



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Statik im Stahlbetonbau

Beyer, Kurt

Berlin [u.a.], 1956

51. Der Stockwerkrahmen

[urn:nbn:de:hbz:466:1-74292](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-74292)

Bei antimetrischer Belastung des Tragwerks durch Winddruck sind das Biegemoment und die senkrechte Verschiebung der Querschnitte 4 und 8 der Symmetrieachse Null. Die Schnittkräfte werden daher mit dem Hauptssystem Abb. 421 berechnet.

$$Y_1 = -M_2 = M_6, \quad Y_2 = -M_3 = M_5, \quad M_4 = 0;$$

$$\delta_{11} = \frac{l_1}{3} + l_2 + \frac{l_3}{3}, \quad \delta_{12} = \frac{l_3}{6}, \quad \delta_{22} = \frac{l_3 + l_4}{3}.$$

51. Der Stockwerkrahmen.

Der Stockwerkrahmen ist in der Gegenwart ein wichtiges Traggerüst des Brücken- und Hochbaues. Während die Verbindung von Zwischenstütze und Riegel bei Ausführungen in Stahl für den Festigkeitsnachweis in der Regel frei drehbar angenommen wird, gilt sie bei der einfachen Ausbildung der Rahmenknoten im Eisenbetonbau als steif. Die Unterteilung in Tragwerke mit zwei und mehr als zwei Pfosten ist durch die Verwendung des Stockwerkrahmens im Bauwesen entstanden; sie läßt sich noch besser durch die statische Untersuchung begründen.

Der Stockwerkrahmen mit zwei Pfosten. Die Rahmenknoten liegen beliebig zueinander oder symmetrisch zu einer Mittellinie. Unter diesen Stockwerkrahmen ist die Anordnung mit senkrechten Pfosten ausgezeichnet.

Die Schnittkräfte des Tragwerks lassen sich stets aus den überzähligen Größen X_k eines statisch bestimmten oder statisch unbestimmten Hauptsystems ableiten. Der statisch bestimmte Aufbau von Dreigelenrahmen führt zu geometrischen Bedingungsgleichungen mit acht oder fünf überzähligen Größen. Die geometrischen Bedingungen für die Formänderung eines statisch unbestimmten Hauptsystems aus Zweigelenrahmen enthalten je sechs oder drei statisch überzählige Größen. Die Auflösung des Ansatzes leidet in beiden Fällen durch ungünstige Fehlerfortpflanzung. Daher werden bei einem Stabnetz mit beliebiger Knotenpunktfigur nach Abschn. 38 ff. zunächst die Knoten- und Stabdrehwinkel φ_j, ϑ_h aus den Gleichgewichtsbedingungen (523) der Schnittkräfte berechnet und diese dann selbst als Funktionen der Komponenten φ_j, ϑ_h des Verschiebungszustandes angegeben. Die Gleichgewichtsbedingung $\delta A_j = 0$ enthält vier unbekannte Knotendrehwinkel φ_j und zwei unabhängige Parameter ψ_c des Verschiebungszustandes, die Gleichgewichtsbedingung $\delta A_c = 0$ je vier Knotendrehwinkel φ_j und einen Parameter ψ_c . Da diese nach S. 311 voneinander unabhängig sein sollen, werden dafür die relativen Drehwinkel eines der beiden Pfosten h_k zum Riegelstab l_k der Stabkette (k) verwendet. Die Gleichungen lassen sich für jeden Belastungsfall am besten durch Iteration auflösen.

Berechnung der waagerechten Verschiebung u_F und der Verdrehung ϑ_i des Stabes i des Gerüsts Abb. 422 infolge einer exzentrisch zur Stabachse angreifenden waagerechten Kraft W .

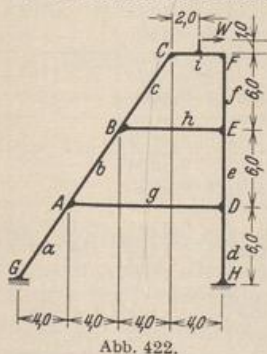


Abb. 422.

1. Geometrische Grundlagen.

k	l_k [m]	J_c/J_k	l_k	$1/l_k$
a	7,211 102	1	7,211 102	0,1387
b	7,211 102	1	7,211 102	0,1387
c	7,211 102	1	7,211 102	0,1387
d	6,000 000	1	6,000 000	0,1667
e	6,000 000	1	6,000 000	0,1667
f	6,000 000	1	6,000 000	0,1667
g	12,000 000	1/2	4,000 000	0,2500
h	8,000 000	1/2	2,666 667	0,3750
i	4,000 000	1	4,000 000	0,2500

2. Die geometrisch überzähligen Größen des Verschiebungszustandes und die statischen Bedingungsgleichungen. Als unabhängige geometrisch überzählige Größen

im Sinne von S. 311 werden neben den 6 Knotendrehwinkeln $\varphi_A \dots \varphi_F$ und dem Stabdrehwinkel $\vartheta_d = \psi_1$ die gegenseitigen Verdrehungen $\vartheta_e - \vartheta_g = \psi_2$ und $\vartheta_f - \vartheta_h = \psi_3$ verwendet. Sie bilden die Wurzeln der 9 statischen Bedingungen.

$$\delta A_J = \sum a_{JK} \varphi_K + \sum a_{Je} \psi_e + a_{J0} = 0 \quad J = A \dots F;$$

$$\delta A_h = \sum a_{hK} \varphi_K + \sum a_{he} \psi_e + a_{h0} = 0 \quad h = 1, 2, 3.$$

Die Vorzeichen bedeuten nach Abschn. 38 die virtuelle Arbeit der äußeren Kräfte an neun verschiedenen zwangläufigen Gebilden I_J, I_h im Geschwindigkeitszustand $\dot{\varphi}_J = 1, \dot{\psi}_h = 1$. Diese äußeren Kräfte in a_{JK}, a_{Je} sind Anschlußmomente des Hauptsystems infolge von $\varphi_K = 1$ oder aus den Stabdrehwinkeln ϑ_{he} infolge von $\psi_e = 1$. Die äußeren Kräfte in a_{J0}, a_{h0} bestehen aus der Belastung \mathfrak{P} und den ihr zugeordneten Anschlußmomenten des Hauptsystems. Diese werden nach (507) oder der Tabelle 25 gebildet (S. 457).

a) Bewegungszustände $\psi_1 = 1, \psi_2 = 1, \psi_3 = 1$ (Abb. 423).

α) Kinematische Kette I_1 (Abb. 423a): $\psi_1 = \vartheta_d = 1, \psi_2 = \vartheta_e - \vartheta_g = 0, \psi_3 = \vartheta_f - \vartheta_h = 0$.

$$\vartheta_I = 1, \quad \vartheta_{II} = -\vartheta_I \frac{6,0}{18,0} = -\frac{1}{3}, \quad \vartheta_{III} = -\vartheta_{II} \frac{3}{1} = +1,$$

$$u_{F1} = -\vartheta_{II} \cdot 6,00 = +2,00.$$

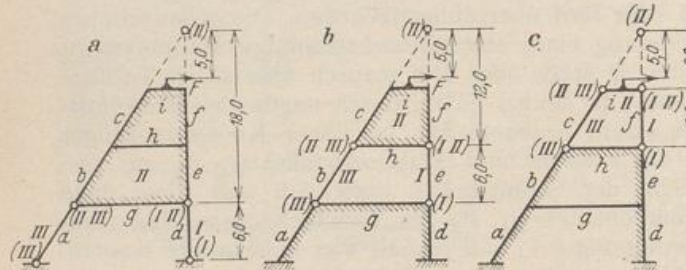
β) Kinematische Kette I_2 (Abb. 423b): $\psi_1 = \vartheta_d = 0, \psi_2 = \vartheta_e - \vartheta_g = 1, \psi_3 = \vartheta_f - \vartheta_h = 0$.

$$\vartheta_I = 1, \quad \vartheta_{II} = -\vartheta_I \frac{6,0}{12,0} = -\frac{1}{2}, \quad \vartheta_{III} = -\vartheta_{II} \frac{2}{1} = +1,$$

$$u_{F2} = -\vartheta_{II} \cdot 6,00 = +3,00.$$

γ) Kinematische Kette I_3 (Abb. 423c): $\psi_1 = \vartheta_d = 0, \psi_2 = \vartheta_e - \vartheta_g = 0, \psi_3 = \vartheta_f - \vartheta_h = 1$.

$$\vartheta_I = 1, \quad \vartheta_{II} = -\vartheta_I \frac{6,0}{6,0} = -1, \quad \vartheta_{III} = +1, \quad u_{F3} = -\vartheta_{II} \cdot 6,00 = +6,00.$$



	$\psi_1 = 1$	$\psi_2 = 1$	$\psi_3 = 1$
ϑ_a	+1	0	0
ϑ_b	-1/2	+1	0
ϑ_c	-1/2	-1/2	+1
ϑ_d	+1	0	0
ϑ_e	-1/2	+1	0
ϑ_f	-1/2	-1/2	+1
ϑ_g	-1/2	0	0
ϑ_h	-1/2	-1/2	0
ϑ_i	-1/2	-1/2	-1

Abb. 423.

b) Tabelle der Anschlußmomente nach (530).

	$\varphi_A = 1$	$\varphi_B = 1$	$\varphi_C = 1$	$\varphi_D = 1$	$\varphi_E = 1$	$\varphi_F = 1$	$\psi_1 = 1$	$\psi_2 = 1$	$\psi_3 = 1$
$M_A^{(a)}$	+0,5548	0	0	0	0	0	-0,8322	0	0
$M_B^{(b)}$	+0,5548	+0,2774	0	0	0	0	+0,2774	-0,8322	0
$M_A^{(c)}$	+1,0000	0	0	+0,5000	0	0	+0,5000	0	0
$M_B^{(d)}$	+0,2774	+0,5548	0	0	0	0	+0,2774	-0,8322	0
$M_C^{(e)}$	0	+0,5548	+0,2774	0	0	0	+0,2774	+0,4161	-0,8322
$M_B^{(f)}$	0	+1,5000	0	0	+0,7500	0	+0,7500	+1,1250	0
$M_C^{(g)}$	0	+0,2774	+0,5548	0	0	0	+0,2774	+0,4161	-0,8322
$M_C^{(h)}$	0	0	+1,0000	0	0	+0,5000	+0,5000	+0,7500	+1,5000
$M_D^{(i)}$	0	0	0	+0,6668	0	0	-1,0002	0	0
$M_D^{(j)}$	0	0	0	+0,6668	+0,3334	0	+0,3334	-1,0002	0
$M_D^{(k)}$	+0,5000	0	0	+1,0000	0	0	+0,5000	0	0
$M_E^{(l)}$	0	0	0	+0,3334	+0,6668	0	+0,3334	-1,0002	0
$M_E^{(m)}$	0	0	0	0	+0,6668	+0,3334	+0,3334	+0,5001	-1,0002
$M_E^{(n)}$	0	+0,7500	0	0	+1,5000	0	+0,7500	+1,1250	0
$M_F^{(o)}$	0	0	0	0	+0,3334	+0,6668	+0,3334	+0,5001	-1,0002
$M_F^{(p)}$	0	0	+0,5000	0	0	+1,0000	+0,5000	+0,7500	+1,5000
$M_G^{(q)}$	+0,2774	0	0	0	0	0	-0,8322	0	0
$M_H^{(r)}$	0	0	0	+0,3334	0	0	-1,0002	0	0

c) Die Vorzahlen der statischen Bedingungen.

$$a_{AK} = -\dot{i}_A (M_{AK}^{(a)} + M_{AK}^{(b)} + M_{AK}^{(c)}), \quad a_{BK} = -\dot{i}_B (M_{BK}^{(b)} + M_{BK}^{(c)} + M_{BK}^{(d)}).$$

Mit $M_{aK} = M_{AK}^{(a)} + M_{BK}^{(a)}$, der Summe der Stabendmomente im positiven Drehsinn aus $K \equiv A \dots F, 1, 2, 3$, ist

$$a_{1K} = \dot{i}_1 M_{aK} + \dot{i}_1 M_{dK} - \frac{1}{3} \cdot \dot{i}_1 (M_{bK} + M_{cK} + M_{eK} + M_{fK} + M_{gK} + M_{hK} + M_{iK}),$$

$$a_{2K} = \dot{i}_2 M_{bK} + \dot{i}_2 M_{cK} - \frac{1}{2} \cdot \dot{i}_2 (M_{cK} + M_{fK} + M_{hK} + M_{iK}).$$

d) Die Belastungszahlen (Abb. 424).

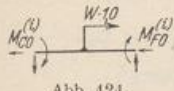


Abb. 424.

$$M_{c0}^{(d)} = M_{f0}^{(d)} = + \frac{W \cdot l \cdot 0}{4} \quad (\text{Tabelle 25}),$$

$$a_{c0} = -\dot{i}_c \cdot M_{c0}^{(d)} = -0,25 W, \quad a_{f0} = -\dot{i}_f \cdot M_{f0}^{(d)} = -0,25 W.$$

$$a_{10} = \dot{i}_1 (-\frac{1}{3}) (2 \cdot 0,25 W - 5,0 W), \quad a_{20} = \dot{i}_2 (-\frac{1}{2}) (2 \cdot 0,25 W - 5,0 W),$$

$$a_{30} = \dot{i}_3 (-1) (2 \cdot 0,25 W - 5,0 W).$$

e) Matrix der statischen Bedingungen. ($W = 1$).

	φ_A	φ_B	φ_C	φ_D	φ_E	φ_F	ψ_1	ψ_2	ψ_3	a_{j0}
A	-2,1096	-0,2774	.	-0,5000	.	.	+0,0548	+0,8322	.	
B	-0,2774	-2,6096	-0,2774	.	-0,7500	.	-1,3048	-0,7089	+0,8322	
C	.	-0,2774	-1,5548	.	.	-0,5000	-0,7774	-1,1661	-0,6678	-0,25
D	-5,000	.	.	-2,3336	-0,3334	.	+0,1668	+1,0002	.	
E	.	-0,7500	.	-0,3334	-2,8336	-0,3334	-1,4168	-0,6249	+1,0002	
F	.	.	-0,5000	.	-0,3334	-1,6668	-0,8334	-1,2501	-0,4998	-0,25
1	+0,0548	-1,3048	-0,7774	+0,1668	-1,4168	-0,8334	-5,6459	-0,6392	+0,2216	+1,50
2	+0,8322	-0,7089	-1,1661	+1,0002	-0,6249	-1,2501	-0,6392	-6,4560	+0,3324	+2,25
3	.	+0,8322	-0,6678	.	+1,0002	-0,4998	+0,2216	+0,3324	-6,6648	+4,50

3. Auflösung durch Iteration (Abschn. 30).

φ_A	φ_B	φ_C	φ_D	φ_E	φ_F	ψ_1	ψ_2	ψ_3
+0,2788	-0,1178	-1,1160	+0,3444	-0,0378	-0,9834	+0,5546	+0,8379	+0,9006

4. EJ_c fache waagerechte Verschiebung des Knotens F (Stab i).

$$u_F = \psi_1 u_{F1} + \psi_2 u_{F2} + \psi_3 u_{F3} = \psi_1 \cdot 2,00 + \psi_2 \cdot 3,00 + \psi_3 \cdot 6,00 = 9,0265.$$

EJ_c fache Verdrehung des Stabes i.

$$\vartheta_i = \psi_1 \vartheta_{i1} + \psi_2 \vartheta_{i2} + \psi_3 \vartheta_{i3} = \psi_1 (-\frac{1}{3}) + \psi_2 (-\frac{1}{2}) + \psi_3 (-1) = -1,5045.$$

Der symmetrische Stockwerkrahmen mit zwei geneigten Pfosten. Die äußeren Ursachen des Spannungs- und Verschiebungszustandes des Tragwerks (Belastung \mathfrak{P} , Temperaturänderung t und die Stützenverschiebungen) werden nach S. 186 in den symmetrischen und antisymmetrischen Anteil zerlegt. Die Schnittkräfte sind nach Abschn. 28 Funktionen von statisch überzähligen Gruppenlasten eines statisch bestimmten Hauptsystems, die aus den Schnittkräften am unteren Ende

der Pfosten h_r eines jeden Stockwerks (r) gebildet werden. Dies sind links die Kräfte $A^{(r)}, H_a^{(r)}, M_a^{(r)}$, rechts die Kräfte $B^{(r)}, H_b^{(r)}, M_b^{(r)}$ (Abb. 425).

$$X_r = \frac{M_a^{(r)} + M_b^{(r)}}{2}, \quad Y_r = \frac{M_a^{(r)} - M_b^{(r)}}{2}, \quad X'_r = \frac{H_a^{(r)} + H_b^{(r)}}{2} \cdot h_r. \quad (756)$$

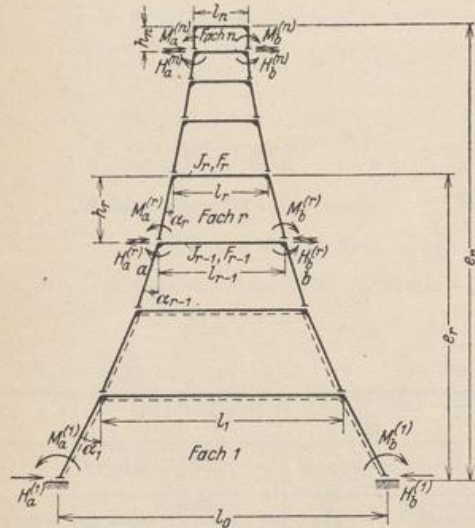


Abb. 425.

Die Kräfte $A^{(r)}, B^{(r)}, C^{(r)} = (H_a^{(r)} - H_b^{(r)})/2$ sind statisch bestimmt. Die Stützkräfte $A_0^{(r)}, B_0^{(r)}, C_0^{(r)}$ stehen mit den Lasten $\sum P, \sum W$ im Gleichgewicht. Bei symmetrischer Belastung ist

$$C_0^{(r)} = 0, \quad A_0^{(r)} = B_0^{(r)},$$

bei antisymmetrischer Belastung

$$A_0^{(r)} = -B_0^{(r)},$$

$$C_0^{(r)} = H_a^{(r)} = -H_b^{(r)} = \frac{1}{2} \sum_r W.$$

Die statisch unbestimmten Größen X_r, X'_r, Y_r ergeben sich nach Abschn. 28 aus den geometrischen Bedingungen für die Formänderung des Hauptsystems. Diese werden aus den Schaubildern für die Schnittkräfte infolge von $-X_r = 1, -X'_r = 1, -Y_r = 1$ (Abb. 426) abgeleitet und bilden zwei Gruppen voneinander unabhängiger Gleichungen mit den Unbekannten X_r, X'_r und

mit Y_r . Bei symmetrischer Belastung sind die Kräfte Y_r , bei antisymmetrischer Belastung die Kräfte X_r, X'_r Null.

Symmetrischer Anteil:

$$\left. \begin{aligned} X'_{r-1} \tau_{(r-1)'}(r-1)' + X_{r-1} \tau_{(r-1)'}(r-1) + X_r \tau_{(r-1)'}r &= \tau_{(r-1)'} \otimes, \\ X_{(r-1)} \tau_{r(r-1)} + X_r \tau_{rr} + X_{(r+1)} \tau_{r(r+1)} + X'_{r-1} \tau_{r(r-1)'} + X'_r \tau_{rr'} &= \tau_r \otimes, \\ X'_r \tau_{r'r'} + X_r \tau_{r'r} + X_{r+1} \tau_{r'(r+1)} &= \tau_{r'} \otimes. \end{aligned} \right\} \quad (757)$$

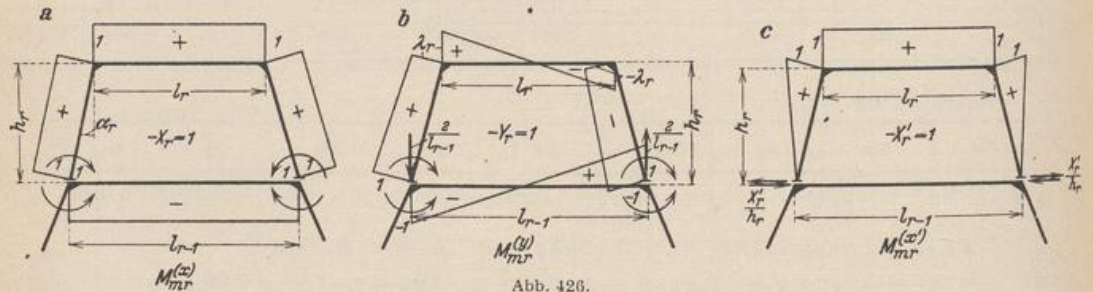


Abb. 426.

Die Regelgleichung entsteht durch Elimination von X'_{r-1} und X'_r .

$$\left. \begin{aligned} X_{r-1} \left[\tau_{r(r-1)} - \frac{\tau_{(r-1)'}(r-1)}{\tau_{(r-1)'}(r-1)'} \tau_{r(r-1)'} \right] + X_r \left[\tau_{rr} - \frac{\tau_{r'r'}}{\tau_{r'r'}} - \frac{\tau_{r'(r-1)'}}{\tau_{(r-1)'}(r-1)'} \right] \\ + X_{r+1} \left[\tau_{r(r+1)} - \frac{\tau_{r'(r+1)}}{\tau_{r'r'}} \tau_{r'r'} \right] &= \tau_r \otimes - \frac{\tau_{r(r-1)'}}{\tau_{(r-1)'}(r-1)'} \tau_{(r-1)'} \otimes - \frac{\tau_{r'r'}}{\tau_{r'r'}} \tau_{r'} \otimes. \end{aligned} \right\} \quad (758a)$$

Sie kann auch unmittelbar als geometrische Bedingung (285) für die Formänderung eines statisch unbestimmten Hauptsystems angeschrieben werden, das aus Zweigelenrahmen besteht. Diese lautet in der üblichen Schreibweise (294)

$$X_{r-1} \tau_{r(r-1)}^{(1)} + X_r \tau_{rr}^{(1)} + X_{r+1} \tau_{r(r+1)}^{(1)} = \tau_r^{(1)} \otimes. \quad (758b)$$

Die Vorzahlen und Belastungszahlen dieser Gleichungen sind bereits in (758a) als Funktionen der Verschiebungen eines statisch bestimmten Stabzugs entwickelt worden. Antimetrischer Anteil:

$$Y_{(r-1)} \delta_{r(r-1)} + Y_r \delta_{rr} + Y_{(r+1)} \delta_{r(r+1)} = \delta_{r \otimes}. \quad (759)$$

Ableitung der Vorzahlen nach Abb. 426.

$$\left. \begin{aligned} l_r \frac{J_c}{J_r} &= l'_r, & h_r \frac{J_c}{J_{rk}} &= h'_r, & \frac{l_r}{l_{r-1}} &= \lambda_r, \\ \tau_{r,r'} &= l'_r + \frac{2}{3} h'_r \sec \alpha_r = b_r, & \tau_{r,r'} &= l'_r + h'_r \sec \alpha_r = a_r, \\ \tau_{r(r-1)} &= \tau_{r(r-1)'} = -l'_{r-1}, & \tau_{r(r+1)} &= \tau_{r(r+1)'} = -l'_r, \\ \tau_{rr} &= l'_r + 2 h'_r \sec \alpha_r + l'_{r-1} = a_r + h'_r \sec \alpha_r + l'_{r-1}, \\ \delta_{r(r-1)} &= -\frac{\lambda_{r-1} l'_{r-1}}{3}, & \delta_{r(r+1)} &= -\frac{\lambda_r l'_r}{3}, \\ \delta_{rr} &= \frac{1}{3} [\lambda_r^2 l'_r + l'_{r-1} + 2 h'_r \sec \alpha_r (1 + \lambda_r + \lambda_r^2)]. \end{aligned} \right\} \quad (760)$$

Sonderfall senkrechter Pfosten:

$$\alpha_r = 0, \quad \sec \alpha_r = 1, \quad \operatorname{tg} \alpha_r = 0, \quad \lambda_r = 1, \\ b_r = l'_r + \frac{2}{3} h'_r, \quad a_r = l'_r + h'_r.$$

Ableitung der Belastungszahlen.
a) Symmetrische Belastung. 1. Eigengewicht. Das Eigengewicht g_k eines jeden Rahmens k wird gleichförmig über die Strecke $l_k + 2 h_k \operatorname{tg} \alpha_k = l_{k-1}$ verteilt und das Biegemoment im Bereich der Pfosten näherungsweise linear angenommen (Abb. 427).

$$\tau_{r0} = a_r h_r \operatorname{tg} \alpha_r \cdot \frac{1}{2} \sum_r^n g_k l_{k-1} - l'_{r-1} h_{r-1} \operatorname{tg} \alpha_{r-1} \cdot \frac{1}{2} \sum_{r-1}^n g_k l_{k-1} + \frac{1}{12} (g_r l_r^2 l'_r - g_{r-1} l_{r-1}^2 l'_{r-1});$$

$$\tau_{r'0} = b_r h_r \operatorname{tg} \alpha_r \cdot \frac{1}{2} \sum_r^n g_k l_{k-1} + g_r \frac{l_r^2 l'_r}{12}.$$

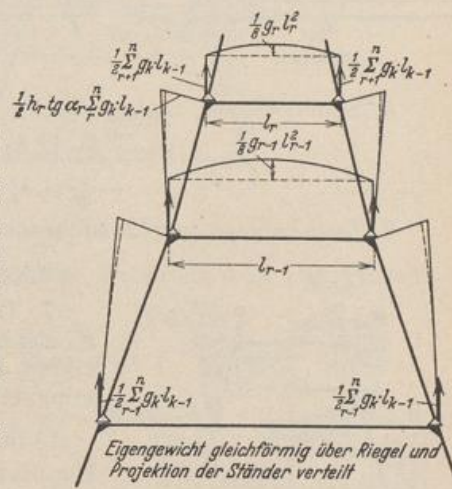


Abb. 427.

2. Gleichförmig über jeden Riegel l_k verteilte Nutzlast p_k (Abb. 428).

$$\tau_{r0} = a_r h_r \operatorname{tg} \alpha_r \cdot \frac{1}{2} \sum_r^n p_k l_k - l'_{r-1} h_{r-1} \operatorname{tg} \alpha_{r-1} \cdot \frac{1}{2} \sum_{r-1}^n p_k l_k + \frac{1}{12} (p_r l_r^2 l'_r - p_{r-1} l_{r-1}^2 l'_{r-1});$$

$$\tau_{r'0} = b_r h_r \operatorname{tg} \alpha_r \cdot \frac{1}{2} \sum_r^n p_k l_k + \frac{1}{12} p_r l_r^2 l'_r.$$

3. Symmetrische Anordnung von Einzellasten $\sum P$ über jedem Riegel.

$$\tau_{r0} = a_r h_r \operatorname{tg} \alpha_r \cdot \frac{1}{2} \sum_r^n \sum_k P - l'_{r-1} h_{r-1} \operatorname{tg} \alpha_{r-1} \cdot \frac{1}{2} \sum_{r-1}^n \sum_k P + \frac{1}{2} (l_r l'_r \sum_r P \omega_R - l_{r-1} l'_{r-1} \sum_{r-1} P \omega_R);$$

$$\tau_{r'0} = b_r h_r \operatorname{tg} \alpha_r \cdot \frac{1}{2} \sum_r^n \sum_k P + \frac{l_r l'_r}{2} \sum_r P \omega_R;$$

Die $\sum_k P$ und $\sum_k P \omega_R$ enthalten alle Lasten des Riegels l_k .

4. Symmetrische, gleichförmig verteilte horizontale Belastung $w_h/2$ der Pfosten (Abb. 429).

$$\tau_{r,0} = -\frac{1}{12} w_r h_r^2 (2a_r + l'_r) + \frac{1}{4} w_{r-1} h_{r-1}^2 l'_{r-1} = -\frac{1}{4} w_r h_r^2 b_r + \frac{1}{4} w_{r-1} h_{r-1}^2 l'_{r-1};$$

$$\tau_{r,0} = -\frac{1}{8} w_r h_r^2 (a_r + l'_r).$$

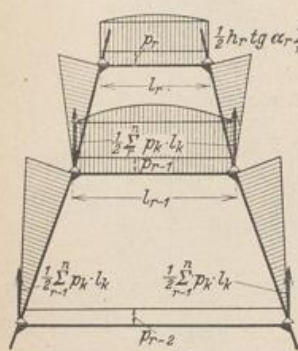


Abb. 428.

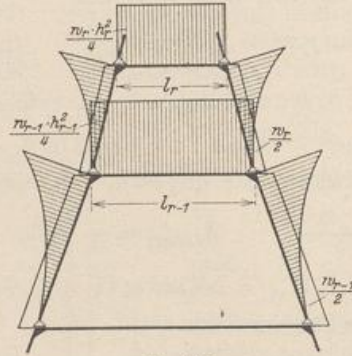


Abb. 429.

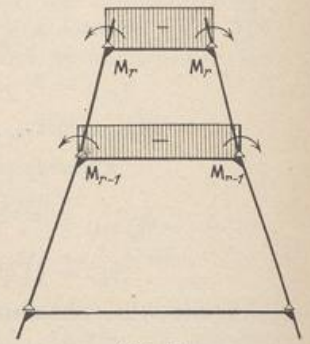


Abb. 430.

5. Symmetrische, hydrostatische horizontale Belastung w_h der Pfosten.

$$\tau_{r,0} = -\frac{1}{24} w_r h_r^2 (3a_r + l'_r) + \frac{1}{3} w_{r-1} h_{r-1}^2 l'_{r-1};$$

$$\tau_{r,0} = -\frac{1}{60} w_r h_r^2 (11a_r + 9l'_r).$$

6. Zwei entgegengesetzt drehende Momente M_k am Riegel l_k (Abb. 430).

$$\tau_{r,0} = -M_r l'_r + M_{r-1} l'_{r-1}; \quad \tau_{r,0} = -M_r l'_r.$$

7. Gleichförmige Erwärmung des Rahmens um t^0 . Bei statisch bestimmter Stützung nach Abb. 434c treten keine Schnittkräfte auf, bei statisch unbestimmter Stützung nach Abb. 434a oder b wird

$$\tau_{1t} = 0; \quad \tau_{1,t} = E J_c \alpha t l_0.$$

Die übrigen Formänderungen $\tau_{r,t}$ sind Null.

b) Antimetrische Belastung.

1. Antimetrische, senkrecht gerichtete gleichförmige Belastung $p_k/2$ der Riegel (Abb. 431).

$$\delta_{r,0} = \frac{1}{3} \mathfrak{M}_{pr} [\lambda_r (2a_r - l'_r) + (a_r - l'_r)] - \frac{\mathfrak{M}_{p(r-1)} l'_{r-1}}{3} + \frac{p_r \lambda_r l_r^2 l'_r - p_{r-1} l_{r-1}^2 l'_{r-1}}{192},$$

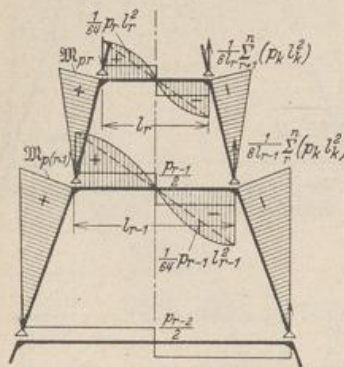


Abb. 431.

$$\mathfrak{M}_{pr} = \frac{h_r \operatorname{tg} \alpha_r}{8 l_{r-1}} \sum_r p_k l_k^2, \quad \mathfrak{M}_{p(r-1)} = \frac{h_{r-1} \operatorname{tg} \alpha_{r-1}}{8 l_{r-2}} \sum_{r-1} p_k l_k^2.$$

2. Antimetrische, zum Riegel senkrechte Gruppe von Einzellasten $P/2$.

$$\delta_{r,0} = \frac{1}{3} \mathfrak{M}_{Pr} [\lambda_r (2a_r - l'_r) + (a_r - l'_r)] - \frac{1}{3} \mathfrak{M}_{P(r-1)} l'_{r-1} - \frac{\lambda_r l_r l'_r}{6} \sum_r P \omega_D'' + \frac{l_{r-1} l'_{r-1}}{6} \sum_{r-1} P \omega_D'', \quad (\text{Tabelle 22})$$

$$\mathfrak{M}_{Pr} = \frac{h_r \operatorname{tg} \alpha_r}{l_{r-1}} \sum_r \sum_k P c, \quad \mathfrak{M}_{P(r-1)} = \frac{h_{r-1} \operatorname{tg} \alpha_{r-1}}{l_{r-2}} \sum_{r-1} \sum_k P c \quad (\text{Abb. 432}).$$

3. Antimetrische Belastung des Riegels durch horizontale Einzellasten $W_k/2$.

$$\delta_{r,0} = \frac{1}{3} \mathfrak{M}_{W_r} [\lambda_r (2a_r - l'_r) + (a_r - l'_r)] - \frac{1}{3} \mathfrak{M}_{W_{(r-1)}} l'_{r-1},$$

$$\mathfrak{M}_{W_r} = \frac{h_r}{2} \sum_r W_k - \frac{h_r \operatorname{tg} \alpha_r}{l_{r-1}} \sum_r W_k (e_k - e_{r-1}) \quad (\text{Abb. 433}),$$

$$\mathfrak{M}_{W_{(r-1)}} = \frac{h_{r-1}}{2} \sum_{r-1} W_k - \frac{h_{r-1} \operatorname{tg} \alpha_{r-1}}{l_{r-2}} \sum_{r-1} W_k (e_k - e_{r-2}).$$

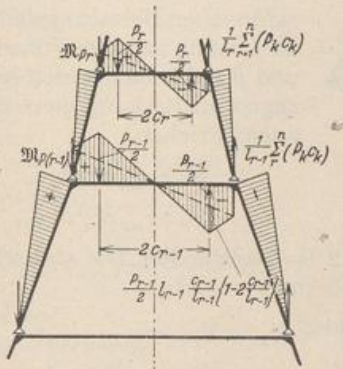


Abb. 432.

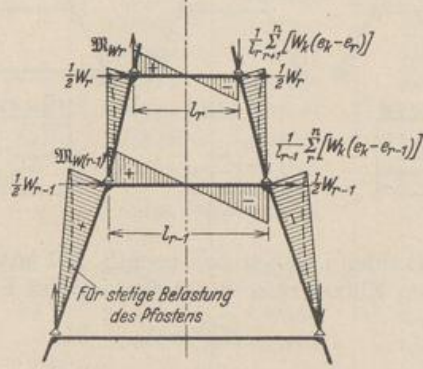


Abb. 433.

4. Antimetrische, waagerechte und gleichförmige Belastung $w_k/2$ der Pfosten (Abb. 433).

$$\delta_{r,0} = \frac{1}{3} \mathfrak{M}_{w_r} [\lambda_r (2a_r - l'_r) + (a_r - l'_r)] - \frac{1}{3} \mathfrak{M}_{w_{(r-1)}} l'_{r-1} + \frac{w_r h_r^2}{24} (a_r - l'_r) \lambda_{r+1},$$

$$\mathfrak{M}_{w_r} = \frac{h_r}{2} \sum_r w_k h_k - \frac{h_r \operatorname{tg} \alpha_r}{l_{r-1}} \sum_r w_k h_k (e_k - e_{r-1} - \frac{h_k}{2}) - \frac{w_r h_r^2}{4},$$

bei konstantem $w_k = w$,

$$\mathfrak{M}_{w_r} = \frac{w h_r}{2} \sum_r h_k - \frac{w h_r \operatorname{tg} \alpha_r}{2 l_{r-1}} \left(\sum_r h_k \right)^2 - \frac{w h_r^2}{4}$$

5. Antimetrisch wirkende Momente $M_k/2$ an den Rahmenknoten.

$$\delta_{r,0} = \frac{1}{3} \mathfrak{M}_{M_r} [\lambda_r (2a_r - l'_r) + (a_r - l'_r)] - \frac{1}{3} \mathfrak{M}_{M_{(r-1)}} l'_{r-1} + \frac{1}{3} (\lambda_r l'_r M_r - l'_{r-1} M_{r-1}),$$

$$\mathfrak{M}_{M_r} = - \frac{h_r \operatorname{tg} \alpha_r}{l_{r-1}} \sum_r M_k.$$

Sind die Riegel am Anschluß mit den Pfosten durch Vouten verstärkt, deren Einfluß nicht vernachlässigt werden soll, so lassen sich die Vorzahlen mit einer Approximation der elastischen Eigenschaften nach den Tabellen 13 bis 15 berichtigen. Dasselbe gilt auch bei anderen Riegelformen, die vor allem zum oberen Abschluß des Tragwerks dienen. In diesem Falle wird mit Vorteil die Tabelle 12 zu Rate gezogen.

Ansatz und Lösung. Die statisch unbestimmten Gruppenlasten X_r, Y_r werden aus zwei voneinander unabhängigen Ansätzen berechnet, von denen jeder bei n Feldern des Tragwerks und starrer Einspannung oder Auflagerung nach

Abb. 434 c n Gleichungen enthält. Bei frei drehbarem Anschluß der Pfosten h_1 nach Abb. 434 a sind $(n - 1)$ Gleichungen aufzulösen. Die Nebenglieder der Matrix des symmetrischen Anteils sind positiv, diejenigen des antimetrischen Anteils negativ. Durch die Belastung eines Riegels l_k oder eines Pfostens h_k sind die Belastungszahlen δ_{10} bis δ_{k0} von Null verschieden, dagegen

$$\delta_{(k+1)0} = 0, \dots, \delta_{n0} = 0.$$

Die statisch unbestimmten Größen X_r, Y_r werden nach der Vorschrift S. 236 berechnet. Bei zahlreichen Belastungsfällen wird die Lösung mit den Vorzahlen $\beta_{rk}^{(a)}$ und $\beta_{rk}^{(y)}$ der den beiden Ansätzen zugeordneten konjugierten Matrix angeschrieben.

$$X_r = \sum \beta_{rk}^{(a)} \tau_{k \otimes},$$

$$Y_r = \sum \beta_{rk}^{(y)} \delta_{k \otimes}.$$

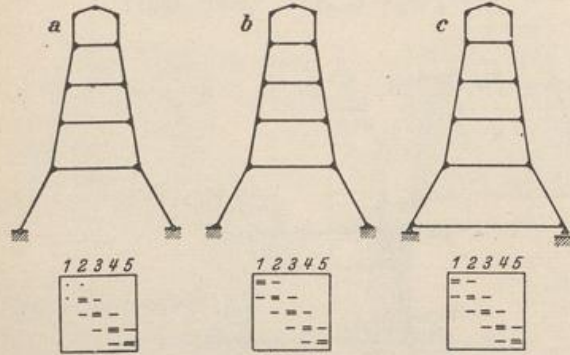


Abb. 434.

Die Vorzahlen ergeben sich nach S. 237 aus je 2 Kettenbrüchen. Die statisch unbestimmten Einzelkräfte der Ableitung auf S. 458 sind

$$M_a^{(r)} = X_r + Y_r, \quad M_b^{(r)} = X_r - Y_r.$$

Aus (757) und (760) wird

$$\frac{X_r'}{h_r} = \frac{H_a^{(r)} + H_b^{(r)}}{2} = \frac{1}{h_r b_r} (\tau_{r'} \otimes - X_r a_r + X_{r+1} l_r'),$$

$$H_a^{(r)} = \frac{X_r'}{h_r} + C_0^{(r)}, \quad H_b^{(r)} = \frac{X_r'}{h_r} - C_0^{(r)}.$$

Die Schnittkräfte werden mit den Gleichgewichtsbedingungen aus den Lasten und den in Abb. 435 eingetragenen Anschlußkräften rechnerisch oder zeichnerisch bestimmt.

Die Rechenvorschrift wird für einzelne ausgezeichnete Belastungsfälle an dem Binder einer Aufbereitungsanlage (Abb. 436) erläutert. Sie behandeln die gleichförmige Belastung $p_1 = 1 \text{ t/m}$ einer Bühne, Einzellasten $P_0 = 1 \text{ t}$ aus Maschinengewichten, Windbelastung $W = 1 \text{ t}$ und einseitige Sonnenbestrahlung $i = 10^\circ$ (Abb. 437 bis 440).

Die Vorzahlen der Bedingungsgleichungen für das obere Stockwerk mit gekrümmtem Abschlußriegel werden mit Hilfe der Tabelle 12 abgeleitet. Darnach ist ohne besondere Begründung

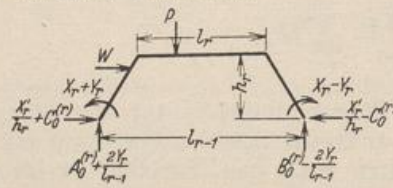


Abb. 435.

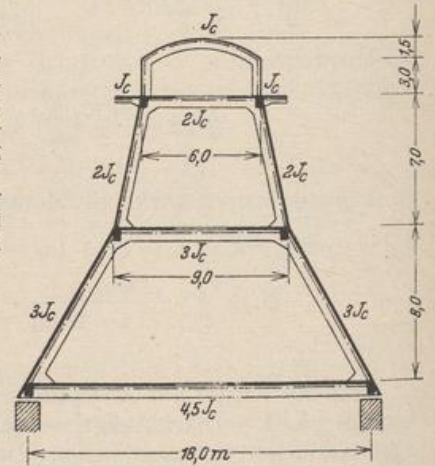


Abb. 436.

$$\tau_{3,3} = l_3' + \frac{2}{3} h_3' + \frac{8}{15} \left(\frac{f}{h_3}\right)^2 l_3' + \frac{4}{3} \frac{f}{h_3} l_3' = b_3 + \frac{8}{15} \left(\frac{f}{h_3}\right)^2 l_3' + \frac{4}{3} \frac{f}{h_3} l_3',$$

$$\tau_{3,3} = l_3' + h_3' + \frac{2}{3} \frac{f}{h_3} l_3' = a_3 + \frac{2}{3} \frac{f}{h_3} l_3'.$$

Die übrigen Vorzahlen ergeben sich aus den Ansätzen (758) und (760). Die Zahlenrechnung wird folgendermaßen entwickelt:

r	0	1	2	3
l_r	18,00	9,00	6,00	6,00
h_r	—	8,50	7,00	3,00
$l'_r = -\tau_{r(r+1)} = -\tau_{r'(r+1)}$	4,00	3,00	3,00	6,00
h'_r	—	2,833	3,500	3,000
$\operatorname{tg} \alpha_r$	—	0,529412	0,214286	0,0000
$\sec \alpha_r$	—	1,131493	1,022701	1,0000
$h'_r \sec \alpha_r$	—	3,20590	3,57945	3,0000
$a_r = l'_r + h'_r \sec \alpha_r$	—	6,20590	6,57945	9,0000
$b_r = l'_r + 2/3 \cdot h'_r \sec \alpha_r$	—	5,13727	5,38630	8,0000
$\tau_{rr'}$	—	6,20590	6,57945	11,0000
$\tau_{r'r'}$	—	5,13727	5,38630	12,8000
$\tau_{rr} = a_r + h'_r \sec \alpha_r + l'_{r-1}$	—	13,41180	13,15891	15,0000
$-\frac{\tau_{r'(r+1)} \tau_{rr'}}$	—	3,62405	3,66455	5,15625
$\tau_{r(r+1)}^{(3)} = \tau_{r(r+1)} - \frac{\tau_{r'(r+1)} \tau_{rr'}}$	—	0,62405	0,66455	—
$\tau_{r'r'}^2 / \tau_{r'r'}$	—	7,49682	8,03690	9,45313
$\tau_{r'(r-1)}^2 / \tau_{(r-1)'(r-1)'}$	—	—	1,75190	1,67091
$\tau_{r'r}^{(3)} = \tau_{rr} - \frac{\tau_{r'r'}^2}{\tau_{r'r'}} - \frac{\tau_{r'(r-1)'}}{\tau_{(r-1)'(r-1)'}}$	—	5,91498	3,37011	3,87597
λ_r	—	0,500	0,66667	1,0000
$3 \delta_{r(r+1)} = -\lambda_r l'_r$	—	-1,500	-2,000	—
$1 + \lambda_r + \lambda_r^2$	—	1,7500	2,11111	3,0000
$2 h'_r \sec \alpha_r (1 + \lambda_r + \lambda_r^2)$	—	11,22065	15,11323	18,0000
$\lambda_r^2 l'_r$	—	0,7500	1,33333	6,0000
$3 \delta_{rr} = \lambda_r^2 l'_r + l'_{r-1} + 2 h'_r \sec \alpha_r (1 + \lambda_r + \lambda_r^2)$	—	15,97065	19,44656	27,0000

Die beiden voneinander unabhängigen Gruppen der Bedingungsgleichungen (758 b) und (759) sind daher für

Antimetrische Belastung

	Y ₁	Y ₂	Y ₃
1	+ 15,971	- 1,500	—
2	- 1,500	+ 19,447	- 2,00
3	—	- 2,00	+ 27,00

Symmetrische Belastung

	X ₁	X ₂	X ₃
1	+ 5,9150	+ 0,6240	—
2	+ 0,6240	+ 3,3701	+ 0,6645
3	—	+ 0,6645	+ 3,8760

Kettenbrüche zur Ermittlung der Kennbeziehungen und der Vorzahlen $\beta^{(v)} = \beta^{(v)}/3$:

$$\beta'_{11} = \frac{1}{15,971 - (-1,50) \frac{(-1,50)}{19,447 - (-2,0) \frac{(-2,0)}{27,00}}}$$

$$\beta'_{33} = \frac{1}{27,0 - (-2,00) \frac{(-2,00)}{19,447 - (-1,50) \frac{(-1,50)}{15,969}}}$$

$$\begin{aligned} \kappa_{32} &= \frac{-2,0}{27,00} = -0,0740741, & \kappa_{12} &= \frac{-1,50}{15,971} = -0,0939202, \\ \kappa_{21} &= \frac{-1,50}{19,447 - 0,148} = -0,0777248, & \kappa_{23} &= \frac{-2,00}{19,447 - 0,141} = -0,1035941, \\ \beta'_{11} &= \frac{1}{15,971 - 0,117} = +0,0630739, & \beta'_{33} &= \frac{1}{27 - 0,207} = +0,0373234, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\kappa_{21} &= & -\kappa_{32} &= \\ +0,0777248 & & +0,0740741 & \end{aligned}$$

Matrix der Vorzahlen $\beta^{(y)}$

1	+0,0630739	+0,0049024	+0,0003631	+0,0939202 = $-\kappa_{12}$
2	+0,0049024	+0,0521976	+0,0038665	+0,1035941 = $-\kappa_{23}$
3	+0,0003631	+0,0038665	+0,0373234	
	1	2	3	

Kettenbrüche zur Ermittlung der Kennbeziehungen und der Vorzahlen $\beta^{(x)}$:

$$\beta_{11} = \frac{1}{5,9150 - \frac{0,6240 \cdot 0,6240}{3,3701 - \frac{0,6645 \cdot 0,6645}{3,8760}}}, \quad \beta_{33} = \frac{1}{3,8760 - \frac{0,6645 \cdot 0,6645}{3,3701 - \frac{0,6240 \cdot 0,6240}{5,9150}}}$$

$$\kappa_{32} = \frac{0,6645}{3,8760} = +0,171454, \quad \kappa_{12} = \frac{0,6240}{5,9150} = +0,105503,$$

$$\kappa_{21} = \frac{0,6240}{3,3701 - 0,1139} = +0,191652, \quad \kappa_{23} = \frac{0,6645}{3,3701 - 0,0658} = +0,201119,$$

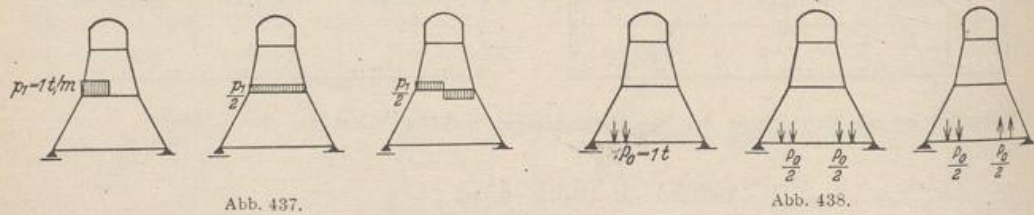
$$\beta_{11} = \frac{1}{5,9150 - 0,1196} = +0,172551, \quad \beta_{33} = \frac{1}{3,8760 - 0,1336} = +0,267214.$$

$$\begin{aligned} -\kappa_{21} &= & -\kappa_{32} &= \\ -0,191652 & & -0,171454 & \end{aligned}$$

Matrix der Vorzahlen $\beta^{(x)}$

1	+0,172551	-0,033070	+0,005670	-0,105503 = $-\kappa_{12}$
2	-0,033070	+0,313447	-0,053742	-0,201119 = $-\kappa_{23}$
3	+0,005670	-0,053742	+0,267214	
	1	2	3	

Die vorgeschriebenen Belastungen werden in den symmetrischen und antisymmetrischen Anteil aufgespalten (Abb. 437 bis 440). Ansatz und Größe der Belastungsglieder für p_1, p_0, W sind auf S. 465, für die Temperaturänderung t auf S. 466 angegeben.



Auswertung der überzähligen Größen

$$X_r = \sum \beta_{rh}^{(y)} \tau_{h0}^{(y)}, \quad Y_r = \sum \frac{\beta_{rh}^{(y)}}{3} \cdot 3 \delta_{h0} = \sum \beta_{rh}^{(y)} \cdot 3 \delta_{h0},$$

$$\frac{1}{h_r} X'_r = \frac{1}{h_r \tau_{r,r}} (\tau_{r,0} - X_r \tau_{r,r} - X_{r+1} \tau_{r,(r+1)}).$$

Belastungsglieder.

	$p_1 = 1$	$P_0 = 1$	$W = 1$	Symmetrischer Anteil $\frac{p_1}{2}, \frac{P_0}{2}, \frac{W}{2}$	Antimetrischer Anteil $\frac{p_1}{2}, \frac{P_0}{2}, \frac{W}{2}$
τ_{10}	$a_1(h_1 \tan \alpha_1) \frac{p_1 l_1}{4} + \frac{p_1 l_1^2 l_1'}{24}$	$-\frac{l_0 l_0'}{4} P_0(0,16 + 0,21) \cdot 2$	0	0	
τ_{20}	$-l_1'(h_1 \tan \alpha_1) \frac{p_1 l_1}{4} - \frac{p_1 l_1^2 l_1'}{24}$	0	0	0	
τ_{30}	0	0	$-\frac{W}{3} f \cdot l_3'$	$-\frac{W}{3} f \cdot l_3'$	$= -3,00$
$\tau_{1'0}$	$b_1(h_1 \tan \alpha_1) \frac{p_1 l_1}{4} + \frac{p_1 l_1^2 l_1'}{24} = 62,13981$	0	0	0	
$\tau_{2'0}$	0	0	0	0	
$\tau_{3'0}$	0	0	0	$-\frac{W}{15} f l_3' (5 + 4 \frac{f}{h_3})$	$= -4,20$
$\tau_{10}^{(3)}$	$-\frac{p_1 l_1^2 l_1'}{24} \left(\frac{a_1}{b_1} - 1 \right) = -2,106161$	$-\frac{l_0 l_0'}{4} P_0(0,16 + 0,21) \cdot 2 = -13,32$	0	0	
$\tau_{20}^{(3)}$	$-\frac{p_1 l_1^2 l_1'}{24} \left(1 - \frac{l_1'}{b_1} \right) = -4,212322$	0	0	0	
$\tau_{30}^{(3)}$	0	0	0	0	
\mathfrak{M}_1	$\frac{p_1 l_1^2}{8 l_0} (h_1 \tan \alpha_1)$	0	0	$-3,00 + 0,8593 \cdot 4,20$	$= + 0,609375$
\mathfrak{M}_2	0	0	0	$\frac{h_1 \cdot 3W}{2} - \frac{h_1 \tan \alpha_1}{l_0} (8,5 + 15,5 + 18,5)W = + 2,125$	
\mathfrak{M}_3	0	0	0	$\frac{h_2 \cdot 2W}{2} - \frac{h_2 \tan \alpha_2}{l_1} (7,0 + 10,0)W = + 4,16667$	
$3\delta_{10}$	$\mathfrak{M}_{p1} [\lambda_1 (2a_1 - l_1) + (a_1 - l_1')] + \lambda_1 \frac{p_1 l_1^2 l_1'}{64} = + 21,92517$	$-\frac{l_0 l_0'}{4} P_0(0,192 + 0,168) = -6,48$	0	$\frac{h_3 \cdot W}{2} - \frac{h_3 \tan \alpha_3}{l_2} \cdot 3,0W = + 1,500$	
$3\delta_{20}$	$-\mathfrak{M}_{p1} l_1' - \frac{p_1 l_1^2 l_1'}{64} = -11,39062$	0	0	$\mathfrak{M}_{w1} [(2a_1 - l_1') \lambda_1 + (a_1 - l_1')] = + 16,8126$	
$3\delta_{30}$	0	0	0	$\mathfrak{M}_{w2} [(2a_2 - l_2') \lambda_2 + (a_2 - l_2')] - \mathfrak{M}_{w1} l_1' = + 36,7585$	
				$\mathfrak{M}_{w3} [(2a_3 - l_3') \lambda_3 + (a_3 - l_3')] - \mathfrak{M}_{w2} l_2' = + 10,00$	

Belastung p_1 (Abb. 437).

Antimetrischer Anteil.

$$\begin{aligned}
 Y_1 &= + 0,0630739 \cdot 21,92517 - 0,0049244 \cdot 11,39062 = + 1,32706, \\
 Y_2 &= + 0,0049024 \cdot 21,92517 - 0,0521976 \cdot 11,39062 = - 0,48708, \\
 Y_3 &= + 0,0003631 \cdot 21,92517 - 0,0038665 \cdot 11,39062 = - 0,03608.
 \end{aligned}$$

Symmetrischer Anteil.

$$\begin{aligned}
 X_1 &= - 0,172551 \cdot 2,106161 + 0,033070 \cdot 4,212322 = - 0,22412, \\
 X_2 &= + 0,033070 \cdot 2,106161 - 0,313447 \cdot 4,212322 = - 1,25069, \\
 X_3 &= - 0,005670 \cdot 2,106161 + 0,053742 \cdot 4,212322 = + 0,21444.
 \end{aligned}$$

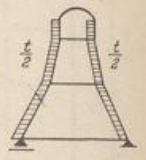
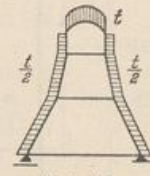
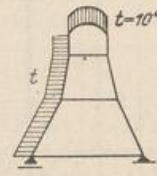
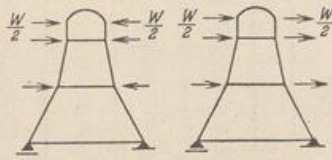


Abb. 439.

Abb. 440.

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{h_1} X'_1 &= \frac{1}{8,5 \cdot 5,1373} (62,13981 + 0,22412 \cdot 6,2059 - 1,25069 \cdot 3,00) = + 1,36899, \\
 \frac{1}{h_2} X'_2 &= \frac{1}{7,0 \cdot 5,3863} (\quad + 1,25069 \cdot 6,5795 + 0,21444 \cdot 3,00) = + 0,23531, \\
 \frac{1}{h_3} X'_3 &= \frac{1}{3,0 \cdot 12,800} (\quad - 0,21444 \cdot 11,0000 \quad) = - 0,06143.
 \end{aligned}$$

Biegemomente des Stabwerks in Abb. 441.

Belastung P_0 (Abb. 438).

Antimetrischer Anteil.

$$\begin{aligned}
 Y_1 &= - 0,0630739 \cdot 6,48 = - 0,4087, \\
 Y_2 &= - 0,0049024 \cdot 6,48 = - 0,0318, \\
 Y_3 &= - 0,003631 \cdot 6,48 = - 0,0024. \quad (\text{Fortsetzung auf S. 467.})
 \end{aligned}$$

Belastungsglieder für symmetrische und antimetrische Temperaturänderung $t = 10^0$.

$$E \alpha_t = 21 \text{ t/m}^2$$

$$J_c = 0,012825 \text{ m}^4$$

Be- lastung	$t = 10^0 \text{ C}$	
$\tau_{1,t}$	$E J_c \alpha_t \cdot t \cdot \text{tg } \alpha_1$	$= + 1,42584$
$\tau_{2,t}$	$E J_c \alpha_t \cdot t \cdot \text{tg } \alpha_2$	$= + 0,57712$
$\tau_{3,t}$	$E J_c \alpha_t \cdot t \cdot l_3/h_3$	$= + 5,38650$
$\tau_{1,t}^{(3)}$	$- 1,208015 \cdot 1,42584$	$= - 1,72244$
$\tau_{2,t}^{(3)}$	$- 1,221516 \cdot 0,57712 + \frac{3,00}{5,13727} \cdot 1,42584$	$= + 0,12768$
$\tau_{3,t}^{(3)}$	$- 0,859375 \cdot 5,38650 + \frac{3,00}{5,38630} \cdot 0,57712$	$= - 4,31872$
$3 \delta_{1,t}$	$6 E J_c \alpha_t \cdot t \cdot \frac{h_1}{l_0}$	$= + 7,63087$
$3 \delta_{2,t}$	$6 E J_c \alpha_t \cdot t \cdot \frac{h_2}{l_1}$	$= + 12,56849$
$3 \delta_{3,t}$	$6 E J_c \alpha_t \cdot t \cdot \frac{h_3}{l_2}$	$= + 8,07975$

Symmetrische Erwärmung der Pfosten um $t/2$, des obersten Riegels um t .
 Antimetrische Erwärmung der Pfosten um $t/2$.

Symmetrischer Anteil.

$$\begin{aligned} X_1 &= -0,172551 \cdot 13,32 = -2,2984, \\ X_2 &= +0,033070 \cdot 13,32 = +0,4405, \\ X_3 &= -0,005670 \cdot 13,32 = -0,0755, \end{aligned}$$

$$\frac{X'_1}{h_1} = \frac{1}{8,5 \cdot 5,1373} (+2,2984 \cdot 6,2059 + 0,4405 \cdot 3,00) = +0,3569,$$

$$\frac{X'_2}{h_2} = \frac{1}{7,0 \cdot 5,3863} (-0,4405 \cdot 6,5795 - 0,0755 \cdot 3,00) = -0,0829,$$

$$\frac{X'_3}{h_3} = \frac{1}{3,0 \cdot 12,8000} (+0,0755 \cdot 11,0000) = +0,0216.$$

Biegemomente des Stabwerks in Abb. 442.

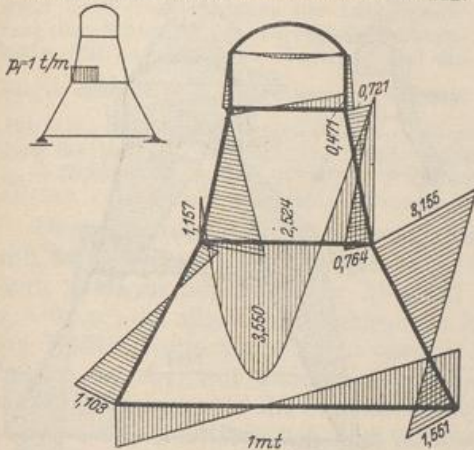


Abb. 441.

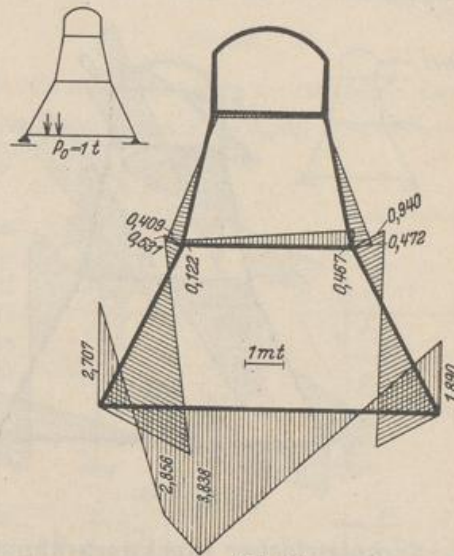


Abb. 442.

Belastung W (Abb. 439).

Antimetrischer Anteil.

$$Y_1 = +0,0630739 \cdot 16,8126 + 0,0049024 \cdot 36,7585 + 0,0003631 \cdot 10,00 = +1,2443,$$

$$Y_2 = +0,0049024 \cdot 16,8126 + 0,0521976 \cdot 36,7585 + 0,0038665 \cdot 10,00 = +2,0398,$$

$$Y_3 = +0,0003631 \cdot 16,8126 + 0,0038665 \cdot 36,7585 + 0,0373234 \cdot 10,00 = +0,5215.$$

Symmetrischer Anteil.

$$X_1 = +0,005670 \cdot 0,609375 = +0,0035,$$

$$X_2 = -0,053742 \cdot 0,609375 = -0,0327,$$

$$X_3 = +0,267214 \cdot 0,609375 = +0,1628.$$

$$\frac{X'_1}{h_1} = \frac{1}{8,5 \cdot 5,1373} (-0,0035 \cdot 6,2059 - 0,0327 \cdot 3,00) = -0,0027,$$

$$\frac{X'_2}{h_2} = \frac{1}{7,0 \cdot 5,3863} (+0,0327 \cdot 6,5795 + 0,1628 \cdot 3,00) = +0,0187$$

$$\frac{X'_3}{h_3} = \frac{1}{3,0 \cdot 12,8000} (-4,20 - 0,1628 \cdot 11,0000) = -0,1560.$$

Biegemomente des Stabwerks in Abb. 443.

Temperaturänderung (Abb. 440).

Antimetrischer Anteil.

$$Y_1 = +0,0630739 \cdot 7,63087 + 0,0049024 \cdot 12,56849 + 0,0003631 \cdot 8,07975 = +0,54586,$$

$$Y_2 = +0,0049024 \cdot 7,63087 + 0,0521976 \cdot 12,56849 + 0,0038665 \cdot 8,07975 = +0,72470,$$

$$Y_3 + 0 = 0,0003631 \cdot 7,63087 + 0,0038665 \cdot 12,56849 + 0,0373234 \cdot 8,07975 = +0,35293.$$

Symmetrischer Anteil.

$$\begin{aligned}
 X_1 &= -0,172551 \cdot 1,72244 - 0,033070 \cdot 0,12768 - 0,005670 \cdot 4,31872 = -0,32592, \\
 X_2 &= +0,033070 \cdot 1,72244 + 0,313447 \cdot 0,12768 + 0,053742 \cdot 4,31872 = +0,32908, \\
 X_3 &= -0,005670 \cdot 1,72244 - 0,053742 \cdot 0,12768 - 0,267214 \cdot 4,31872 = -1,17065.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{X'_1}{h_1} &= \frac{1}{8,5 \cdot 5,1373} (1,42584 + 0,32592 \cdot 6,2059 + 0,32908 \cdot 3,00) = +0,10158, \\
 \frac{X'_2}{h_2} &= \frac{1}{7,0 \cdot 5,3863} (0,57712 - 0,32908 \cdot 6,5795 - 1,17065 \cdot 3,00) = -0,13526, \\
 \frac{X'_3}{h_3} &= \frac{1}{3,0 \cdot 12,8000} (5,38650 + 1,17065 \cdot 11,0000) = +0,47562.
 \end{aligned}$$

Biegemomente des Stabwerks in Abb. 444.

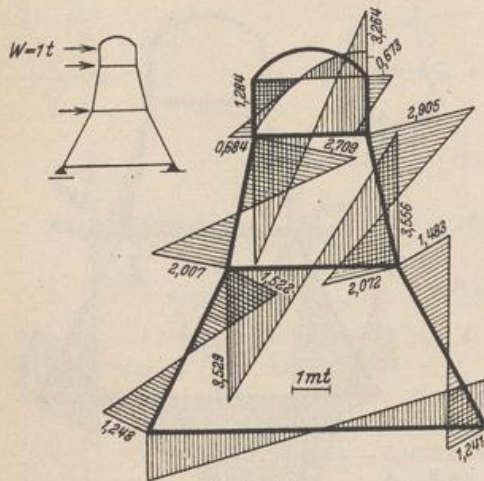


Abb. 443.

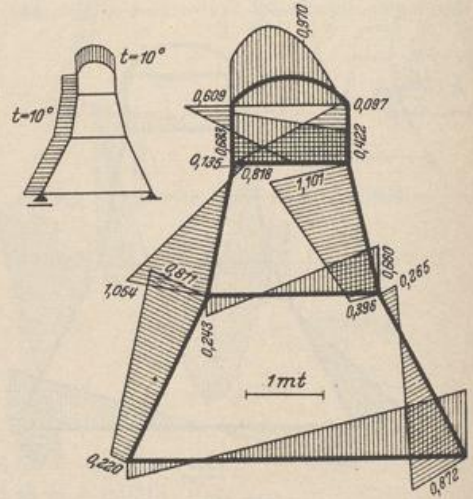


Abb. 444.

Symmetrischer Stockwerkrahmen mit gelenkig angeschlossenen Zwischenriegeln. Bei zahlreichen Bauaufgaben, zu deren Lösung Stockwerkrahmen herangezogen werden, dienen die Zwischenriegel nur zur Aussteifung und zur Knicksicherung der Pfosten. Ihre biegesteife Verbindung ist dann unnötig. Der Stockwerkrahmen mit r Zwischenriegeln ist in diesem Falle bei symmetrischer

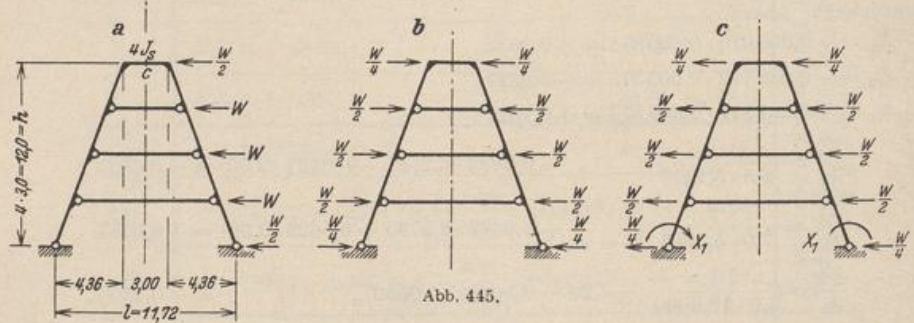


Abb. 445.

Belastung $(r + 1)$ oder $(r + 2)$ fach statisch unbestimmt, je nachdem die Pfostenenden frei drehbar gestützt oder eingespannt sind. Die Schnittkräfte werden dabei aus statisch unbestimmten Gruppenlasten berechnet, die aus der halben Summe symmetrisch liegender Pfostenmomente bestehen. Die Elastizitätsgleichungen erhalten dieselbe Form wie bei der Berechnung des durchlaufenden Trägers. Bei Antimetrie der Belastung sind das Biegemoment im Querschnitt c (Abb. 445a)

und die Längskräfte in den Riegeln Null, die Schnittkräfte daher bei frei drehbaren Pfostenenden statisch bestimmt, bei starrer Einspannung der Pfostenenden einfach statisch unbestimmt. Die statisch unbestimmte Querkraft im Scheitel oder das statisch unbestimmte Einspannmoment können nach Abschn. 26 berechnet werden. In zahlreichen Fällen genügen die Angaben der Tabelle 47.

Beispiel. Die Windbelastung des Rahmens (Abb. 445a) wird in den symmetrischen und den antisymmetrischen Anteil umgeordnet (Abb. 445b, c). Der symmetrische Anteil erzeugt bei Vernachlässigung der Längenänderung der Stäbe in den Riegeln nur Druckkräfte. Bei antisymmetrischer Belastung sind die

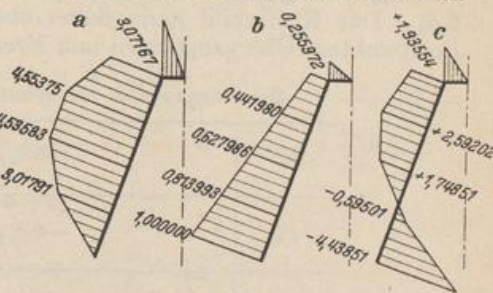


Abb. 446.

Riegel spannungslos. Querkraft im Scheitel: $Q_0 = 2W \frac{h/2}{l/2} = 2,04778 W$. Momente siehe

Abb. 446a. Bei eingespannten Pfosten wird das Einspannmoment $X_1 = \delta_{10}/\delta_{11}$ unter Verwendung der Momente M_1 nach Abb. 446b berechnet. $\delta_{10} = 32,83283 W$, $\delta_{11} = 7,39710$, $X_1 = 4,43851 W$. Statisch unbestimmte Momente: Abb. 446c.

Der symmetrische Stockwerkrahmen mit zwei senkrechten Pfosten. Das Tragwerk kann als Sonderfall der Abb. 425 mit $\alpha_r = 0$ nach der allgemeinen Rechenvorschrift auf S. 457ff. statisch untersucht werden. Die Lösung ist aber mit anderen überzähligen Größen, die auf Grund der besonderen Eigenschaften des symmetrischen oder antisymmetrischen Verschiebungs- und Spannungszustandes ausgewählt werden, einfacher.

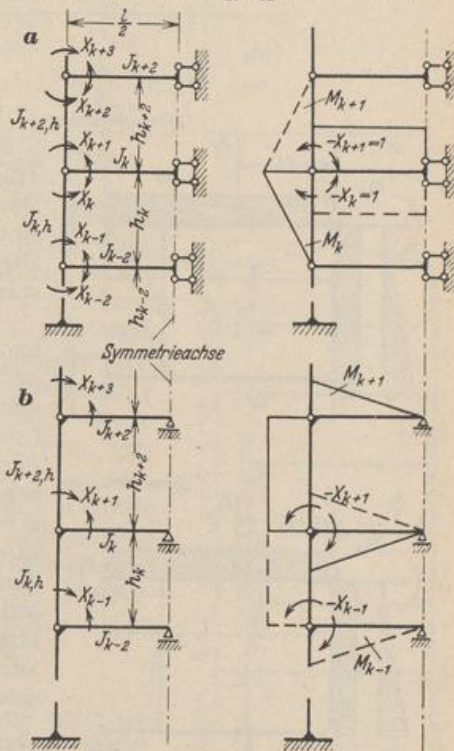


Abb. 447.

a) Symmetrische Belastung: Spannungs- und Verschiebungszustand sind symmetrisch. Daher sind in der Symmetrieachse die Tangenten an die Biegelinien der Riegel waagrecht und die Querkräfte Null. Die statische Untersuchung kann daher auf die linke Hälfte des Rahmens beschränkt und der Riegel in der Symmetrieachse mit $Q = 0$, $dw/dx = 0$ beweglich eingespannt angenommen werden. Die dem Riegelanschluß k benachbarten Biegemomente X_k, X_{k+1} des Pfostens sind statisch unbestimmt. Auf diese Weise entsteht das Hauptsystem Abb. 447a mit den folgenden geometrischen Bedingungen für die Formänderung:

$$\left. \begin{aligned} X_{k-1} \delta_{k(k-1)} + X_k \delta_{kk} + X_{k+1} \delta_{k(k+1)} &= \delta_{k0}, \\ X_k \delta_{(k+1)k} + X_{k+1} \delta_{(k+1)(k+1)} + X_{k+2} \delta_{(k+1)(k+2)} &= \delta_{(k+1)0}. \end{aligned} \right\} (761)$$

Sechsfacher Betrag der Vorzahlen unter Berücksichtigung einer Riegelverstärkung nach Tabelle 29:

$$\left. \begin{aligned} 6 \delta_{k(k-1)} &= h'_k, & 6 \delta_{kk} &= 2h'_k + (2\mu_k + \lambda_k) l'_k, \\ 6 \delta_{k(k+1)} &= -(2\mu_k + \lambda_k) l'_k = 6 \delta_{(k+1)k}, \\ 6 \delta_{(k+1)(k+1)} &= 2h'_{k+2} + (2\mu_k + \lambda_k) l'_k, & 6 \delta_{(k+1)(k+2)} &= h'_{k+2}. \end{aligned} \right\} (762)$$

Konstantes Trägheitsmoment des Riegels l_k : $\mu_k = 1, \lambda_k = 1$.

Die Belastung eines einzelnen Riegels l_k liefert nur die Belastungszahlen $-6 \delta_{k0} = 6 \delta_{(k+1)0}$, die Belastung eines einzelnen Pfostens h_k nur $6 \delta_{(k-1)0}$ und $6 \delta_{k0}$. Das Kräftebild kann daher ebenso wie beim durchlaufenden Träger mit Festpunkten, Übergangslinien und Kreuzlinienabschnitten aufgezeichnet werden.

Belastungsglieder für symmetrische Belastung (Abb. 448a).

p_k	$-6 \delta_{k0} = 6 \delta_{(k+1)0} = \frac{p_k l^2 l'_k}{4}$
P_k	$-6 \delta_{k0} = 6 \delta_{(k+1)0} = 3 P_k l l'_k \omega_R$
w_k	$6 \delta_{(k-1)0} = 6 \delta_{k0} = -\frac{w_k h_k^2 h'_k}{4}$
\bar{w}_k	$6 \delta_{(k-1)0} = -\frac{2}{15} w_k h_k^2 h'_k, \quad 6 \delta_{k0} = -\frac{7}{60} w_k h_k^2 h'_k$
M_k	$-6 \delta_{k0} = 6 \delta_{(k+1)0} = 3 l'_k M_k$

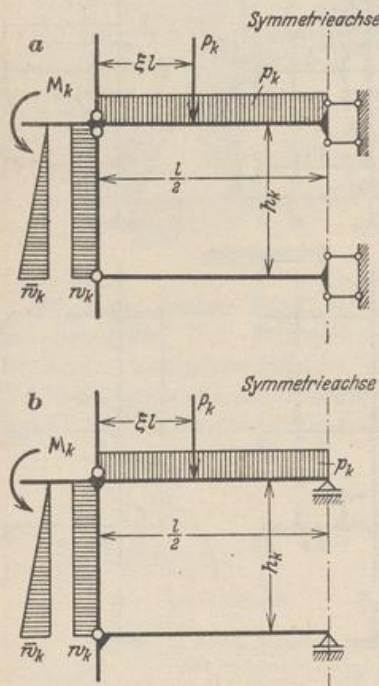


Abb. 448.

Der dreigliedrige Ansatz wird rechnerisch nach S. 232, also ebenso wie für den durchlaufenden Träger mit elastisch drehbaren Stützen gelöst. Dasselbe gilt für die zeichnerische Behandlung eines allgemeinen Belastungsfalles nach Abschn. 32. Die Zahlenrechnung ist in dem folgenden Beispiel ausführlich erläutert worden.

b) Antimetrische Belastung. Spannungszustand und Verschiebungszustand sind antimetrisch. Daher sind nach S. 185 in der Symmetrieachse die Biegemomente und die senkrechten Verschiebungen der Querschnitte Null. Die Untersuchung kann daher auf die linke Hälfte des Tragwerks beschränkt und der Riegel mit $M = 0, N = 0, w = 0$ in der Symmetrieachse durchgeschnitten und in senkrechtem Sinne gestützt angenommen werden. Die Biegemomente $X_{k-1}, X_{k+1}, X_{k+3}$ am unteren Ende der Pfosten sind statisch unbestimmt. Auf diese Weise entsteht das statisch bestimmte Hauptsystem Abb. 447b. Die geometrischen Bedingungen lauten

$$X_{k-1} \delta_{(k+1)(k-1)} + X_{k+1} \delta_{(k+1)(k+1)} + X_{k+3} \delta_{(k+1)(k+3)} = \delta_{(k+1)0}. \quad (763)$$

Sechsfacher Betrag der Vorzeichen unter Berücksichtigung der Riegelverstärkung nach Tabelle 29:

$$\left. \begin{aligned} 6 \delta_{(k+1)(k-1)} &= -l'_k (2\mu_k - \lambda_k), & 6 \delta_{(k+1)(k+3)} &= -l'_{(k+2)} (2\mu_{k+2} - \lambda_{k+2}), \\ 6 \delta_{(k+1)(k+1)} &= l'_k (2\mu_k - \lambda_k) + 6 h'_{k+2} + l'_{k+2} (2\mu_{k+2} - \lambda_{k+2}). \end{aligned} \right\} \quad (764)$$

Konstantes Trägheitsmoment des Riegels l_k : $\mu_k = \lambda_k = 1$.

Bei Belastung eines einzelnen Riegels l_k sind nur die Belastungszahlen $6 \delta_{(k+1)0} = -6 \delta_{(k-1)0}$ von Null verschieden. Dagegen liefert die Belastung eines Pfostens h_k Belastungsglieder $\delta_{10} \neq 0$ bis $\delta_{(k+1)0} \neq 0$.

Belastungsglieder für antimetrische Belastung (Abb. 448 b).

p_k	$-6 \delta_{(k-1)0} = 6 \delta_{(k+1)0} = \frac{p_k l_k^2 l'_k}{32}$
P_k	$-6 \delta_{(k-1)0} = 6 \delta_{(k+1)0} = P_k l'_k \omega_R (1 - 2 \xi)$
w_k	$6 \delta_{(k+1)0} = \frac{w_k h_k^3 l'_k}{2}, \quad 6 \delta_{(k-1)0} = -\frac{w_k h_k^3}{2} \left(l'_k + 4 h'_k - 2 \frac{h_{k-2}}{h_k} l'_{k-2} \right)$ $6 \delta_{(k-3)0} = -w_k h_k h_{k-2} \left(l'_{k-2} + 3 h'_{k-2} - \frac{h_{k-4}}{h_{k-2}} l'_{k-4} \right)$ $6 \delta_{(k-5)0} = -w_k h_k h_{k-4} \left(l'_{k-4} + 3 h'_{k-4} - \frac{h_{k-6}}{h_{k-4}} l'_{k-6} \right)$ usw.
\bar{w}_k	$6 \delta_{(k+1)0} = \frac{\bar{w}_k h_k^3 l'_k}{6}, \quad 6 \delta_{(k-1)0} = -\frac{\bar{w}_k h_k^3}{12} \left(2 l'_k + 9 h'_k - 6 \frac{h_{k-2}}{h_k} l'_{k-2} \right)$ $6 \delta_{(k-3)0} = -\frac{\bar{w}_k h_k h_{k-2}}{2} \left(l'_{k-2} + 3 h'_{k-2} - \frac{h_{k-4}}{h_{k-2}} l'_{k-4} \right)$ $6 \delta_{(k-5)0} = -\frac{\bar{w}_k h_k h_{k-4}}{2} \left(l'_{k-4} + 3 h'_{k-4} - \frac{h_{k-6}}{h_{k-4}} l'_{k-6} \right)$ usw.
M_k	$-6 \delta_{(k-1)0} = 6 \delta_{(k+1)0} = l'_k M_k$

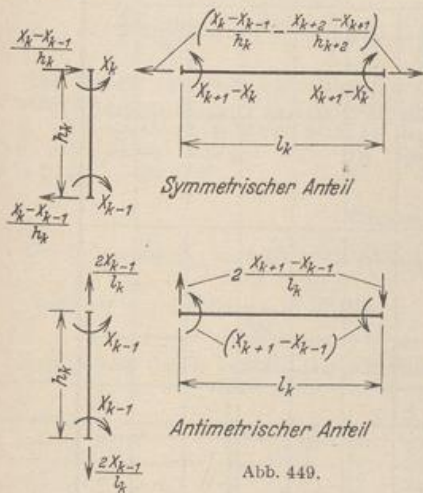


Abb. 449.

Der dreigliedrige Ansatz (763) kann in ähnlicher Weise wie beim durchlaufenden Träger nach der bekannten Rechenvorschrift rechnerisch oder zeichnerisch gelöst werden.

Die Schnittkräfte ergeben sich aus dem statisch bestimmten Anteil und den Anschlußkräften in Abb. 449.

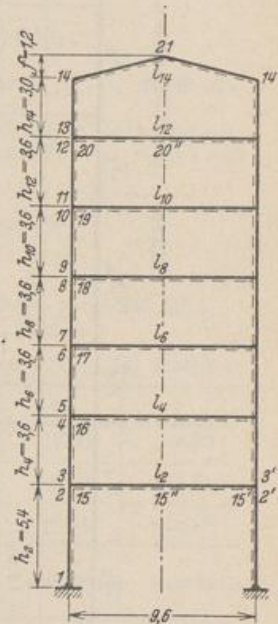


Abb. 450.

Statische Untersuchung eines Stockwerkrahmens mit 7 Geschossen für ständige Last und Windlast. Grenzwerte der Biegemomente bei voller Nutzlast in einzelnen Geschossen.

1. Geometrische Grundlagen. Abb. 450. Die Trägheitsmomente sind im Bereich eines jeden Stabes konstant. $J_c = 72 \text{ dm}^4$.

A. Symmetrische Belastung. Berechnung nach S. 469. Die statisch überzähligen Größen sind die Anschlußmomente X_k, X_{k+1} der Pfosten.

2. Die geometrischen Bedingungsgleichungen (761). Momente M_k und M_{k+1} nach Abb. 447 a, Momente M_{13} und M_{14} nach Abb. 451, Vorzahlen der Matrix nach (762):

k	l_k	J_k	l'_k	k	h_k	J_k	h'_k
2	9,6	171	4,03	2	5,4	307	1,27
4	9,6	171	4,03	4	3,6	256	1,01
6	9,6	108	6,40	6	3,6	256	1,01
8	9,6	90	7,68	8	3,6	143	1,81
10	9,6	90	7,68	10	3,6	143	1,81
12	9,6	72	9,60	12	3,6	72	3,60
14	9,6	72	9,90	14	3,0	60	3,60

Matrix der Vorzahlen $6\delta_{ik}$.

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}
1	2,54	1,27												
2	1,27	14,63	- 12,09											
3		- 12,09	14,11	1,01										
4			1,01	14,11	- 12,09									
5				- 12,09	14,11	1,01								
6					1,01	21,22	- 19,20							
7						- 19,20	22,82	1,81						
8							1,81	26,66	- 23,04					
9								- 23,04	26,66	1,81				
10									1,81	26,66	- 23,04			
11										- 23,04	30,24	3,60		
12											3,60	36,00	- 28,80	
13												- 28,80	37,584	- 3,924
14													- 3,924	50,36

$$\begin{aligned} 6 \delta_{k(k-1)} &= h'_k, & 6 \delta_{kk} &= 2 h'_k + 3 l'_k, & 6 \delta_{k(k+1)} &= -3 l'_k, \\ 6 \delta_{(k+1)(k+1)} &= 2 h'_{k+1} + 3 l'_k, & 6 \delta_{(k+1)(k+2)} &= h'_{k+2}, \\ 6 \delta_{1313} &= 2 h'_{14} + 3 l'_{12} + l'_{14} \left(\frac{f}{h_{14}}\right)^2, \\ 6 \delta_{1414} &= 2 h'_{14} + l'_{14} \left[3 + 3 \frac{f}{h_{14}} + \left(\frac{f}{h_{14}}\right)^2\right], \\ 6 \delta_{1314} &= h'_{14} - \frac{l'_{14}}{2} \frac{f}{h_{14}} \left(3 + 2 \frac{f}{h_{14}}\right). \end{aligned}$$

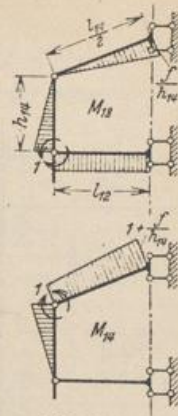


Abb. 451.

Ergebnis der Rechnung auf S. 472.

3. Die Auflösung des Ansatzes. Anwendung der Rechenvorschrift auf S. 238 mit den Kennbeziehungen $-X_k/X_{k+1} = \alpha_{k(k+1)}$, $-X_k/X_{k-1} = \alpha_{k(k-1)}$ und den Vorzahlen $\beta_{ik} = \beta_{ik}/6$ der konjugierten Matrix. Da bei symmetrischer Belastung p_k eines Riegels l_k nach S. 470 nur die Belastungsglieder $-6\delta_{k0} = 6\delta_{(k+1)0}$ und bei symmetrischer gleichförmiger Belastung w_k eines Pfostenpaares nur die Belastungsglieder $6\delta_{(k-1)0} = 6\delta_{k0}$ entstehen, so genügen die Vorzahlen $\beta_{kk}/6$ der Hauptdiagonalen der konjugierten Matrix und die beiderseits benachbarten Nebenglieder $\beta_{k(k-1)}/6$, $\beta_{k(k+1)}/6$. Die konjugierte Matrix wird daher nur für diesen Bereich berechnet. Das Ergebnis der Auflösung nach S. 238 besteht in der Tabelle S. 474.

a) Symmetrische Belastung eines Riegels

$$X_k = \left(-\frac{\beta_{kk}}{6} + \frac{\beta_{k(k+1)}}{6}\right) 6\delta_{(k+1)0}, \quad X_{k+1} = \left(-\frac{\beta_{(k+1)k}}{6} + \frac{\beta_{(k+1)(k+1)}}{6}\right) 6\delta_{(k+1)0};$$

b) symmetrische Belastung eines Pfostenpaares

$$X_{k-1} = \left(\frac{\beta_{(k-1)(k-1)}}{6} + \frac{\beta_{(k-1)k}}{6}\right) 6\delta_{k0}, \quad X_k = \left(\frac{\beta_{k(k-1)}}{6} + \frac{\beta_{kk}}{6}\right) 6\delta_{k0}.$$

Die übrigen statisch unbestimmten Größen sind für jede Belastung p_k , w_k durch die Kennbeziehungen $\alpha_{k(k-1)}$, $\alpha_{k(k+1)}$ bestimmt.

4. Die statisch unbestimmten Schnittkräfte bei gleichförmiger Belastung p_k der einzelnen Riegel l_k . Die Belastungsglieder sind nach S. 470 für $p_k = 1 \text{ t/m}$ ($k = 2, 4, \dots, 12$)

$$-6\delta_{k0} = 6\delta_{(k+1)0} = \frac{p_k l_k^2 l'_k}{4}.$$

Die Belastung p_{14} erzeugt nach Abb. 451

$$6\delta_{13,0} = \frac{5}{32} p_{14} l_{14}^2 l'_{14} \frac{f}{h_{14}} = 57,024, \quad 6\delta_{14,0} = -\frac{1}{32} p_{14} l_{14}^2 l'_{14} \left(8 + 5 \frac{f}{h_{14}}\right) = -285,120.$$

Berechnung der l_k benachbarten Pfostenendmomente X_k , X_{k+1} ($k = 2, 4, \dots, 12$) nach 3a:

k	2	4	6	8	10	12
p_k	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
l'_k	4,03	4,03	6,40	7,68	7,68	9,60
$-6\delta_{k0} = 6\delta_{(k+1)0}$	92,85	92,85	147,46	176,95	176,95	221,18
$-\frac{\beta_{kk}}{6} + \frac{\beta_{k(k+1)}}{6}$	-0,036678	-0,039198	-0,031630	-0,021131	-0,026638	-0,018275
X_k	-3,4056	-3,6395	-4,6642	-3,7391	-4,7136	-4,0421
$-\frac{\beta_{(k+1)k}}{6} + \frac{\beta_{(k+1)(k+1)}}{6}$	+0,040255	+0,037868	+0,017600	+0,019529	+0,013185	+0,012707
X_{k+1}	+3,7377	+3,5160	+2,5953	+3,4557	+2,3331	+2,8105

Die Belastung $p_{14} = 1 \text{ t/m}$ erzeugt

$$X_{13} = \frac{\beta_{13,13}}{6} \cdot 6\delta_{13,0} + \frac{\beta_{13,14}}{6} \cdot 6\delta_{14,0} = +2,6031, \quad X_{14} = -5,4588.$$

$$10^6 \text{-fache Vorzahlen } \beta'_{ik} = \frac{1}{6} \beta_{ik}$$

1		1		14															
	+	0,874454			+	0,860497			+	0,876832			+	0,786416				+	0,772569
	+	0,312974			+	0,281421			+	0,214964			+	0,211920				+	0,261818
	-	0,281421			-	0,280281			-	0,280281			-	0,280281				-	0,280281
	+	466739																	
	-	146077																	
	+	255476																	
	+	255476																	
	-	83225																	
	+	302056																	
	+	262858																	
	+	262858																	
	-	64645																	
	+	195102																	
	+	212702																	
	-	59616																	
	+	171561																	
	+	150430																	
	+	169959																	
	-	36018																	
	+	124716																	
	+	98078																	
	+	111263																	
	-	29131																	
	+	80354																	
	+	62079																	
	+	74786																	
	+	5827																	
	+	20311																	

↑
-0,500000
+0,863880
-0,273528
+0,874078
-0,285118
+0,917255
-0,347495
+0,885097
-0,288798
+0,881500
-0,362529
+0,830093
+0,286898
/

↑
- α_{k-1k}

Die anderen überzähligen Schnittkräfte sind für jeden Belastungsfall p_k

$$X_{k-1} = -\kappa_{(k-1)k} X_k, \quad X_r = -\kappa_{r(r-1)} X_{r-1} \quad (k < k, r > k + 1),$$

die Anschlußmomente der Riegel: $(X_{k+1} - X_k)$. Damit kann folgende Tabelle angeschrieben werden:

	$p_2 = 1$	$p_4 = 1$	$p_6 = 1$	$p_8 = 1$	$p_{10} = 1$	$p_{12} = 1$	$p_{14} = 1$
X_1	+ 1,7028	- 0,4332	+ 0,1383	- 0,0354	+ 0,0114	- 0,0031	+ 0,0017
X_2	- 3,4056	+ 0,8663	- 0,2766	+ 0,0707	- 0,0228	+ 0,0062	- 0,0034
X_3	+ 3,7377	+ 1,0028	- 0,3202	+ 0,0818	- 0,0264	+ 0,0072	- 0,0039
X_4	- 1,0519	- 3,6395	+ 1,1623	- 0,2970	+ 0,0957	- 0,0262	+ 0,0140
X_5	- 0,9154	+ 3,5160	+ 1,3298	- 0,3398	+ 0,1095	- 0,0300	+ 0,0160
X_6	+ 0,1968	- 0,7558	- 4,6642	+ 1,1918	- 0,3841	+ 0,1052	- 0,0562
X_7	+ 0,1693	- 0,6504	+ 2,5953	+ 1,2993	- 0,4187	+ 0,1147	- 0,0613
X_8	- 0,0475	+ 0,1823	- 0,7274	- 3,7391	+ 1,2049	- 0,3302	+ 0,1765
X_9	- 0,0416	+ 0,1598	- 0,6378	+ 3,4557	+ 1,3613	- 0,3731	+ 0,1994
X_{10}	+ 0,0088	- 0,0339	+ 0,1352	- 0,7323	- 4,7136	+ 1,2918	- 0,6906
X_{11}	+ 0,0069	- 0,0267	+ 0,1063	- 0,5759	+ 2,3331	+ 1,4654	- 0,7834
X_{12}	- 0,0018	+ 0,0070	- 0,0278	+ 0,1508	- 0,6108	- 4,0421	+ 2,1608
X_{13}	- 0,0014	+ 0,0054	- 0,0215	+ 0,1165	- 0,4719	+ 2,8105	+ 2,6031
X_{14}	- 0,0001	+ 0,0004	- 0,0017	+ 0,0091	- 0,0368	+ 0,2190	- 5,4588
$X_2 - X_3$	- 7,1433	- 0,1365	+ 0,0436	- 0,0111	+ 0,0036	- 0,0010	+ 0,0005
$X_4 - X_5$	- 0,1365	- 7,1555	- 0,1675	+ 0,0428	- 0,0138	+ 0,0038	- 0,0020
$X_6 - X_7$	+ 0,0275	- 0,1054	- 7,2595	- 0,1075	+ 0,0346	- 0,0095	+ 0,0051
$X_8 - X_9$	- 0,0059	+ 0,0225	- 0,0896	- 7,1948	- 0,1564	+ 0,0429	- 0,0229
$X_{10} - X_{11}$	+ 0,0019	- 0,0072	+ 0,0289	- 0,1564	- 7,0467	- 0,1736	+ 0,0928
$X_{12} - X_{13}$	- 0,0004	+ 0,0016	- 0,0063	+ 0,0343	- 0,1389	- 6,8526	- 0,4423
$+ X_{14}$	- 0,0001	+ 0,0004	- 0,0017	+ 0,0091	- 0,0368	+ 0,2190	- 5,4588

5. Die statisch unbestimmten Schnittkräfte bei gleichförmiger, symmetrischer Windbelastung $w_k = 0,525$ t/m. Nach S. 470 entsteht bei symmetrischer Belastung des Pfostenpaares h_k durch w_k ($k = 2, 4, \dots, 12$)

$$6 \delta_{(k-1)0} = 6 \delta_{k0} = -\frac{w_k h_k^2 h'_k}{4}$$

Nach Abb. 452 ist außerdem

$$6 \delta_{13,0} = -9,11736, \quad 6 \delta_{14,0} = +18,38781.$$

Berechnung der statisch unbestimmten Schnittkräfte X_{k-1}, X_k nach 3b:

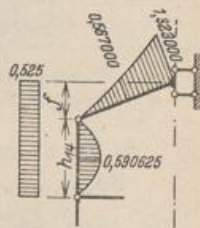


Abb. 452.

k	2	4	6	8	10	12
w_k	0,525					
h_k	5,4	3,6	3,6	3,6	3,6	3,6
h'_k	1,27	1,01	1,01	1,81	1,81	3,60
$6\delta_{(k-1)0} = 6\delta_{k0}$	-4,86061	-1,71801	-1,71801	-3,07881	-3,07881	-6,12360
$\frac{\beta_{(k-1)(k-1)}}{6} + \frac{\beta_{(k-1)k}}{6}$	+0,320662	+0,212506	+0,236081	+0,153086	+0,133941	+0,082132
X_{k-1}	-1,5586	-0,3651	-0,4056	-0,4713	-0,4124	-0,5029
$\frac{\beta_{k(k-1)}}{6} + \frac{\beta_{kk}}{6}$	+0,146077	+0,218831	+0,162087	+0,111945	+0,088698	+0,051223
X_k	-0,7100	-0,3760	-0,2785	-0,3447	-0,2731	-0,3137
	$X_{13} = -0,5747$,		$X_{14} = +0,3203$.			

Die anschließenden Pfostenmomente ergeben sich wiederum aus $X_{h-1} = -\alpha_{(h-1)h} X_h$, $X_r = -\alpha_{r(r-1)} X_{r-1}$. Das Ergebnis ist in der folgenden Zahlentafel enthalten.

	w_2	w_4	w_6	w_8	w_{10}	w_{12}	w_{14}	Σ
X_1	-1,5586	+0,1577	-0,0422	+0,0128	-0,0034	+0,0011	-0,0004	-1,4330
X_2	-0,7100	-0,3154	+0,0844	-0,0256	+0,0069	-0,0021	+0,0007	-0,9612
X_3	-0,6209	-0,3651	+0,0977	-0,0297	+0,0080	-0,0025	+0,0009	-0,9116
X_4	+0,1747	-0,3760	-0,3545	+0,1077	-0,0290	+0,0090	-0,0031	-0,4711
X_5	+0,1521	-0,3272	-0,4056	+0,1233	-0,0332	+0,0103	-0,0035	-0,4838
X_6	-0,0327	+0,0703	-0,2785	-0,4323	+0,1163	-0,0361	+0,0124	-0,5805
X_7	-0,0281	+0,0605	-0,2396	-0,4713	+0,1268	-0,0394	+0,0135	-0,5776
X_8	+0,0079	-0,0170	+0,0672	-0,3447	-0,3650	+0,1133	-0,0390	-0,5772
X_9	+0,0069	-0,0149	+0,0589	-0,3022	-0,4124	+0,1280	-0,0440	-0,5796
X_{10}	-0,0015	+0,0032	-0,0125	+0,0640	-0,2731	-0,4432	+0,1525	-0,5107
X_{11}	-0,0012	+0,0025	-0,0098	+0,0504	-0,2148	-0,5029	+0,1730	-0,5029
X_{12}	+0,0003	-0,0006	+0,0026	-0,0132	+0,0562	-0,3137	-0,4771	-0,7455
X_{13}	+0,0002	-0,0005	+0,0020	-0,0102	+0,0434	-0,2423	-0,5747	-0,7821
X_{14}	+0,0000	-0,0000	+0,0002	-0,0008	+0,0034	-0,0189	+0,3204	+0,3042

B. Antimetrische Belastung. Berechnung nach S. 470. Die statisch überzähligen Größen sind die Anschlußmomente am unteren Pfostenende.



Abb. 453.

6. Die geometrischen Bedingungsgleichungen (763). Die Vorzeichen sind nach (764)

$$6\delta_{(k+1)(k-1)} = -l'_k, \quad 6\delta_{(k+1)(k+3)} = -l'_{k+2}, \quad 6\delta_{(k+1)(k+1)} = l'_k + 6h'_{k+2} + l'_{k+2}.$$

Der Ansatz gilt unverändert für das Dachgeschoß mit schrägem Riegel (Abb. 453).

Matrix der Vorzahlen $6 \delta_{ik}$:

	X_1	X_3	X_5	X_7	X_9	X_{11}	X_{13}
1	+ 11,65	- 4,03					
3	- 4,03	+ 14,12	- 4,03				
5		- 4,03	+ 16,49	- 6,40			
7			- 6,40	+ 24,94	- 7,68		
9				- 7,68	+ 26,22	- 7,68	
11					- 7,68	+ 38,88	- 9,60
13						- 9,60	+ 41,10

7. Auflösung des Ansatzes.

a) Antimetrische Belastung eines Riegels l_k . Es treten nur zwei Belastungsglieder $-6 \delta_{(k-1)0} = 6 \delta_{(k+1)0}$ auf, so daß die gleiche Rechenvorschrift wie unter 3a verwendet wird.

b) Antimetrische Windlast. Antimetrische Windlast eines Pfostenpaares h_k gibt Belastungszahlen $\delta_{10}, \delta_{30}, \dots, \delta_{(k+1)0}$. Da jedoch in der Regel nur Windbelastung auf die ganze Pfostenlänge in Betracht kommt, werden die Belastungszahlen δ_{k0} am besten nach (171) unmittelbar aus den Biegemomenten M_0 des Hauptsystems angegeben. Die statisch unbestimmten Schnittkräfte können nach S. 236 mit dem Gaußschen Algorithmus berechnet werden. Das Ergebnis läßt sich auch nach einer Superposition anschreiben, in dem jede überzählige Größe X_i zunächst für $6 \delta_{k0}$ allein bestimmt wird ($X_i \rightarrow X_{i,h}$). Hierzu genügen die Kennbeziehungen und die Hauptglieder $\beta_{h,h}/6$ der konjugierten Matrix.

$$X_{h,h} = 6 \delta_{k0} \cdot \frac{\beta_{h,h}}{6},$$

oder

$$X_{(i-1)h} = -\kappa_{(i-1)i} X_{i,h} \text{ für } i \leq h$$

$$X_{(i+1)h} = -\kappa_{(i+1)i} X_{i,h} \text{ für } i \geq h;$$

$$X_i = \sum_{h=1}^n X_{i,h}.$$

Biegemomente
in der Mitte der
Pfosten:
5,175
12,42
18,90
25,38
31,86
38,34
70,875

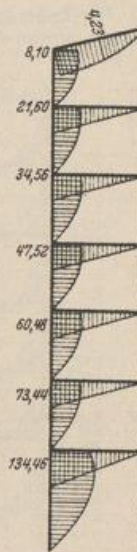


Abb. 454.

Kennbeziehungen und Vorzahlen $\beta_{(k+1)(k+1)}/6$ zur Matrix am Kopf der Seite.

κ_{31}	κ_{53}	κ_{75}	κ_{97}	κ_{119}	κ_{1311}
-0,309687	-0,274653	-0,283898	-0,312067	-0,209620	-0,233577
κ_{1113}	κ_{911}	κ_{79}	κ_{57}	κ_{35}	κ_{13}
-0,263900	-0,325854	-0,345204	-0,420671	-0,316676	-0,345923

β_{11}	β_{33}	β_{55}	β_{77}	β_{99}	β_{1111}	β_{1313}
+0,0961357	+0,0860653	+0,0746444	+0,0503752	+0,0455395	+0,0292954	+0,0259292

8. Die statisch unbestimmten Schnittkräfte für volle antimetrische Windlast. Die Momente des Hauptsystems sind in Abb. 454 ohne Einhaltung eines Maßstabes aufgetragen. In Verbindung mit Abb. 453 ist z. B.

$$6 \delta_{70} = 6 \int M_7 M_0 \frac{J_c}{J} ds$$

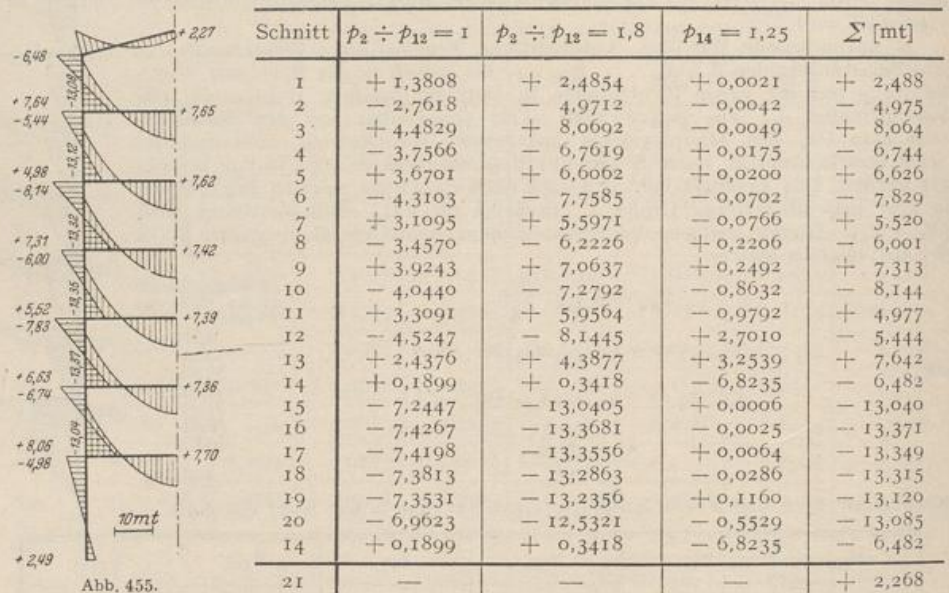
$$= w [l_0 \cdot 60,48 - h_8^2 (47,52 + 4 \cdot 25,38) - l_8^2 \cdot 47,52] = -130,013 w.$$

Belastungszahlen und Superposition der Teilergebnisse:

<i>h</i>	1	3	5	7	9	11	13	Σ
$6\delta_{20}$	- 563,159	+ 8,843	- 147,477	- 130,013	- 52,425	- 104,237	+ 11,397	—
$\beta_{hN}/6$	+ 0,096 1357	+ 0,086 0653	+ 0,074 6444	+ 0,050 3752	+ 0,045 5395	+ 0,029 2954	+ 0,025 9292	—
X_1	- 54,1397	+ 0,2633	- 1,2059	- 0,3018	- 0,0380	- 0,0158	+ 0,0004	- 55,4375
X_3	- 16,7663	+ 0,7611	- 3,4861	- 0,8725	- 0,1098	- 0,0458	+ 0,0012	- 20,5182
X_5	- 4,6049	+ 0,2090	- 11,0083	- 2,7551	- 0,3467	- 0,1445	+ 0,0037	- 18,6468
X_7	- 1,3073	+ 0,0593	- 3,1252	- 6,5494	- 0,8241	- 0,3435	+ 0,0088	- 12,0814
X_9	- 0,4080	+ 0,0185	- 0,9753	- 2,0439	- 2,3874	- 0,9951	+ 0,0254	- 6,7658
X_{11}	- 0,0855	+ 0,0039	- 0,2044	- 0,4284	- 0,5004	- 3,0537	+ 0,0780	- 4,1905
X_{13}	- 0,0200	+ 0,0009	- 0,0477	- 0,1001	- 0,1169	- 0,7133	+ 0,2955	- 0,7016

C. Biegemomente aus Eigengewicht. g_2 bis $g_{12} = 1,8$ t/m, $g_{14} = 1,25$ t/m (Dachriegel).

Die Teilergebnisse der Tabelle S. 475 aus p_2 bis p_{12} werden addiert und mit 1,8 multipliziert. Hierzu treten die mit g_{14} erweiterten Ergebnisse für $p_{14} = 1$.



Die Momente sind in Abb. 455 dargestellt.

D. Grenzwerte der Biegemomente infolge Nutzlast von 2,5 t/m auf Geschoßbreite.

Die Belastungsvorschrift ergibt sich aus den Vorzeichen der Teilergebnisse der Tabelle S. 475. Diese liefert auch die Schnittkräfte für $p = 1$ t/m.

Schnitt	M_{max}				M_{min}			
	Belastung	Grenzwert		Belastung	Grenzwert			
		$p = 1$	$p = 2,5$		$p = 1$	$p = 2,5$		
5	p_4, p_6, p_{10}	+ 4,9553	+ 12,388	p_2, p_8, p_{12}	- 1,2852	- 3,213		
6	p_2, p_8, p_{12}	+ 1,4938	+ 3,734	p_4, p_6, p_{10}	- 5,8041	- 14,510		
17	p_2, p_{10}	+ 0,0621	+ 0,155	p_4, p_6, p_8, p_{12}	- 7,4819	- 18,705		
17''	p_2, p_6, p_{10}	+ 4,3226	+ 10,806	p_4, p_8, p_{12}	- 0,2224	- 0,556		

$$\text{Balkenmoment für } p_k = 1 \text{ t/m: } \frac{p_k \cdot 9,6^2}{8} = \frac{1 \cdot 9,6^2}{8} = 11,52 \text{ tm.}$$

Biegemomente infolge Windbelastung w .

Schnitt	Symmetrische Belastung w			Antimetrische Belastung w			Schnitt	Unsymmetr. Belastung w	Unsymmetr. Belastung $2w$	Unsymmetr. Belastung w
	Stat. best. Anteil	Stat. unbest. Anteil	Σ	Stat. best. Anteil	Stat. unbest. Anteil	Σ				
1	0	-1,4330	-1,4330	0	-55,4375	-55,4375	1'	-28,435	+54,0045	+27,002
3	0	-0,9116	-0,9116	0	-20,5182	-20,5182	3'	-10,715	+19,6056	+9,803
5	0	-0,4838	-0,4838	0	-18,6460	-18,6460	5'	-9,595	+18,1622	+9,081
7	0	-0,5778	-0,5778	0	-12,0812	-12,0812	7'	-6,330	+18,5034	+5,752
9	0	-0,5796	-0,5796	0	-6,7657	-6,7657	9'	-3,673	+6,1861	+3,093
11	0	-0,5029	-0,5029	0	-4,1995	-4,1995	11'	-2,347	+3,6876	+1,844
13	0	-0,7821	-0,7821	0	-0,7016	-0,7016	13	-0,742	-0,0805	-0,040
2	0	-0,9612	-0,9612	+70,5915	-55,4375	+15,1540	2'	+7,096	-16,1152	-8,058
4	0	-0,4711	-0,4711	+38,5500	-20,5182	+18,0378	4'	+8,783	-18,5089	-9,254
6	0	-0,5805	-0,5805	+31,7520	-18,6460	+13,1060	6'	+6,263	-13,6865	-6,843
8	0	-0,5772	-0,5772	+24,9480	-12,0812	+12,8668	8'	+6,145	-13,4440	-6,722
10	0	-0,5107	-0,5107	+18,1440	-6,7657	+11,3783	10'	+5,434	-11,8890	-5,945
12	0	-0,7455	-0,7455	+11,3400	-4,1995	+7,1495	12'	+3,202	-7,8950	-3,948
14	0	+0,3042	+0,3042	+4,2525	-0,7016	+3,5509	14	+1,928	-3,2467	-1,623
15	0	-0,0496	-0,0496	+70,5915	-34,9193	+35,6722	15'	+17,811	-35,7218	-17,861
16	0	+0,0127	+0,0127	+38,5560	-1,8722	+36,6838	16'	+18,348	-36,6711	-18,336
17	0	-0,0027	-0,0027	+31,7520	-6,5648	+25,1872	17'	+12,592	-25,1899	-12,595
18	0	+0,0024	+0,0024	+24,9480	-5,3155	+19,6325	18'	+9,817	-19,6301	-9,815
19	0	-0,0078	-0,0078	+18,1440	-2,5752	+15,5688	19'	+7,780	-15,5766	-7,788
20	0	+0,0366	+0,0366	+11,3400	-3,4889	+7,8511	20'	+3,944	-7,8145	-3,997
21	-1,3230	+0,7387	-0,5843	0	0	0	21'	-0,292	-0,5843	-0,292

E. Biegemomente aus Windbelastung. Das Ergebnis wird durch Superposition des symmetrischen und des antisymmetrischen Anteils in der Tabelle S. 479 erhalten. Die Momente sind in Abb. 456 aufgezeichnet.

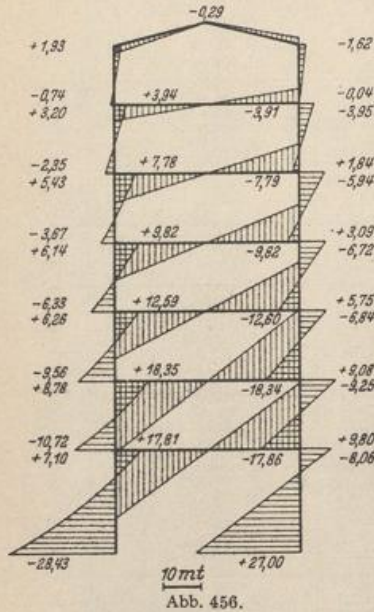


Abb. 456.

Der symmetrische Stockwerkrahmen mit mehr als zwei Pfosten und frei drehbar angeschlossenen Zwischenstielen. Die Untersuchung des Stockwerkrahmens mit zwei Pfosten für symmetrische Belastung nach S. 469, für antisymmetrische Belastung nach S. 470 kann unmittelbar auf das erweiterte symmetrische System mit gelenkig angeschlossenen Zwischenpfosten übertragen werden. Die Riegel des Hauptsystems werden jedoch nicht mehr allein in der Symmetrieachse, sondern nach Abb. 457 auch durch Zwischenpfosten gestützt. Sie bilden daher bei beiden Lösungen durchlaufende

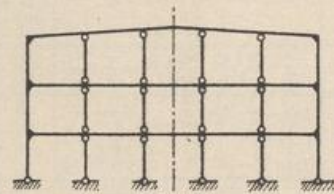


Abb. 457.

Träger mit frei drehbaren Zwischenstützen, das Hauptsystem ist also statisch unbestimmt. Trotzdem werden die überzähligen Größen ebenso wie nach (761) und (763) aus dreigliedrigen geometrischen Bedingungsbeziehungen berechnet, nur daß die Vorzeichen $\delta_{kk}^{(r)}$, $\delta_{(k-1)}^{(r)}$ und die Belastungszahlen $\delta_{k0}^{(r)}$ aus der Formänderung eines durchlaufenden nach Abb. 458a oder Abb. 458b gestützten Trägers k infolge $-X_k = 1$, $-X_{k+1} = 1$ und der Belastung \mathfrak{P} hervorgehen (311). Hierzu werden die Biegemomente $M_k^{(r)}$, $M_{k+1}^{(r)}$, $M_0^{(r)}$ für jeden Riegelabschnitt

Abb. 458a oder Abb. 458b nach Abschn. 47 bestimmt.

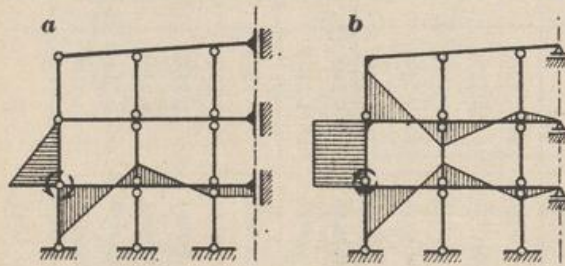


Abb. 458.

Das Ergebnis hat für Ausführungen in Eisenbeton keine Bedeutung, so daß die Lösung abgebrochen wird. Sie bietet bei Anwendung der Angaben des Abschn. 37, der sich mit statisch unbestimmten Hauptsystemen beschäftigt, keine Schwierigkeiten.

Stockwerkrahmen mit mehr als zwei Pfosten und biegeungssteifer Verbindung von Pfosten und Riegel. Die Schnittkräfte werden aus den Knoten- und Stabdrehwinkeln des Tragwerks entwickelt (Abschn. 38 ff.). Die Untersuchung ist auf S. 345 ff. gezeigt und in Abschn. 42 auf die Berechnung von symmetrischen Stockwerkrahmen mit zwei, drei und vier Stützen angewendet worden. Der Ansatz bietet keine Schwierigkeiten. Die Zahlenrechnung ist zuverlässig, leider jedoch zeitraubend. Man begnügt sich aus diesem Grunde in der Regel mit Näherungslösungen auf Grund einer Abschätzung des Verschiebungszustandes.

Die Pfostendrehwinkel ψ_c sind bei senkrechter Belastung der Riegel stets klein, so daß sie bei der angenäherten Beschreibung des Spannungs- und Formänderungszustandes vernachlässigt werden können. Man beschränkt die Untersuchung in

diesem Falle oft nur auf einen durchlaufenden Riegel, dessen Pfosten an den benachbarten beiden Riegeln mit vorgeschriebenen statischen oder geometrischen Eigenschaften enden. Dabei werden die Anschlußmomente der Pfosten oder die Knotendrehwinkel der benachbarten Riegel Null gesetzt (frei drehbare Verbindung oder starre Einspannung der Pfosten). Die wahre Lösung für $\psi_e = 0$ wird durch das Ergebnis aus beiden Annahmen eingeschlossen. Sie entspricht einer elastischen Einspannung der Pfostenenden, die oft auch als Grundlage des Spannungsnachweises geschätzt wird. Dabei werden die Wendepunkte der elastischen Linien, also die Nullpunkte der Momentenlinien der dem Riegel benachbarten Pfosten, im Abstand $3/4 \cdot h$ vom Riegel angenommen.

Der durchlaufende Riegel ist in Abschn. 48 mit statisch unbestimmten Schnittkräften und mit Knotendrehwinkeln berechnet worden. Die Untersuchung bedarf nach geeigneten Annahmen über die elastische Einspannung der Pfosten keiner Ergänzung. Sie kann rechnerisch (S. 230) oder zeichnerisch (S. 262) durchgeführt werden. Die Momentenlinien schneiden dabei meist die Achsen der Pfosten im Abstand $0,25 h$ von dem benachbarten Riegel.

Zur Abschätzung der Schnittkräfte genügen die Ergebnisse auf S. 438 für den durchlaufenden Träger mit unendlich vielen Feldern $l'_k = l'$ oder Annahmen über

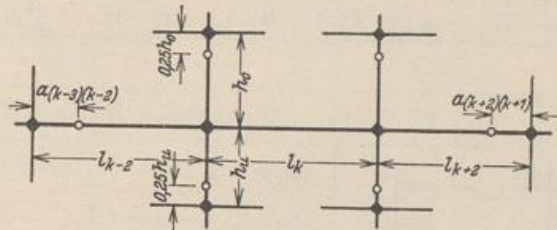


Abb. 459.

die Lage der Festpunkte in den Trägern l_{k-2} , l_{k+2} neben dem belasteten Felde l_k (Abb. 459). Man wählt ebenso wie bei den Pfosten

$$a_{(k-3)(k-2)} = 0,25 l_{k-2}, \quad a_{(k+2)(k+1)} = 0,25 l_{k+2}.$$

Waagerechte Belastung. Man unterscheidet Lastangriff am Knoten und Pfosten, rechnet jedoch in der Regel den allgemeinen Fall nur für unverschiebliche Abstützung der Pfosten durch die Riegel, um dann die Stützkräfte gemeinsam mit den vorgeschriebenen Knotenlasten als äußere Kräfte des Stockwerkrahmens zu verwenden. Die Annahme $\psi_e = 0$ ist dann auch in einer Näherungslösung unbrauchbar.

Das Schaubild der Biegemomente besteht bei Knotenbelastung aus geraden Linien, welche die Stabachsen schneiden, so daß die Schnittpunkte oft zur Abschätzung der Lösung in die Halbierungspunkte der Stäbe gelegt und die Querkräfte eines jeden Stockwerks proportional zu den Trägheitsmomenten der Pfosten auf diese verteilt werden. Damit sind dann die Stabendmomente bestimmt. Leider ist das Ergebnis selbst als Näherungslösung ohne große Bedeutung, da der Spannungszustand des Stockwerkrahmens durch die Annahme der Momentennullpunkte in den Pfostenmitten zu günstig beurteilt wird.

Bleibt die Näherungslösung auf Stockwerkrahmen mit rechteckigem Umriß und rechteckigen Feldern beschränkt, so wird man auch bei ungleicher Verteilung der Nutzlast damit rechnen können, daß die Trägheitsmomente der Säulen der Geschosse in einem konstanten Verhältnis stehen, die Trägheitsmomente der Säulen des ersten Geschosses also mit $J_a c_1, J_a c_2 \dots J_a c_k$, diejenigen eines anderen mit $J_b c_1, J_b c_2 \dots J_b c_k$ beschrieben werden, wobei die Säulen $J_a c_2, J_b c_2$ demselben Strang (2) angehören.

Da nun die horizontalen Verschiebungen der Knotenpunkte eines Riegels gleich groß sind und die Schaubilder der Biegemomente aller Pfosten der Form nach übereinstimmen, können nach dem wirklich vorhandenen Verschiebungszustand die waagerechten Biegelinien der Pfosten in erster Annäherung als kongruent und daher die Knotendrehwinkel eines Riegels gleich groß angenommen werden ($\varphi_{J,r} = \varphi_J$, $r = 1 \dots s$).

Die Addition der Gleichungen $\delta A_J = 0$ für alle Knoten J eines Geschosses liefert unter Berücksichtigung der Kongruenz der Biegelinien (Abb. 460)

$$2\varphi_H \sum_{r=1}^{r=s} \frac{1}{h'_{i,r}} + \varphi_J \left(4 \sum_{r=1}^{r=s} \frac{1}{h'_{i,r}} + 12 \sum_{r=2}^{r=s} \frac{1}{l'_{i,r}} + 4 \sum_{r=1}^{r=s} \frac{1}{h'_{k,r}} \right) + 2\varphi_K \sum_{r=1}^{r=s} \frac{1}{h'_{k,r}} - 6\psi_i \sum_{r=1}^{r=s} \frac{1}{h'_{i,r}} - 6\psi_k \sum_{r=1}^{r=s} \frac{1}{h'_{k,r}} = 0. \quad (a)$$

Die Gleichungen $\delta A_c = 0$ lauten für die beiden dem Riegel i benachbarten Stockwerke

$$\left. \begin{aligned} 6 \sum_{r=1}^{r=s} \frac{1}{h'_{i,r}} (\varphi_H + \varphi_J - 2\psi_i) + W_i h_i &= 0, & W_i &= \sum_{r=1}^n H_m, \\ 6 \sum_{r=1}^{r=s} \frac{1}{h'_{k,r}} (\varphi_J + \varphi_K - 2\psi_k) + W_k h_k &= 0, & W_k &= \sum_{r=1}^n H_m. \end{aligned} \right\} \quad (b)$$

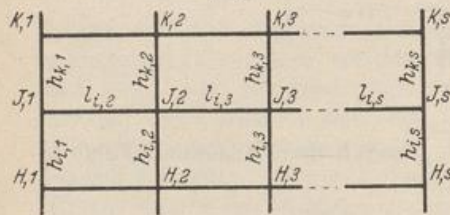


Abb. 460.

Mit

$$h'_{i,r} = h_i \frac{J_c}{J_{i,r}} = h_i \frac{J_c}{J_{i,1} c_r} = \frac{h_{i,1}}{c_r}, \quad C = \sum_{r=1}^{r=s} c_r$$

wird

$$\sum_{r=1}^{r=s} \frac{1}{h'_{i,r}} = \frac{1}{h_{i,1}} \sum_{r=1}^{r=s} c_r = \frac{C}{h_{i,1}}$$

$\sum_{r=2}^{r=s} \frac{1}{l'_{i,r}} = \frac{s-1}{l'_{i,m}}$ liefert einen Mittelwert $l'_{i,m}$. Die Substitution der Pfostendrehwinkel ψ_i, ψ_k nach (b)

$$\left. \begin{aligned} 6\psi_i \frac{C}{h_{i,1}} &= \frac{3C}{h_{i,1}} (\varphi_H + \varphi_J) + \frac{W_i h_i}{2}, \\ 6\psi_k \frac{C}{h_{k,1}} &= \frac{3C}{h_{k,1}} (\varphi_J + \varphi_K) + \frac{W_k h_k}{2} \end{aligned} \right\} \quad (765)$$

in (a) liefert die folgenden dreigliedrigen Beziehungen zwischen den Knotendrehwinkeln dreier benachbarter Riegel:

$$-\varphi_H \frac{1}{h'_{i,1}} + \varphi_J \left(\frac{1}{h'_{i,1}} + \frac{12(s-1)}{C l'_{i,m}} + \frac{1}{h'_{k,1}} \right) - \varphi_K \frac{1}{h'_{k,1}} - \frac{W_i h_i}{2C} - \frac{W_k h_k}{2C} = 0, \quad (766a)$$

allgemein:

$$\varphi_H \bar{a}_{JH} + \varphi_J \bar{a}_{JJ} + \varphi_K \bar{a}_{JK} + \bar{a}_{J0} = 0. \quad (766b)$$

Sie werden am einfachsten durch Iteration gelöst, da die Hauptglieder wesentlich größer als die Nebenglieder sind.

Die Ergebnisse dieser Näherungsrechnung lassen sich durch Iteration der statischen Bedingungen (599) bis (601) verbessern.

Die Brauchbarkeit der Lösung wird an dem Stockwerkrahmen Abb. 331 nachgeprüft, dessen Stab- und Knotendrehwinkel nach Abschn. 42 bekannt sind. Er besitzt $s = 4$ Pfosten, also $12 (s - 1) = 36$, und ist zur Mittellinie symmetrisch, daher $c_1 = c_4 = 1,00$, $c_2 = c_3 = 1,28$, $C = 2 (c_1 + c_2) = 4,56$. Für den Abschlußriegel l_g ist $1/h'_{g,m} = 1/3 \cdot (2 \cdot 0,105 + 0,211) = 0,140$, für alle übrigen Riegel $1/h'_{i,m} = 0,216$. Die reziproken Werte $1/h'_{g,1}$ werden nach S. 359 angeschrieben, so daß alle Vorzahlen und Belastungszahlen des Ansatzes (766) bekannt sind.

i	$1/h'_{i,1} = \bar{a}_{(j-1)j}$	$1/h'_{(i+1),1} = \bar{a}_{j(j+1)}$	$\frac{1}{l'_{i,m}}$	$\frac{36}{Cl'_{i,m}}$	\bar{a}_{jj}	W_i	$W_i h_i$	$\frac{W_i h_i}{2C}$	\bar{a}_{j_0}
g	-0,059	—	0,140	1,105	1,164	1,105	3,757	0,41	-0,41
f	-0,085	-0,059	0,216	1,705	1,849	3,380	12,168	1,34	-1,75
e	-0,198	-0,085	0,216	1,705	1,988	5,720	20,592	2,26	-3,60
d	-0,254	-0,198	0,216	1,705	2,157	8,060	29,016	3,20	-5,46
c	-0,254	-0,254	0,216	1,705	2,213	10,400	37,440	4,10	-7,30
b	-0,340	-0,254	0,216	1,705	2,299	12,740	45,864	5,02	-9,12
a	—	-0,340	0,216	1,705	2,607	14,885	44,655	4,90	-9,92

Ansatz der Bedingungsgleichungen (766).

	φ_A	φ_B	φ_C	φ_D	φ_E	φ_F	φ_G	\bar{a}_{j_0}
A	2,607	-0,340						-9,92
B	-0,340	2,299	-0,254					-9,12
C		-0,254	2,213	-0,254				-7,30
D			-0,254	2,157	-0,198			-5,46
E				-0,198	1,988	-0,085		-3,60
F					-0,085	1,849	-0,059	-1,75
G						-0,059	1,164	-0,41

Iteration der Lösung.

	φ_A	φ_B	φ_C	φ_D	φ_E	φ_F	φ_G
	3,80	4,52	3,82	2,98	2,11	1,04	0,40
	4,39	5,04	4,22	3,22	2,17	1,05	0,40
	4,46	5,09	4,25	3,24	2,17	1,05	0,40
	4,47	5,10	4,25	3,24	2,17	1,05	0,40
	4,47	5,10					

Fehler gegenüber dem genauen Ergebnis auf S. 365.

Winkel . . .	φ_A	φ_B	φ_C	φ_D	φ_E	φ_F	φ_G
Fehler in % .	-12	-17	-18	-19	-28	-40	-50
Winkel . . .	φ_H	φ_J	φ_K	φ_L	φ_M	φ_N	φ_R
Fehler in % .	+7	+9	+9	+10	+16	+30	+48

Berechnung der Stabdrehwinkel nach (765).

$$\psi_i = \frac{W_i h_i}{2C} \frac{h'_{i,1}}{6} + \frac{1}{2} (\varphi_{j-1} + \varphi_j).$$

i	$\frac{W_i h_i}{2C}$	$\frac{6}{h'_{i,1}}$	$\frac{W_i h_i}{2C} / \frac{6}{h'_{i,1}}$	ω_{J-1}	φ_J	ψ_i	Fehler ψ_i %
a	4,90	3,372	1,45	0	4,47	3,69	+ 1,1
b	5,02	2,040	2,46	4,47	5,10	7,24	- 1,3
c	4,10	1,524	2,69	5,10	4,25	7,37	- 1,9
d	3,20	1,524	2,10	4,25	3,24	5,84	- 2,2
e	2,26	1,188	1,90	3,24	2,17	4,70	- 2,1
f	1,34	0,510	2,63	2,17	1,05	4,24	- 5,1
g	0,41	0,354	1,16	1,05	0,40	1,88	- 10,1

Werden diese Werte als Grundlage der Iteration der statischen Bedingungsgleichungen von S. 362/363 verwendet, so liefern die zweiten verbesserten Werte

φ_A	φ_B	φ_C	φ_D	φ_E	φ_F	φ_G
+ 5,08	+ 6,11	+ 5,14	+ 3,96	+ 3,08	+ 1,73	+ 0,75
φ_H	φ_J	φ_K	φ_L	φ_M	φ_N	φ_R
+ 4,17	+ 4,65	+ 3,86	+ 2,94	+ 1,86	+ 0,80	+ 0,26
ψ_a	ψ_b	ψ_c	ψ_d	ψ_e	ψ_f	ψ_g
+ 3,65	+ 7,32	+ 7,46	+ 5,92	+ 4,79	+ 4,46	+ 2,21

bereits eine gute Annäherung für die Biegemomente.

$M_J^{(h)}$	Betrag	Fehler %	$M_J^{(h)}$	Betrag	Fehler %	$M_J^{(h)}$	Betrag	Fehler %	$M_J^{(h)}$	Betrag	Fehler %
$M_C^{(c)}$	- 3,04	0,3	$M_F^{(f)}$	- 1,16	0,0	$M_H^{(h)}$	- 4,11	0,5	$M_N^{(n)}$	- 2,10	0,0
$M_C^{(c)}$	+ 4,72	1,3	$M_F^{(f)}$	+ 1,42	2,1	$M_H^{(h)}$	+ 4,48	0,0	$M_N^{(n)}$	+ 1,11	1,8
$M_C^{(c)}$	- 1,79	1,7	$M_F^{(f)}$	- 0,26	7,1	$M_H^{(h)}$	+ 7,86	0,1	$M_N^{(n)}$	+ 1,51	1,9
						$M_H^{(h)}$	- 8,16	0,3	$M_N^{(n)}$	- 0,52	8,8

Die Näherungslösung für die Stabdrehwinkel ψ_e auf S. 482 ist also auch zur strengen statischen Untersuchung des Tragwerks nützlich, da sie gute Anfangswerte zur Iteration der allgemeinen Lösung liefert. Ihre Konvergenz ist daher günstig, so daß die algebraische Auflösung der Bedingungen nach Abschn. 29 unnötig wird.

Spiegel, G.: Mehrstielige Rahmen. Berlin 1920. — Traub: Beitrag zur Berechnung von Stockwerkrahmen. Bauing. 1922 S. 18. — Fritsche: Die Berechnung des symmetrischen Stockwerkrahmens mit geneigten und lotrechten Ständern mit Hilfe von Differenzgleichungen. Berlin 1923. — Grüning, M.: Die Statik des ebenen Tragwerks. Berlin 1925. — Bleich-Melan: Die gewöhnlichen und partiellen Differenzgleichungen der Baustatik. Berlin 1927. — Pasternack, P.: Berechnung vielfach statisch unbestimmter biegegesteiften Stab- und Flächentragwerke. Zürich 1927. — Worch, G.: Studie über die Wahl der Unbekannten bei der Berechnung hochgradig statisch unbestimmter Systeme. Beton u. Eisen 1928 S. 363. — Takabeya, F.: Rahmentafeln. Berlin 1930. — Bleich, F.: Stahlhochbauten Bd. 1. Berlin 1932. — Michnik, P.: Näherungsverfahren zur Berechnung von Stockwerkrahmen für vertikale und horizontale Belastungen. Bauing. 1932 S. 74.

52. Der Rahmenträger.

Der Rahmenträger ist ebenso wie der Stockwerkrahmen ein durch Stabführung und Stützung ausgezeichnetes Netz steifer Vierecke. Die Stäbe sind gerade, die Pfosten parallel zueinander. Die Träger unterscheiden sich durch die Gurtführung und durch die Art ihrer Abstützung. Abb. 461.