p_c aller drei Stäbe gerechnet werden muß.

Die Lösung zerfällt in zwei Stufen. Die erste behandelt die statisch unbestimmten Schnittkräfte Y_A, Y_B, Y_C des Rahmenriegels l_k für dessen Belastung mit p_a, p_b oder p_c und durch die äußeren Kräfte $-X_{k-1} = 1, -X_k = 1$ und die Berechnung der Verdrehung der Endquerschnitte $(k-1), k$ infolge dieser äußeren Ursachen. In der zweiten Stufe werden die nunmehr bekannten Verdrehungen $\delta_{k0}, \delta_{kk,1}, \delta_{k(k-1)}, \delta_{(k-1)(k-1),1}$ zur Berechnung der Stützenmomente X_k, X_{k+1} rechts und links von einer Stütze k nach Abb. 414 verwendet. Mit diesen und den Schnitt-